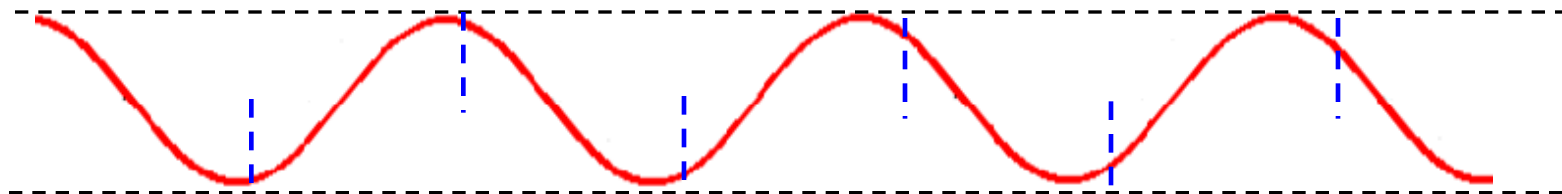


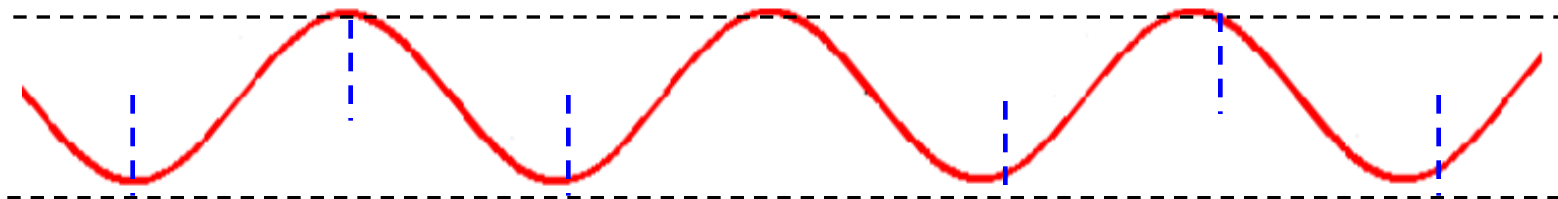


# 新课导入

观察



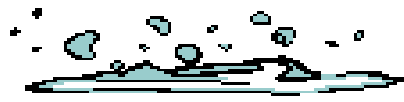
正弦函数的图像



余弦函数的图像



# 1.4.2正、余弦函数的性质





# 教学目的

## ➤ 知识与能力

能了解周期函数，周期函数的周期和最小正周期的定义；了解三角函数的奇、偶性和单调性。





## ➤ 过程与措施

掌握正、余弦函数的周期和最小正周期，并能求出正、余弦函数的最小正周期。掌握正、余弦函数的奇、偶性的判断，并能求出正、余弦函数的单调区间。





## ➤ 情感态度与价值观

能够根据函数图像而导出周期性，领略从特殊推广到一般的数学思想，体会三角函数图像所蕴涵的友好美，激发学数学的爱好。

激发学生学习数学的爱好和主动性，陶冶学生的情操，培养学生坚忍不拔的意志，实事求是的科学学习态度和勇于创新的精神。





# 教学重难点

## ➤ 要点:

正、余弦函数的周期性；正、余弦函数的奇、偶性和单调性。

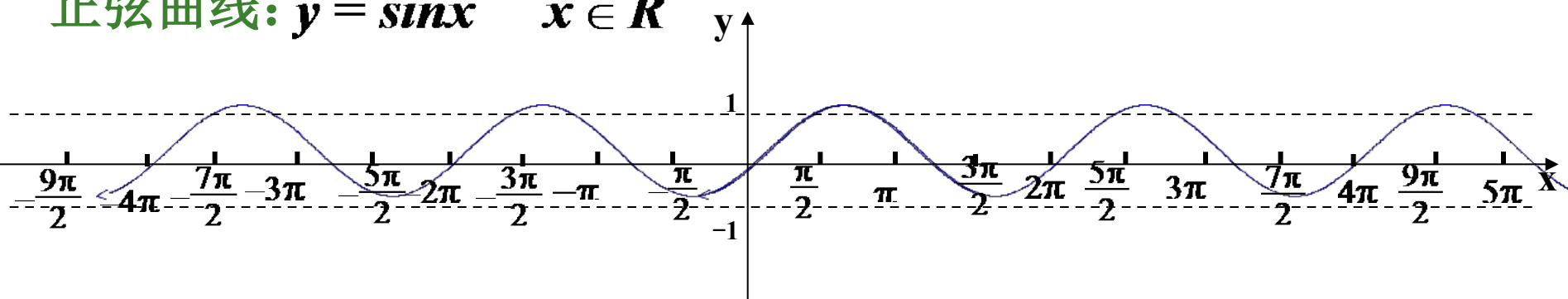
## ➤ 难点:

正、余弦函数周期性的了解与应用；正、余弦函数奇、偶性和单调性的了解与应用。

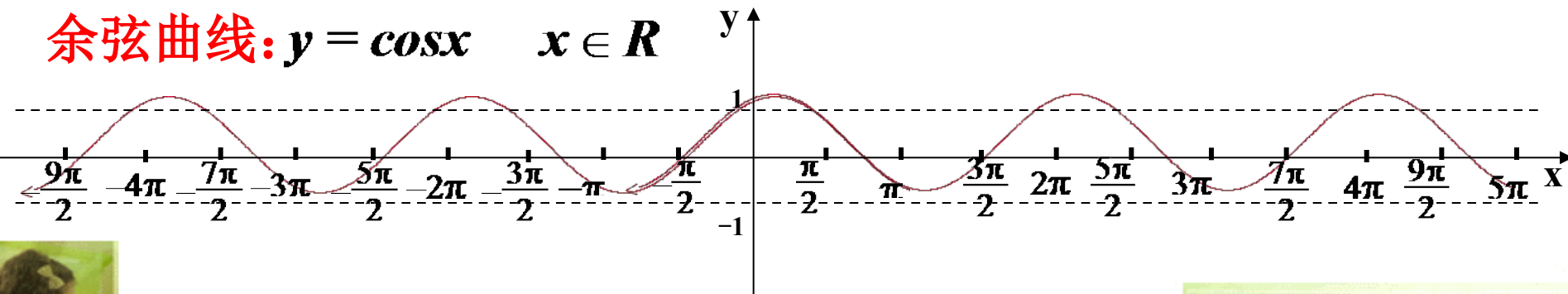


# 一、观察函数周期性

正弦曲线:  $y = \sin x \quad x \in R$



余弦曲线:  $y = \cos x \quad x \in R$





周期函数定义：对于函数 $f(x)$ ，假如存在一种非零常数 $T$ ，使得当 $x$ 取定义域内的每一种值时，都有

$$f(x+T)=f(x)$$

那么，函数 $f(x)$ 就叫做周期函数，非零常数 $T$ 叫做这个函数的周期。





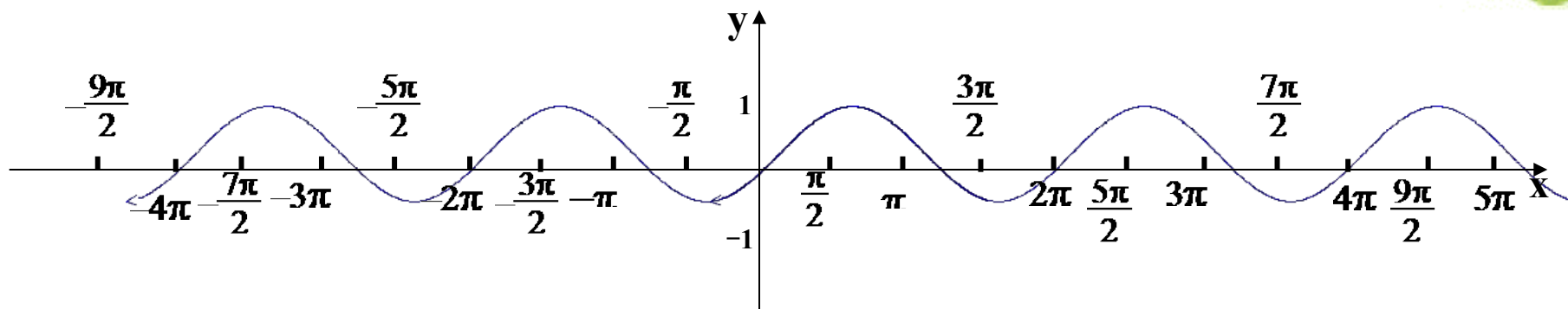


- 1、 $T$ 要是非零常数；
- 2、“每一种值”只要有一种反例，则 $f(x)$ 就不为周期函数（如 $f(x_0+t) \neq f(x_0)$ ）；
- 3、周期函数的周期 $T$ 往往是多值的（如 $y=\sin x$   $2\pi, 4\pi, \dots, -2\pi, -4\pi, \dots$ 都是周期）；
- 4、周期 $T$ 中最小的正数叫做 $f(x)$ 的最小正周期（有些周期函数没有最小正周期）。





正弦曲线:  $y = \sin x \quad x \in R$



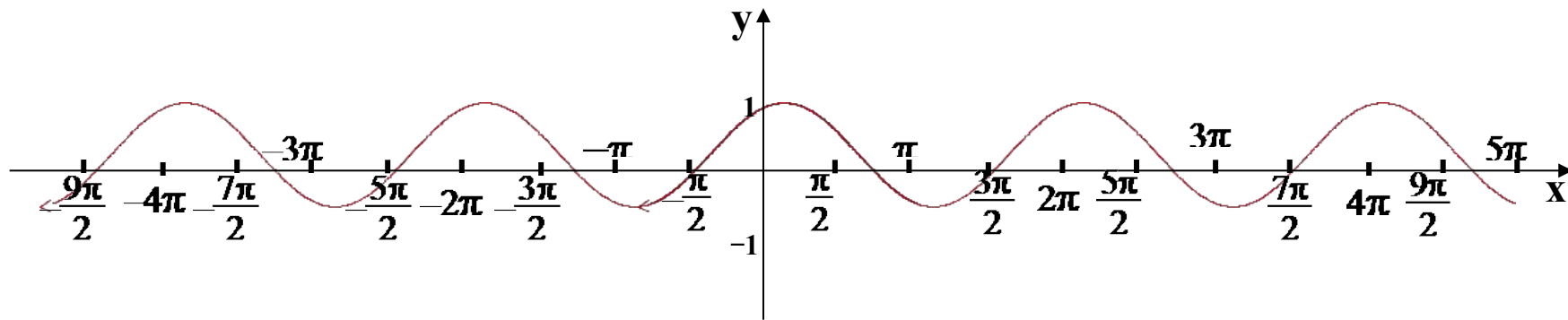
周期性:

正弦函数是周期函数  $2k\pi (k \in Z \text{ 且 } k \neq 0)$ , 最小正周期是  $2\pi$ 。





余弦曲线:  $y = \cos x \quad x \in R$



周期性:

余弦函数的周期为  $2k\pi$  ( $k \in Z$  且  $k \neq 0$ ), 最小正周期是  $2\pi$ 。





例1. 求下列函数的周期.

$$(1) y = 3 \cos x, x \in R,$$

$$(2) y = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right), x \in R.$$





解:

$$(1) \because 3 \cos(x + 2\pi) = 3 \cos x$$

$\therefore$  由周期函数的定义懂得, 原函数的周期为  $2\pi$ 。

$$(2) \because 2 \sin\left[\frac{1}{2}(x + 4\pi) - \frac{\pi}{6}\right] = 2 \sin\left[\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right) + 2\pi\right]$$
$$= 2 \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right)$$

$\therefore$  由周期函数的定义懂得, 原函数的周期为  $4\pi$ 。





注：由上面的得出：

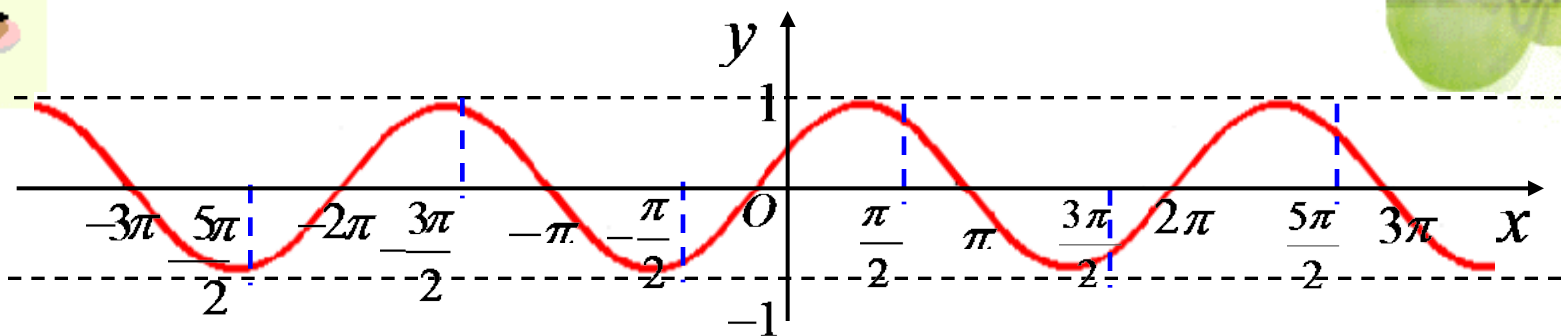
函数  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  的周期是  $\frac{2\pi}{\omega}$ ；

函数  $y = A \cos(\omega x + \varphi)$  的周期是  $\frac{2\pi}{\omega}$ 。

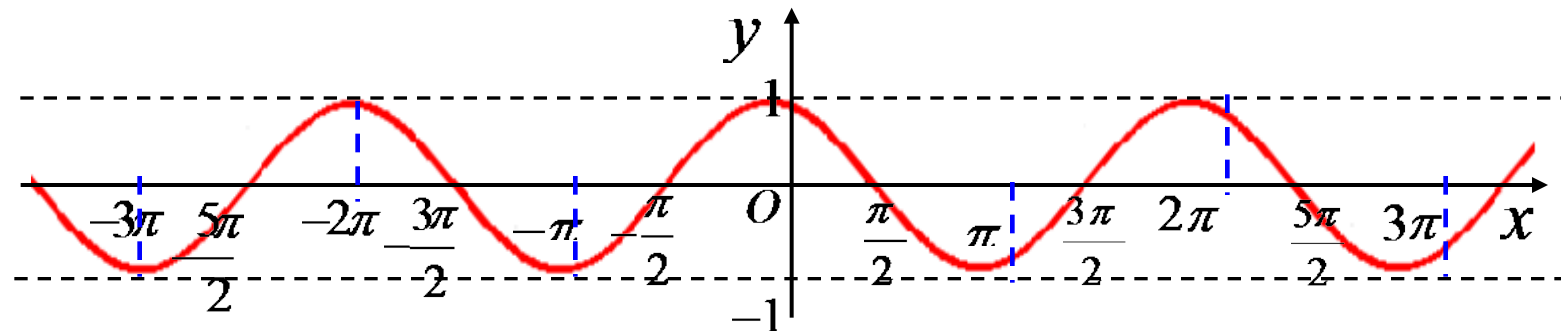




## 二、观察正余弦函数图像奇偶性



正弦函数的图像



余弦函数的图像

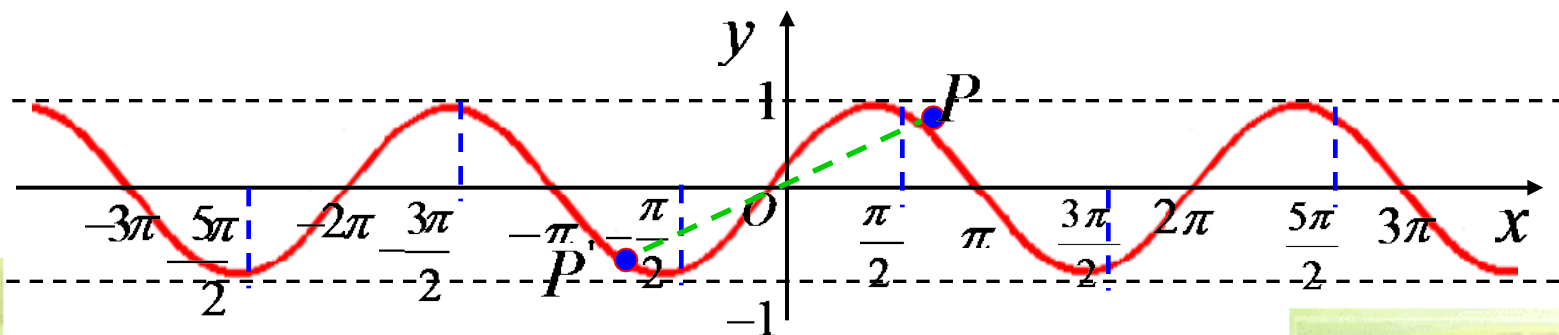
问题：它们的图像有什么特征？





这阐明：将正弦函数曲线绕原点旋转180度后所得的曲线能够和原来的曲线重叠。即正弦函数有关原点对称。正弦函数是奇函数。

## 正弦函数的图像







# 对称性

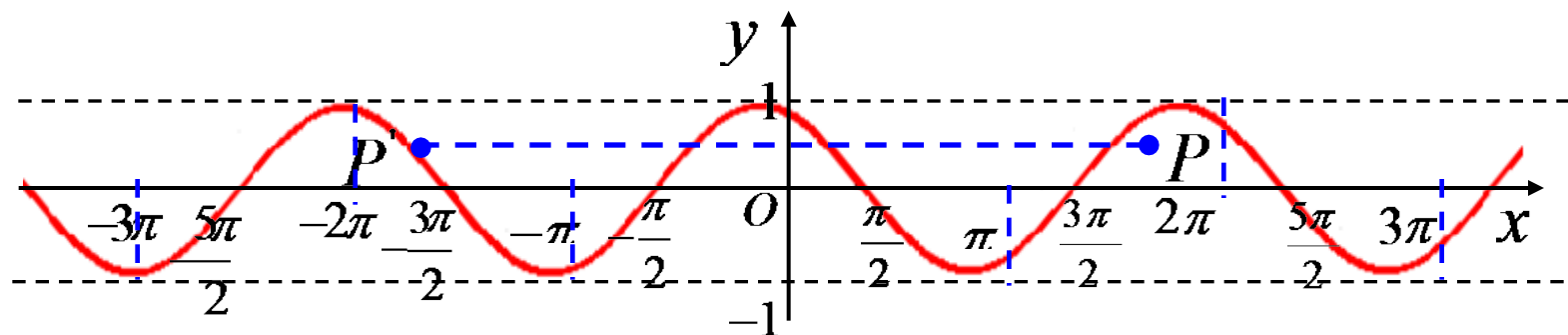
正弦曲线是**中心对称**图形，其全部的对称中心坐标为  $(k\pi, 0)$  ( $k \in \mathbf{Z}$ )。

同步还是**轴对称**图形，其全部的对称轴方程是  $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$  ( $k \in \mathbf{Z}$ )。





## 观察余弦函数的图像



这阐明若将余弦曲线延着  $y$  轴折叠， $y$  轴两旁的部分能够相互重叠，即余弦曲线有关  $y$  轴对称。

**余弦函数是偶函数。**





# 对称性

余弦曲线是**中心对称**图形，其全部的对称

中心坐标为  $(k\pi + \frac{\pi}{2}, 0)$  ( $k \in \mathbf{Z}$ )。

同步还是**轴对称**图形，其全部的对称

轴方程是  $x = k\pi$  ( $k \in \mathbf{Z}$ )。





### 三、复习函数的单调性

函数若在  $y = f(x)$ , 指定区间任取  $x_1, x_2$ ,  
且  $x_1 < x_2$ , 都有:

- 1、 $f(x_1) < f(x_2)$ , 则  $f(x)$  在这个区间上是 单增函数;
- 2、 $f(x_1) > f(x_2)$ , 则  $f(x)$  在这个区间上是 单减函数





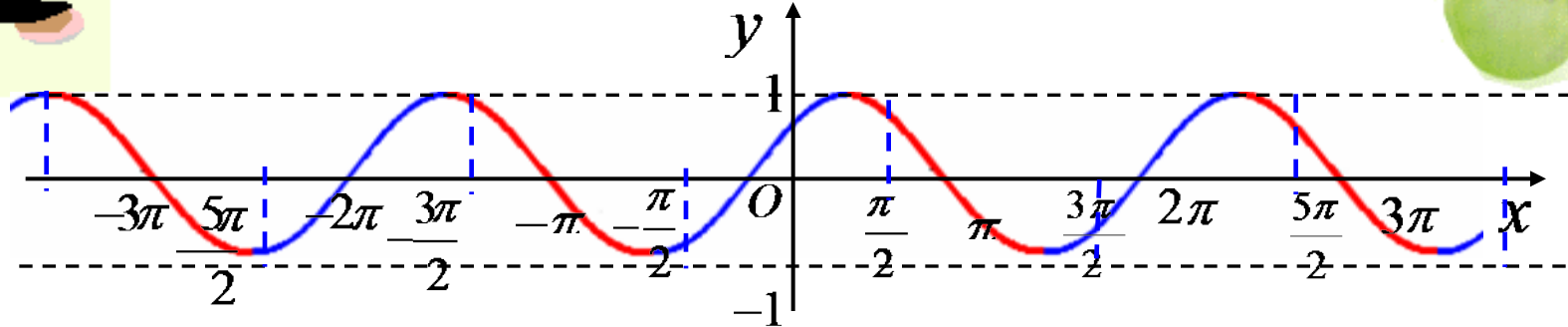
函数的单调性反应了函数在一种区间上的走向。

请仔细观察正余弦函数的图像，看看其是否具有此类性质？





## 先看正弦函数图像



当  $x$  在区间  $\dots \left[-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}\right] \cup \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right] \dots$  上时，  
曲线逐渐上升， $\sin \alpha$  的值由  $-1$  增大到  $1$ 。

当  $x$  在区间  $\dots \left[-\frac{7\pi}{2}, -\frac{5\pi}{2}\right] \cup \left[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right] \dots$   
上时，曲线逐渐下降， $\sin \alpha$  的值由  $1$  减小到  $-1$ 。



由正弦函数的周期性知：

正弦函数在每个闭区间  $[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi](k \in \mathbf{Z})$

都是**增函数**，其值从-1增大到1；

而在每个闭区间  $[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi](k \in \mathbf{Z})$ 上都是

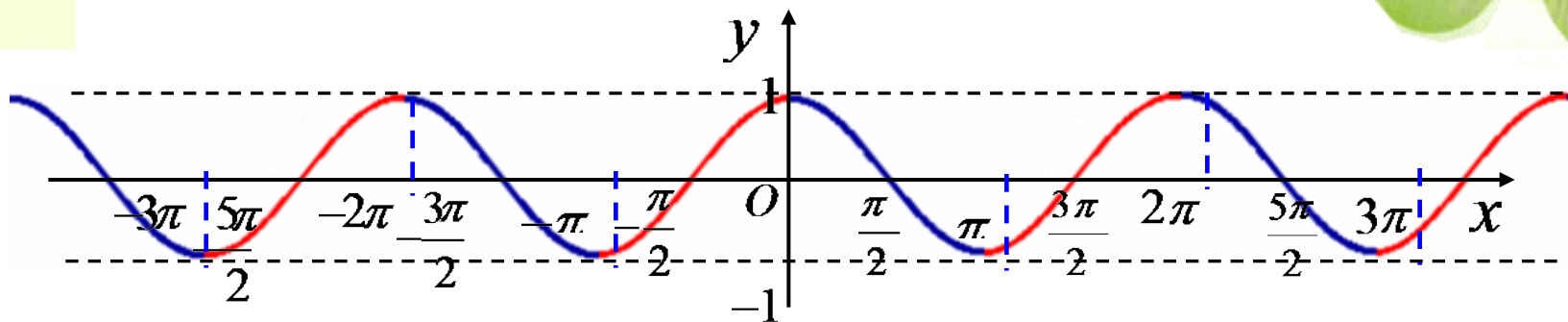
**减函数**，其值从1减小到-1。

我们在来观察余弦函数的图像，看看是否有类似的特征。





## 再来观察余弦函数图像



当  $x$  在区间  $\dots[-3\pi, -2\pi] \mid [-\pi, 0] \mid [\pi, 2\pi] \mid [3\pi, 4\pi] \dots$  上时，

曲线逐渐上升， $\cos \alpha$  的值由  $-1$  增大到  $1$ 。

当  $x$  在区间  $\dots[-2\pi, -\pi] \mid [0, \pi] \mid [2\pi, 3\pi] \dots$  上时，

曲线逐渐下降， $\sin \alpha$  的值由  $1$  减小到  $-1$ 。







由余弦函数的周期性知：

在每个闭区间  $[(2k - 1)\pi, 2k\pi]$  都是**增函数**，  
其值从-1增大到1；

而在每个闭区间  $[2k\pi, (2k + 1)\pi]$  上都是**减函数**，其值从1减小到-1。

当  $x \in \mathbb{R}$  时，即在整个定义域内并不单调，图像时而上升，时而下降，存在规范的单调区间。因为它们都是周期函数，所以在考虑函数增减的问题时，只要研究一种周期即可。





## 四、函数的最大值与最小值

正弦函数当且仅当  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$  时取得最大值1，正弦函数当且仅当  $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$  时取得最小值-1。

余弦函数当且仅当  $x = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$  时取得最大值1，余弦函数当且仅当  $x = \pi + 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$  时取得最小值-1。



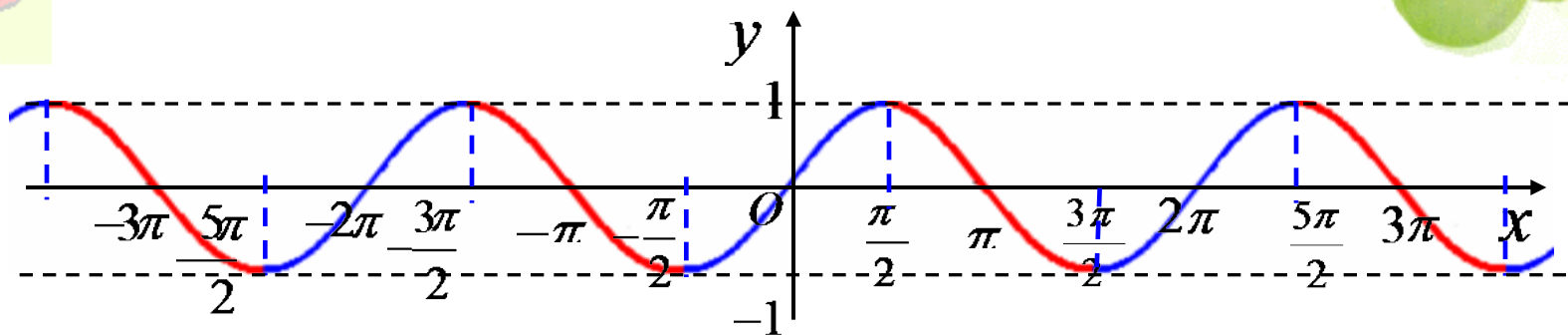
例2: 不求值, 判断下列各式的符号.

$$1、\sin\left(-\frac{\pi}{18}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{10}\right)$$

$$2、\cos\left(-\frac{23\pi}{5}\right) - \cos\left(-\frac{17\pi}{4}\right)$$

分析: 比较同名函数值的大小, 往往能够利用函数的单调性, 但需要考虑它是否在同一单调区间上, 若是, 即可判断, 若不是, 需化成同一单调区间后再作判断。





解: (1)  $\because -\frac{\pi}{2} < -\frac{\pi}{10} < -\frac{\pi}{18} < \frac{\pi}{2}$ , 且  $y = \sin x$  在  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  上增函数.

$$\therefore \sin(-\frac{\pi}{10}) < \sin(-\frac{\pi}{18}) \quad \text{即} \quad \sin(-\frac{\pi}{18}) - \sin(-\frac{\pi}{10}) > 0.$$





$$(2) \cos\left(-\frac{23\pi}{5}\right) = \cos\frac{23\pi}{5} = \cos\frac{3\pi}{5}$$

$$\cos\left(-\frac{17\pi}{4}\right) = \cos\frac{17\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4}$$

$\because 0 < \frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{5} < \pi$ , 且  $y = \cos x$  在  $[0, \pi]$  上是减函数,

$$\therefore \cos\frac{3\pi}{5} < \cos\frac{\pi}{4} \text{ 即 } \cos\frac{3\pi}{5} - \cos\frac{\pi}{4} < 0,$$

$$\therefore \cos\left(-\frac{23\pi}{5}\right) - \cos\left(-\frac{17\pi}{4}\right) < 0.$$





### 例3 求函数

$y = \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right), x \in [-2\pi, 2\pi]$ 的单调增区间

解: 令  $z = \frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}$ . 函数  $y = \sin z$  的单调递增区间是

$$\left[-\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$$

由  $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq \frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  得:

$$-\frac{5\pi}{3} + 4k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{3} + 4k\pi, k \in \mathbf{Z}$$



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/328000022023007014>