百校大联考全国名校2025年高三冲刺模拟数学试题

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用2B铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用05毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知圆 $x^2+y^2-6x-7=0$ 与抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 的准线相切，则 p 的值为（）

A． 1　　**B．** 2　　**C．** $\frac{1}{2}$　　**D．** 4

2．已知 m 为实数，直线 l_1：$mx+y-1=0$，l_2：$\left(3m-2\right)x+my-2=0$，则“$m=1$”是“$l_1//l_2$”的（　）

A． 充要条件　　**B．** 充分不必要条件

C． 必要不充分条件　　**D．** 既不充分也不必要条件

3．若实数 x、y 满足 $\begin{cases} y\le 2 \\ x+y\ge 1 \\ y\ge x \end{cases}$，则 $z=x+2y$ 的最小值是（　　）

A． 6　　**B．** 5　　**C．** 2　　**D．** $\frac{3}{2}$

4．若数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，且满足 $3+a_5=a_3+a_8$，S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则 $S_{11}=$（　　）

A． 27　　**B．** 33　　**C．** 39　　**D．** 44

5．设双曲线 $C:\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 的右顶点为 A，右焦点为 F，过点 F 作平行 C 的一条渐近线的直线与 C 交于点 B，则 $\triangle AFB$ 的面积为（　　）

A． $\frac{32}{15}$　　**B．** $\frac{64}{15}$　　**C．** 5　　**D．** 6

6．已知正三角形 ABC 的边长为2，D 为边 BC 的中点，E、F 分别为边 AB、AC 上的动点，并满足 $\left|\overrightarrow{AE}\right|=2\left|\overrightarrow{CF}\right|$，则 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}$ 的取值范围是（　　）

A． $[-\frac{1}{2},\frac{1}{16}]$　　**B．** $(-\infty,\frac{1}{16}]$　　**C．** $[-\frac{1}{2},0]$　　**D．** $(-\infty,0]$

7．已知曲线 $x^2=4y$，动点 P 在直线 $y=-3$ 上，过点 P 作曲线的两条切线 l_1,l_2，切点分别为 A,B，则直线 AB 截圆 $x^2+y^2-6y+5=0$ 所得弦长为（　　）

A． $\sqrt{3}$　　**B．** 2　　**C．** 4　　**D．** $2\sqrt{3}$

8．已知实数 $0<a<b$，则下列说法正确的是（　　）

A． $\dfrac{c}{a}>\dfrac{c}{b}$　　　　**B．** $ac^2<bc^2$

C． $lna<lnb$　　　　**D．** $(\dfrac{1}{2})^a<(\dfrac{1}{2})^b$

9．要得到函数 $y=\dfrac{1}{2}\cos x$ 的图象，只需将函数 $y=\dfrac{1}{2}\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象上所有点的（　　）

A．横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ **（纵坐标不变），再向左平移** $\dfrac{\pi}{3}$ **个单位长度**

B．横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ **（纵坐标不变），再向右平移** $\dfrac{\pi}{6}$ **个单位长度**

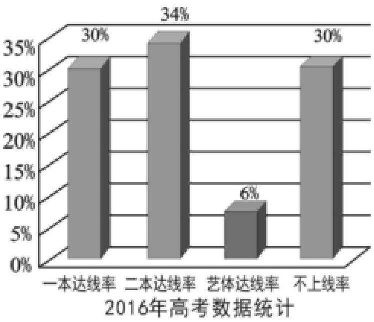
C．横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），再向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ **个单位长度**

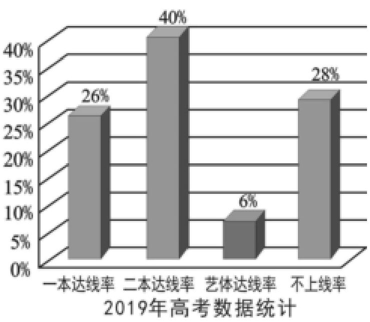
D．横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），再向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ **个单位长度**

10．正 ΔABC 的边长为 2，将它沿 BC 边上的高 AD 翻折，使点 B 与点 C 间的距离为 $\sqrt{3}$，此时四面体 $A-BCD$ 的外接球表面积为（　　）

A． $\dfrac{10\pi}{3}$　　　　**B．** 4π　　　　**C．** $\dfrac{13\pi}{3}$　　　　**D．** 7π

11．某中学 2019 年的高考考生人数是 2016 年高考考生人数的 1.2 倍，为了更好地对比该校考生的升学情况，统计了该校 2016 年和 2019 年的高考情况，得到如图柱状图：





则下列结论正确的是（　　）．

A．与 2016 年相比，2019 年不上线的人数有所增加

B．与 2016 年相比，2019 年一本达线人数减少

C．与 2016 年相比，2019 年二本达线人数增加了 0.3 倍

D．2016 年与 2019 年艺体达线人数相同

12．甲乙丙丁四人中，甲说：我年纪最大，乙说：我年纪最大，丙说：乙年纪最大，丁说：我不是年纪最大的，若这四人中只有一个人说的是真话，则年纪最大的是（　　）

A． 甲　　　　**B．** 乙　　　　**C．** 丙　　　　**D．** 丁

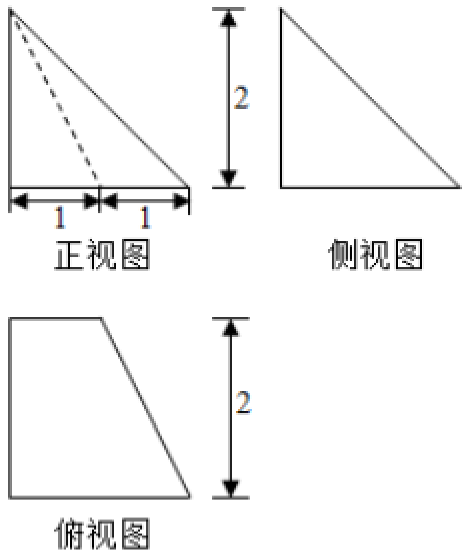
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．设实数x,y满足约束条件$\begin{cases}x+y\le 10\\ x-y\le 2\\ x\ge 4\end{cases}$,则$z=2x+3y$的最大值为______.

14．已知双曲线$x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的一条渐近线为$y=2x$,则焦点到这条渐近线的距离为_____.

15．双曲线$\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{4}=1$的焦距为__________，渐近线方程为________.

16．某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积是_____cm^3；最长棱的长度是_____cm.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在平面直角坐标系 **xOy** 中，曲线 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=3\cos\varphi\\ y=\sin\varphi\end{cases}$（φ 为参数），在以 **O** 为极点，**x** 轴的正半轴为极轴的极坐标系中，曲线 C_2 是圆心为（2，$\dfrac{\pi}{2}$），半径为 1 的圆.

（1）求曲线 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；

（2）设 M 为曲线 C_1 上的点，N 为曲线 C_2 上的点，求|MN|的取值范围.

18．（12 分）已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$满足$a_1=3,b_1=1,a_{n+1}-2a_n=2b_n-b_{n+1},a_{n+1}-a_n=b_{n+1}-b_n+1$.

（1）求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式;

（2）分别求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前n项和S_n，T_n.

19．（12 分）已知函数$f(x)=a^x-\mathrm{e}\log_a x-\mathrm{e}$，其中$a>1$，$e$为自然对数的底数.

（1）当$a=e$时，求函数$f(x)$的极值；

（2）设函数$f(x)$的导函数为$f'(x)$，求证：函数$f'(x)$有且仅有一个零点.

20.（12 分） 已知函数 $f\left(x\right)=x+a\ln x$，$a\in R$．

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程；

（Ⅱ）求函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[1,e\right]$ 上的最小值；

（Ⅲ）若函数 $F\left(x\right)=\dfrac{1}{x^2}f\left(x\right)$，当 $a=2$ 时，$F\left(x\right)$ 的最大值为 M，求证：$M<\dfrac{3}{2}$．

21.（12 分）已知 a,b,c 分别是 $\vee ABC$ 的内角 A,B,C 的对边，且 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{\cos A}{2-\cos B}$．

（Ⅰ）求 $\dfrac{a}{c}$．

（Ⅱ）若 $b=4$，$\cos C=\dfrac{1}{4}$，求 $\vee ABC$ 的面积．

（Ⅲ）在（Ⅱ）的条件下，求 $\cos\left(2C+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的值．

22.（10 分）已知 2 件次品和 3 件正品混放在一起，现需要通过检测将其区分，每次随机检测一件产品，检测后不放回，直到检测出 2 件次品或者检测出 3 件正品时检测结束．

（1）求第一次检测出的是次品且第二次检测出的是正品的概率；

（2）已知每检测一件产品需要费用 100 元，设 X 表示直到检测出 2 件次品或者检测出 3 件正品时所需要的检测费用（单位：元），求 X 的分布列．

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．B

【解析】

因为圆 $x^2+y^2-6x-7=0$ 与抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 的准线相切，则圆心为（3,0），半径为 4，根据相切可知，圆心到直线的距离等于 半径，可知 p 的值为 2，选 B.

【详解】

请在此输入详解！

2．A

【解析】

根据直线平行的等价条件，求出 m 的值，结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

当 m=1 时，两直线方程分别为直线 l_1：x+y﹣ 1=0，l_2：x+y﹣ 2=0 满足 $l_1 \parallel l_2$，即充分性成立，

当 m=0 时，两直线方程分别为 y﹣ 1=0，和﹣ 2x﹣ 2=0，不满足条件.

当 m≠0 时，则 $l_1 \parallel l_2 \Rightarrow \dfrac{3m-2}{m}=\dfrac{m}{1}\neq\dfrac{-2}{-1}$，

由 $\dfrac{3m-2}{m}=\dfrac{m}{1}$ 得 $m^2-3m+2=0$ 得 m=1 或 m=2，

由 $\dfrac{m}{1}\neq\dfrac{-2}{-1}$ 得 m≠2，则 m=1，

即“m=1”是“$l_1 \parallel l_2$”的充要条件，

故答案为：A

（1）本题主要考查充要条件的判断，考查两直线平行的等价条件，意在考查学生对这些知识的掌握水平和分析推理能力.(2) 本题也可以利用下面的结论解答，直线 $a_1x+b_1y+c_1=0$ 和直线 $a_2x+b_2y+c_2=0$ 平行，则 $a_1b_2-a_2b_1=0$ 且两直线不重合,求出参数的值后要代入检验看两直线是否重合.

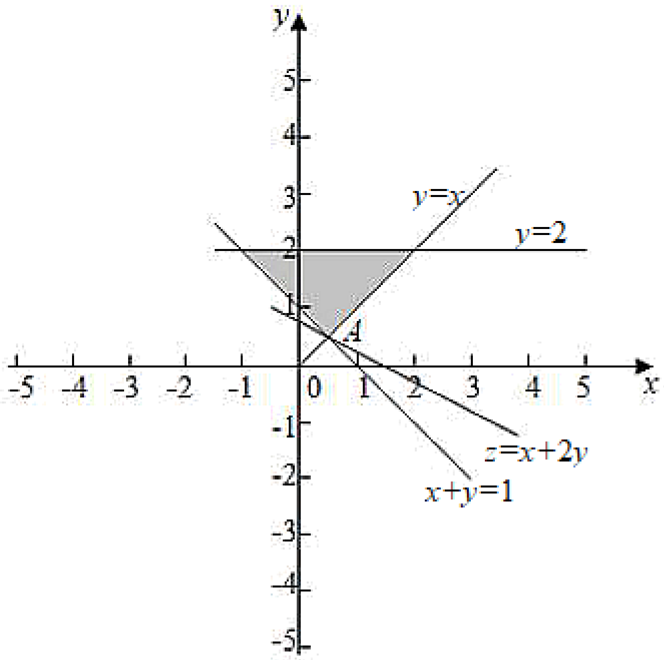
3．D

【解析】

根据约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，求出最优解的坐标，代入目标函数得答案

【详解】

作出不等式组$\begin{cases} y \le 2 \\ x + y \ge 1 \\ y \ge x \end{cases}$所表示的可行域如下图所示：



联立$\begin{cases} y = x \\ x + y = 1 \end{cases}$，得$x = y = \dfrac{1}{2}$，可得点$A\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$，

由$z = x + 2y$得$y = -\dfrac{1}{2}x + z$，平移直线$y = -\dfrac{1}{2}x + z$，

当该直线经过可行域的顶点A时，该直线在y轴上的截距最小，

此时z取最小值，即$z_{\min} = \dfrac{1}{2} + 2 \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2}$.

故选：D.

本题考查简单的线性规划，考查数形结合的解题思想方法，是基础题.

4．B

【解析】

利用等差数列性质，若$m+n=p+q$，则$a_m + a_n = a_p + a_q$ 求出$a_6=3$，再利用等差数列前n项和公式得

$S_{11}=\dfrac{11(a_1+a_{11})}{2}=11a_6=33$

【详解】

解：因为 $3 + a_5 = a_3 + a_8$，由等差数列性质，若$m+n=p+q$，则$a_m + a_n = a_p + a_q$得，

$\therefore a_6=3$.

S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则 $S_{11}=\frac{11(a_1+a_{11})}{2}=11a_6=33$.

故选： B .

本题考查等差数列性质与等差数列前 n 项和.

(1)如果 $\{a_n\}$ 为等差数列，若 $m+n=p+q$ ，则 $a_m+a_n=a_p+a_q\quad(m，n，p，q\in N^*)$.

(2)要注意等差数列前 n 项和公式的灵活应用，如 $S_{2n-1}=(2n-1)a_n$.

5．A

【解析】

根据双曲线的标准方程求出右顶点 A 、右焦点 F 的坐标，再求出过点 F 与 C 的一条渐近线的平行的直线方程，通过解方程组求出点 B 的坐标，最后利用三角形的面积公式进行求解即可.

【详解】

由双曲线的标准方程可知中： $a=3,b=4\therefore c=\sqrt{a^2+b^2}=5$ ，因此右顶点 A 的坐标为 $(3,0)$ ，右焦点 F 的坐标为 $(5,0)$ ，双曲线的渐近线方程为： $y=\pm\frac{4}{3}x$ ，根据双曲线和渐近线的对称性不妨设点 F 作平行 C 的一条渐近线 $y=\frac{4}{3}x$ 的直线与 C 交于点 B ，所以直线 FB 的斜率为 $\frac{4}{3}$ ，因此直线 FB 方程为： $y=\frac{4}{3}(x-5)$ ，因此点 B 的坐标是方程组：

$\begin{cases} y=\frac{4}{3}(x-5) \\ \frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1 \end{cases}$ 的解，解得方程组的解为： $\begin{cases} x=\frac{17}{5} \\ y=-\frac{32}{15} \end{cases}$ ，即 $B(\frac{17}{5},-\frac{32}{15})$ ，所以 $\triangle AFB$ 的面积为：

$\frac{1}{2}\times(5-3)\times\left|-\frac{32}{15}\right|=\frac{32}{15}$.

故选：A

本题考查了双曲线的渐近线方程的应用，考查了两直线平行的性质，考查了数学运算能力.

6．A

【解析】

建立平面直角坐标系，求出直线 $AB: y=\sqrt{3}(x+1)$ ， $AC: y=-\sqrt{3}(x-1)$

设出点 $E(m,\sqrt{3}(m+1)),F(n,-\sqrt{3}(n-1))$ ，通过 $|\overrightarrow{AE}|=2|\overrightarrow{CF}|$ ，找出 m 与 n 的关系.

通过数量积的坐标表示，将 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}$ 表示成 m 与 n 的关系式，消元，转化成 m 或 n 的二次函数，利用二次函数的相关知识，求出其值域，即为 $\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}$ 的取值范围.

【详解】

以 D 为原点，BC 所在直线为x轴，AD 所在直线为y轴建系，

设$A(0,\sqrt{3}),B(-1,0),C(1,0)$，则直线$AB: y=\sqrt{3}(x+1)$ ，$AC: y=-\sqrt{3}(x-1)$

设点$E(m,\sqrt{3}(m+1)),F(n,-\sqrt{3}(n-1))$，$-1\le m<0,0<n\le 1$

所以$\overrightarrow{AE}=(m,\sqrt{3}m),\overrightarrow{CF}=(n-1,-\sqrt{3}(n-1))$

由$|\overrightarrow{AE}|=2|\overrightarrow{CF}|$得$m^2=4(n-1)^2$ ，即$m=2(n-1)$ ，

所以$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}=mn-3(m+1)(n-1)=-4n^2+7n-3=-4(n-\frac{7}{8})^2+\frac{1}{16}$，

由$-1\le m=2(n-1)<0$及$0<n\le 1$，解得$\frac{1}{2}\le n<1$，由二次函数$y=-4(n-\frac{7}{8})^2+\frac{1}{16}$的图像知，$y\in[-\frac{1}{2},\frac{1}{16}]$，所以$\overrightarrow{DE}\cdot\overrightarrow{DF}$的取值范围是$[-\frac{1}{2},\frac{1}{16}]$．故选 A．

本题主要考查解析法在向量中的应用，以及转化与化归思想的运用.

7．C

【解析】

设$A\left(x_1,\frac{x_1^2}{4}\right),B\left(x_2,\frac{x_2^2}{4}\right),P(t,-3)$，根据导数的几何意义，求出切线斜率，进而得到切线方程，将P点坐标代入切线方程，抽象出直线AB方程，且过定点为已知圆的圆心，即可求解.

【详解】

圆$x^2+y^2-6y+5=0$可化为$x^2+(y-3)^2=4$.

设$A\left(x_1,\frac{x_1^2}{4}\right),B\left(x_2,\frac{x_2^2}{4}\right),P(t,-3)$，

则l_1,l_2的斜率分别为$k_1=\frac{x_1}{2},k_2=\frac{x_2}{2}$，

所以l_1,l_2的方程为$l_1: y=\frac{x_1}{2}\left(x-x_1\right)+\frac{x_1^2}{4}$，即$y=\frac{x_1}{2}x-y_1$，

$l_2: y=\frac{x_2}{2}\left(x-x_2\right)+\frac{x_2^2}{4}$，即$y=\frac{x_2}{2}x-y_2$，

由于l_1,l_2都过点$P(t,-3)$，所以$\begin{cases}-3=\frac{x_1}{2}t-y_1\\-3=\frac{x_2}{2}t-y_2\end{cases}$，

即$A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$都在直线$-3=\frac{x}{2}t-y$上，

所以直线 AB 的方程为 $-3=\frac{x}{2}t-y$，恒过定点 $(0,3)$，

即直线 AB 过圆心 $(0,3)$，

则直线 AB 截圆 $x^2+y^2-6y+5=0$ 所得弦长为 4.

故选:C.

本题考查直线与圆位置关系、直线与抛物线位置关系，抛物线两切点所在直线求解是解题的关键，属于中档题.

8．C

【解析】

A、B 利用不等式性质可判断，C、D 利用对数函数和指数函数的单调性判断.

【详解】

解：对于 A，Q 实数 $0<a<b$， $\therefore \frac{1}{a}>\frac{1}{b},\frac{c}{a}>\frac{c}{b}$ ，$c\le 0$ 不成立

对于 B． $c=0$ 不成立.

对于 C．利用对数函数 $y=\ln x$ 单调递增性质，即可得出.

对于 D. 指数函数 $y=(\frac{1}{2})^x$ 单调递减性质，因此不成立.

故选：C.

利用不等式性质比较大小．要注意不等式性质成立的前提条件．解决此类问题除根据不等式的性质求解外，还经常采用特殊值验证的方法.

9．C

【解析】

根据三角函数图像的变换与参数之间的关系，即可容易求得.

【详解】

为得到 $y=\frac{1}{2}cosx=\frac{1}{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$，

将 $y=\frac{1}{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），

故可得 $y=\frac{1}{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$；

再将 $y=\frac{1}{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，

故可得 $y=\frac{1}{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{2}cosx$.

故选：C.

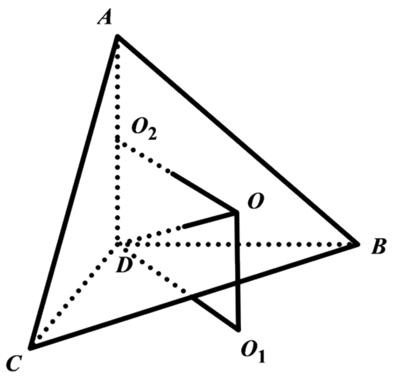
本题考查三角函数图像的平移，涉及诱导公式的使用，属基础题.

10．D

【解析】

如图所示，设 AD 的中点为 O_2，ΔBCD 的外接圆的圆心为 O_1，四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O，连接 OO_1,OO_2,OD，利用正弦定理可得 $DO_1=1$，利用球心的性质和线面垂直的性质可得四边形 OO_2DO_1 为平行四边形，最后利用勾股定理可求外接球的半径，从而可得外接球的表面积.

【详解】



如图所示，设 AD 的中点为 O_2，ΔBCD 外接圆的圆心为 O_1，四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O，连接 OO_1,OO_2,OD，则 $OO_1\perp$ 平面 BCD，$OO_2\perp AD$.

因为 $CD=BD=1,BC=\sqrt{3}$，故 $\cos\angle BDC=\frac{2-3}{2\times1\times1}=-\frac{1}{2}$，

因为 $\angle BDC\in(0,\pi)$，故 $\angle BDC=\frac{2\pi}{3}$.

由正弦定理可得 $2DO_1=\frac{\sqrt{3}}{\sin\frac{2\pi}{3}}=2$，故 $DO_1=1$，又因为 $AD=\sqrt{3}$，故 $DO_2=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

因为 $AD\perp DB,AD\perp CD,DB\cap CD=D$，故 $AD\perp$ 平面 BCD，所以 $OO_1//AD$，

因为 $AD\perp$ 平面 BCD，$DO_1\subset$ 平面 BCD，故 $AD\perp DO_1$，故 $OO_2//DO_1$，

所以四边形 OO_2DO_1 为平行四边形，所以 $OO_1=DO_2=\frac{\sqrt{3}}{2}$，