

2024 年中考数学二轮专题 压轴题培优练习 04

1. 已知点 $A(-2, 0)$, $B(3, 0)$, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 过 A, B 两点, 交 y 轴于点 C .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 P 是线段 AC 上一动点(不与 C 点重合), 作 $PQ \perp BC$ 交抛物线于点 Q , $PH \perp x$ 轴于点 H .

① 连结 CQ, BQ, PB , 当四边形 $PCQB$ 的面积为 $\frac{25}{4}$ 时, 求 P 点的坐标;

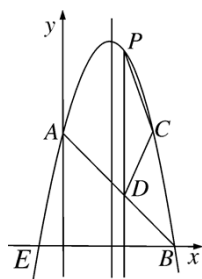
② 直接写出 $PH + PQ$ 的取值范围.

2. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点坐标为 $(2, 9)$, 与 y 轴交于点 $A(0, 5)$, 与 x 轴交于点 E, B .

(1) 求二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的表达式;

(2) 过点 A 作 AC 平行于 x 轴, 交抛物线于点 C , 点 P 为抛物线上的一点(点 P 在 AC 上方), 作 PD 平行于 y 轴交 AB 于点 D , 当点 P 在何位置时, 四边形 $APCD$ 的面积最大? 并求出最大面积;

(3) 若点 M 在抛物线上, 点 N 在其对称轴上, 使得以 A, E, N, M 为顶点的四边形是平行四边形, 且 AE 为其一边, 求点 M, N 的坐标.

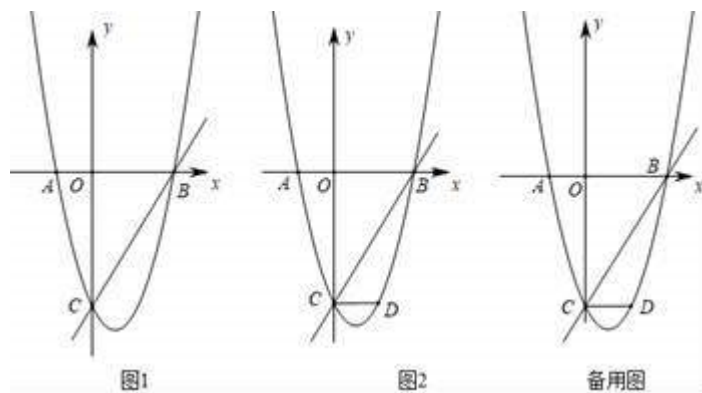


3.如图 1，一次函数 $y=\sqrt{3}x-4\sqrt{3}$ 的图象分别与 x 轴， y 轴交于 B ， C 两点，二次函数 $y=ax^2-\sqrt{3}x+c$ 的图象过 B ， C 两点，且与 x 轴交于另一点 A 。

(1)求二次函数的表达式；

(2)点 P 是二次函数图象的一个动点，设点 P 的横坐标为 m ，若 $\angle ABC=2\angle ABP$ 。求 m 的值；

(3)如图 2，过点 C 作 $CD\parallel x$ 轴交抛物线于点 D 。点 M 是直线 BC 上一动点，在坐标平面内是否存在点 N ，使得以点 C ， D ， M ， N 为顶点的四边形是菱形？若存在，请直接写出点 N 的坐标；若不存在，请说明理由。



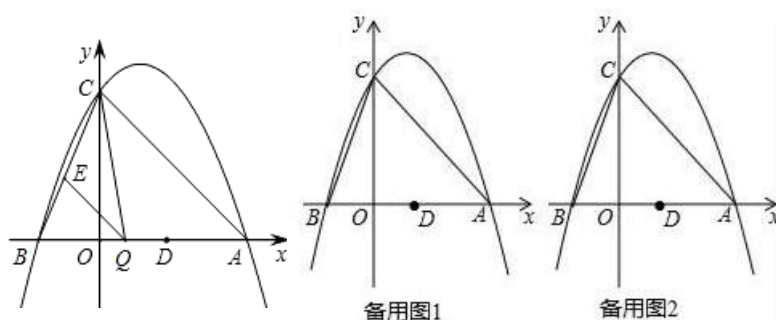
4.如图，抛物线 $y=ax^2-2ax+c(a\neq 0)$ 与 y 轴交于点 $C(0, 4)$ ，与 x 轴交于点 A 、 B ，点 A 坐标为 $(4, 0)$ 。

(1)求该抛物线的解析式；

(2)抛物线的顶点为 N ，在 x 轴上找一点 K ，使 $CK+KN$ 最小，并求出点 K 的坐标；

(3)点 Q 是线段 AB 上的动点，过点 Q 作 $QE\parallel AC$ ，交 BC 于点 E ，连接 CQ 。当 $\triangle CQE$ 的面积最大时，求点 Q 的坐标；

(4)若平行于 x 轴的动直线 l 与该抛物线交于点 P ，与直线 AC 交于点 F ，点 D 的坐标为 $(2, 0)$ 。问：是否存在这样的直线 l ，使得 $\triangle ODF$ 是等腰三角形？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。



5. 抛物线 $y = x^2 - (m+3)x + 3m$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于点 C (不与点 O 重合).

(1) 若点 A 在 x 轴的负半轴上，且 $\triangle OBC$ 为等腰直角三角形.

① 求抛物线的解析式;

② 在抛物线上是否存在一点 D ，使得点 O 为 $\triangle BCD$ 的外心，若存在，请求出点 D 的坐标，若不存在，请说明理由.

(2) 点 P 在抛物线对称轴上，且点 P 的纵坐标为 -9 ，将直线 PC 向下平移 n ($1 \leq n \leq 4$) 个单位长度得到直线 $P'C'$ ，若直线 $P'C'$ 与抛物线有且只有一个交点，求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.

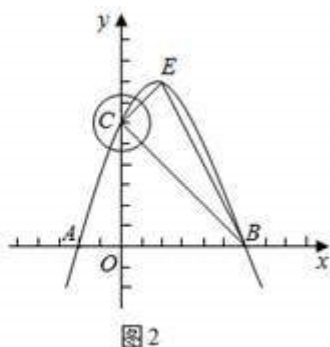
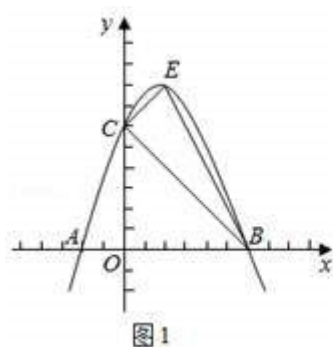
6.如图 1，在平面直角坐标系中，抛物线与 x 轴分别交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于点 $C(0, 6)$ ，抛物线的顶点坐标为 $E(2, 8)$ ，连结 BC 、 BE 、 CE 。

(1)求抛物线的表达式；

(2)判断 $\triangle BCE$ 的形状，并说明理由；

(3)如图 2，以 C 为圆心， $\sqrt{2}$ 为半径作 $\odot C$ ，在 $\odot C$ 上是否存在点 P ，使得 $BP + \frac{1}{2}EP$

的值最小，若存在，请求出最小值；若不存在，请说明理由。



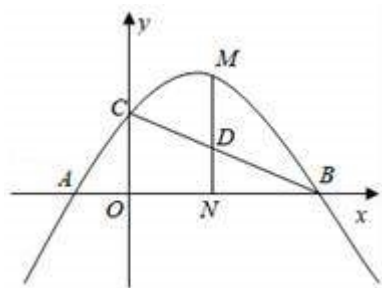
7.如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + 3$ 的对称轴是直线 $x = 2$ ，与

x 轴相交于 A ， B 两点(点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C 。

(I)求抛物线的解析式及顶点坐标；

(II) M 为第一象限内抛物线上的一个点，过点 M 作 $MN \perp x$ 轴于点 N ，交 BC 于点 D ，连接 CM ，当线段 $CM = CD$ 时，求点 M 的坐标；

(III)以原点 O 为圆心， AO 长为半径作 $\odot O$ ，点 P 为 $\odot O$ 上的一点，连接 BP ， CP ，求 $2PC + 3PB$ 的最小值。



8.如图 1，二次函数 $y_1=(x-2)(x-4)$ 的图象与 x 轴交于 A、B 两点(点 A 在点 B 的左侧)，其对称轴 l 与 x 轴交于点 C，它的顶点为点 D.

(1)写出点 D 的坐标_____.

(2)点 P 在对称轴 l 上，位于点 C 上方，且 $CP=2CD$ ，以 P 为顶点的二次函数 $y_2=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象过点 A.

①试说明二次函数 $y_2=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象过点 B;

②点 R 在二次函数 $y_1=(x-2)(x-4)$ 的图象上，到 x 轴的距离为 d ，当点 R 的坐标为_____时，二次函数 $y_2=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象上有且只有三个点到 x 轴的距离等于 $2d$;

③如图 2，已知 $0 < m < 2$ ，过点 $M(0, m)$ 作 x 轴的平行线，分别交二次函数 $y_1=(x-2)(x-4)$ 、 $y_2=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象于点 E、F、G、H(点 E、G 在对称轴 l 左侧)，过点 H 作 x 轴的垂线，垂足为点 N，交二次函数 $y_1=(x-2)(x-4)$ 的图象于点 Q，若 $\triangle GHN \sim \triangle EHQ$ ，求实数 m 的值.

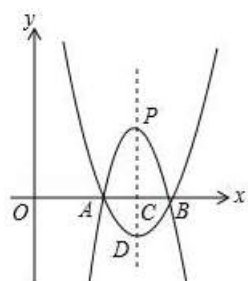


图1

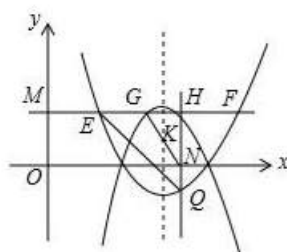


图2

答案解析

1.解: (1)∵抛物线 $y=ax^2+bx+4$ 过 $A(-2, 0)$, $B(3, 0)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} 4a-2b+4=0 \\ 9a+3b+4=0 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ b=\frac{2}{3} \end{cases},$$

∴抛物线的解析式为 $y=-\frac{2}{3}x^2+\frac{2}{3}x+4$;

(2)①由(1)知: $y=-\frac{2}{3}x^2+\frac{2}{3}x+4$,

当 $x=0$ 时, $y=4$, ∴ $C(0, 4)$,

在 $Rt\triangle BOC$ 中, $BC=5$,

$$\because PQ \perp BC, S_{\text{四边形} PCQB} = \frac{25}{4},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 5PQ = \frac{25}{4}, \therefore PQ = \frac{5}{2},$$

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+d$,

$$\text{则} \begin{cases} -2k+d=0 \\ d=4 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k=2 \\ d=4 \end{cases},$$

∴直线 AC 的解析式为 $y=2x+4$,

如图 1, 设 $P(t, 2t+4)$, $Q(s, -\frac{2}{3}s^2+\frac{2}{3}s+4)$,

过点 P 作 $PK \parallel x$ 轴, 过点 Q 作 $QK \parallel y$ 轴, 设 PK 交 y 轴于点 T , PQ 交 y 轴于点 F , 交

BC 于点 G , 则 $QK = -\frac{2}{3}s^2+\frac{2}{3}s+4 - (2t+4) = -\frac{2}{3}s^2+\frac{2}{3}s - 2t$, $PK = s - t$,

∵ $PQ \perp BC$, $PK \perp y$ 轴,

$$\therefore \angle CGF = \angle PTF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CFG = \angle PET,$$

$$\therefore \angle BCO = \angle QPK,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle QKP = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BCO \sim \triangle QPK,$$

$$\therefore \frac{PQ}{BC} = \frac{QK}{OB} = \frac{PK}{OC}, \text{ 即 } \frac{\frac{5}{2}}{5} = \frac{QK}{3} = \frac{PK}{4},$$

$$\therefore PK=2, QK=\frac{3}{2},$$

$$\therefore \begin{cases} s-t=2 \\ -\frac{2}{3}s^2+\frac{2}{3}s-2t=\frac{3}{2} \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} s_1=-1-\frac{\sqrt{19}}{2} \\ t_1=-3-\frac{\sqrt{19}}{2} \end{cases}, \begin{cases} s_2=-1+\frac{\sqrt{19}}{2} \\ t_2=-3+\frac{\sqrt{19}}{2} \end{cases},$$

$\therefore$ 点 P 是线段 AC 上一动点(不与 C 点重合),

$$\therefore -2 \leq t < 0,$$

$$t = -3 + \frac{1}{2}\sqrt{19}, 2t+4 = 2 \times (-3 + \frac{1}{2}\sqrt{19}) + 4 = \sqrt{19} - 2$$

$$\therefore P(-3 + \frac{1}{2}\sqrt{19}, \sqrt{19} - 2);$$

$$\textcircled{2} \text{ 由 } \textcircled{1} \text{ 得: } P(t, 2t+4), Q(s, -\frac{2}{3}s^2+\frac{2}{3}s+4), QK = -\frac{2}{3}s^2+\frac{2}{3}s-2t,$$

$$PK = s-t, \triangle BCO \sim \triangle QPK,$$

$$\therefore \frac{PQ}{BC} = \frac{QK}{OB} = \frac{PK}{OC}, \text{ 即 } \frac{PQ}{5} = \frac{QK}{3} = \frac{PK}{4},$$

$$\therefore PQ = \frac{5}{3}QK = \frac{5}{3}(-\frac{2}{3}s^2+\frac{2}{3}s-2t) = -\frac{10}{9}s^2+\frac{10}{9}s-\frac{10}{3}t,$$

$$\therefore 4QK = 3PK, \text{ 即 } 4(-\frac{2}{3}s^2+\frac{2}{3}s-2t) = 3(s-t),$$

$$\therefore t = -\frac{8}{15}s^2 - \frac{1}{15}s,$$

$$\therefore PQ+PH = -\frac{10}{9}s^2+\frac{10}{9}s-\frac{10}{3}t+2t+4$$

$$= -\frac{10}{9}s^2+\frac{10}{9}s-\frac{4}{3}(-\frac{8}{15}s^2-\frac{1}{15}s)+4 = -\frac{2}{5}(s-\frac{3}{2})^2+4.9,$$

$$\therefore -2 \leq t < 0,$$

$$\therefore -2 \leq -\frac{8}{15}s^2 - \frac{1}{15}s < 0,$$

$$\text{令 } -\frac{8}{15}s^2 - \frac{1}{15}s = 2, \text{ 解得: } s = -2 \text{ 或 } \frac{15}{8},$$

$$\text{令 } -\frac{8}{15}s^2 - \frac{1}{15}s = 0, \text{ 解得: } s = 0 \text{ 或 } -\frac{1}{8},$$

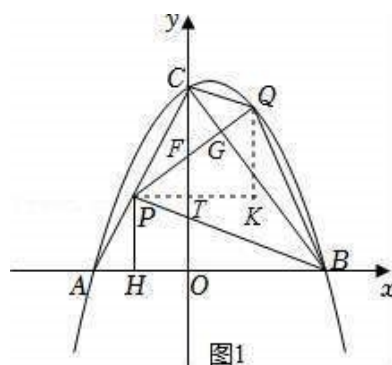
∵点 Q 在第一象限，即 $0 < s < 3$ ，

$$\therefore 0 < s \leq \frac{15}{8},$$

$$\therefore -\frac{2}{5} < 0,$$

∴当 $s = \frac{3}{2}$ ，即 $t = -1.3$ 时， $PQ + PH$ 取得最大值 4.9，

当 $x = 0$ 时， $PQ + PH$ 取得最小值， $\therefore 4 < PQ + PH \leq 4.9$.



2.解：(1)设抛物线解析式为 $y = a(x - 2)^2 + 9$ ，

∵抛物线与 y 轴交于点 $A(0, 5)$ ，

$$\therefore 4a + 9 = 5,$$

$$\therefore a = -1,$$

$$\therefore y = -(x - 2)^2 + 9 = -x^2 + 4x + 5;$$

(2)当 $y = 0$ 时， $-x^2 + 4x + 5 = 0$ ，

$$\therefore x_1 = -1, x_2 = 5, \therefore E(-1, 0), B(5, 0).$$

设直线 AB 的解析式为 $y = mx + n$ ，

$$\therefore A(0, 5), B(5, 0),$$

$$\therefore m = -1, n = 5,$$

∴直线 AB 的解析式为 $y = -x + 5$.

设 $P(x, -x^2 + 4x + 5)$ ，

$$\therefore D(x, -x + 5),$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/328017067073006072>