

2023-2024 学年广东省颜锡祺中学高三 5 月高考模拟考试数学试题试卷

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $f(x) = \cos x \sin 2x$ ，下列结论不正确的是（ ）

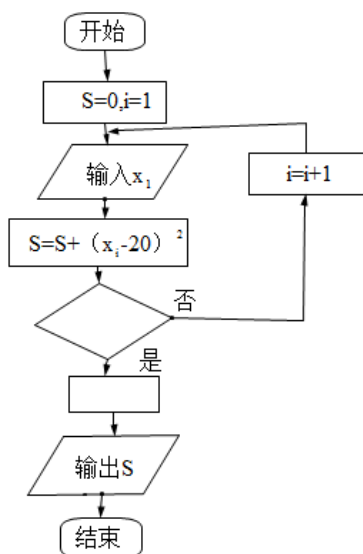
A. $y = f(x)$ 的图像关于点 $(\pi, 0)$ 中心对称 B. $y = f(x)$ 既是奇函数，又是周期函数

C. $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称 D. $y = f(x)$ 的最大值是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 框图与程序是解决数学问题的重要手段，实际生活中的一些问题在抽象为数学模型之后，可以制作框图，编写程序，

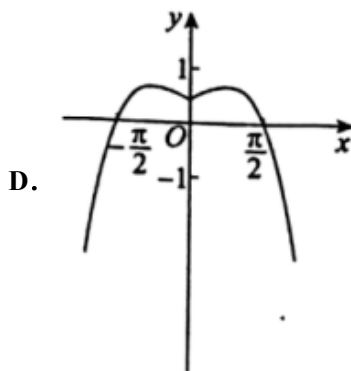
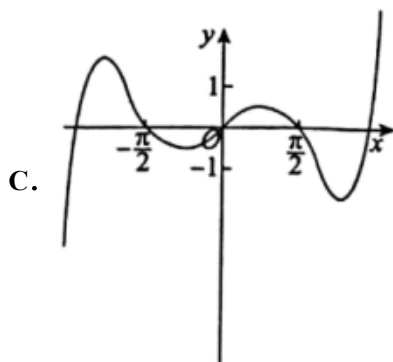
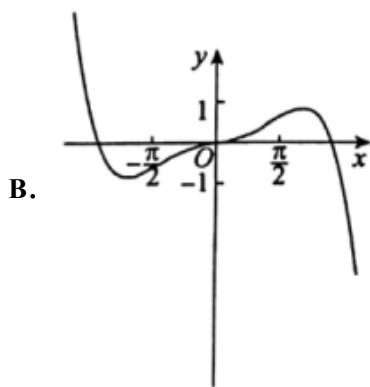
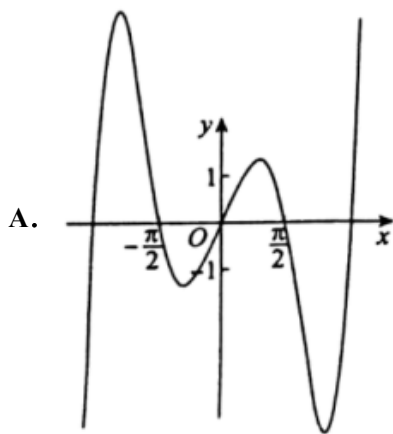
得到解决，例如，为了计算一组数据的方差，设计了如图所示的程序框图，其中输入 $x_1 = 15$ ， $x_2 = 16$ ， $x_3 = 18$ ，

$x_4 = 20$ ， $x_5 = 22$ ， $x_6 = 24$ ， $x_7 = 25$ ，则图中空白框中应填入（ ）



A. $i > 6$ ， $S = \frac{S}{7}$ B. $i \leq 6$ ， $S = \frac{S}{7}$ C. $i > 6$ ， $S = 7S$ D. $i \leq 6$ ， $S = 7S$

3. 函数 $f(x) = \frac{1}{8}e^{|x|} \sin 2x$ 的部分图象大致是（ ）



4. 设 $z = \frac{2}{1+i} + (1+i)^2$ (i 是虚数单位), 则 $|z| =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. 1 C. 2 D. $\sqrt{5}$

5. 复数 $z = \frac{i}{1+2i}$ 的共轭复数在复平面内所对应的点位于()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

6. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦距为 $2c$, 过左焦点 F_1 作斜率为 1 的直线交双曲线 C 的右支于点 P , 若线段 PF_1 的中点在圆 $O: x^2 + y^2 = c^2$ 上, 则该双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}+1$ D. $2\sqrt{2}+1$

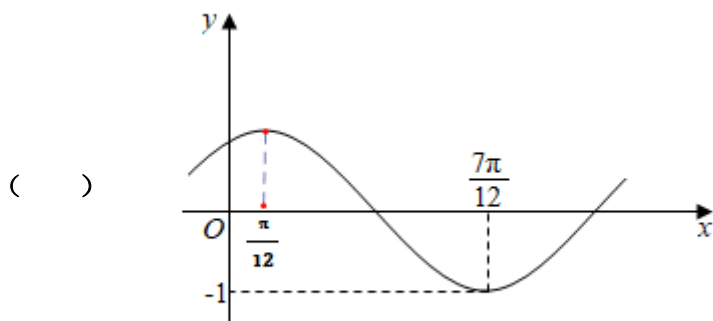
7. 已知函数 $y = f(x)$ 在 R 上可导且 $f(x) < f'(x)$ 恒成立, 则下列不等式中一定成立的是 ()

- A. $f(3) > e^3 f(0)$ 、 $f(2018) > e^{2018} f(0)$
 B. $f(3) < e^3 f(0)$ 、 $f(2018) > e^{2018} f(0)$
 C. $f(3) > e^3 f(0)$ 、 $f(2018) < e^{2018} f(0)$
 D. $f(3) < e^3 f(0)$ 、 $f(2018) < e^{2018} f(0)$

8. 已知点 A 是抛物线 $x^2 = 4y$ 的对称轴与准线的交点, 点 F 为抛物线的焦点, 点 P 在抛物线上且满足 $|PA| = m|PF|$, 若 m 取得最大值时, 点 P 恰好在以 A, F 为焦点的椭圆上, 则椭圆的离心率为 ()

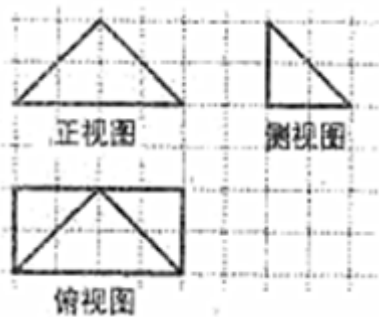
- A. $\sqrt{3} - 1$ B. $\sqrt{2} - 1$ C. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$

9. 函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的图象如图所示, 为了得到 $g(x) = \cos \omega x$ 的图象, 可将 $f(x)$ 的图象



- A. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位
C. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位 D. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

10. 如图, 正方形网格纸中的实线图形是一个多面体的三视图, 则该多面体各表面所在平面互相垂直的有 ()



- A. 2 对 B. 3 对
C. 4 对 D. 5 对

11. 记 $f(x) = x - [x]$ 其中 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数 $g(x) = \begin{cases} kx, & x \geq 0 \\ -\frac{1}{x}, & x < 0 \end{cases}$, 若方程在 $f(x) = g(x)$ 在 $[-5, 5]$ 有 7 个不同的实数根, 则实数 k 的取值范围()

- A. $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{5}\right]$ B. $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{5}\right]$ C. $\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{4}\right)$ D. $\left[\frac{1}{5}, \frac{1}{4}\right)$

12. 已知 $f(x)$ 为定义在 R 上的奇函数, 若当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 2^x + x + m$ (m 为实数), 则关于 x 的不等式

$-2 < f(x-1) < 2$ 的解集是 ()

- A. $(0,2)$ B. $(-2,2)$ C. $(-1,1)$ D. $(1,3)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. (5 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，过点 $(0,2)$ 作倾斜角为 135° 的直线 l ，已知直线 l 与圆 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 相交于 A, B 两点，则弦 AB 的长等于_____.

14. 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 F ，过点 F 且倾斜角为 45° 的直线与双曲线 C 的两条渐近线顺次交于 A, B 两点若 $\overrightarrow{FB} = 3\overrightarrow{FA}$ ，则 C 的离心率为_____.

15. $(x+1)^4$ 的展开式中 x^2 的系数为_____.

16. 已知复数 $z = 1 + 2i$ ，其中 i 为虚数单位，则 z^2 的模为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 随着改革开放的不断深入，祖国不断富强，人民的生活水平逐步提高，为了进一步改善民生，2019 年 1 月 1 日起我国实施了个人所得税的新政策，其政策的主要内容包括：(1) 个税起征点为 5000 元；(2) 每月应纳税所得额(含税) = 收入 - 个税起征点 - 专项附加扣除；(3) 专项附加扣除包括①赡养老人费用②子女教育费用③继续教育费用④大病医疗费用……等。其中前两项的扣除标准为：①赡养老人费用：每月扣除 2000 元②子女教育费用：每个子女每月扣除 1000 元。新个税政策的税率表部分内容如下：

级数	一级	二级	三级	四级	...
每月应纳税所得额(含税)	不超过 3000 元的部分	超过 3000 元至 12000 元的部分	超过 12000 元至 25000 元的部分	超过 25000 元至 35000 元的部分	...
税率(%)	3	10	20	25	...

(1) 现有李某月收入 29600 元，膝下有一名子女，需要赡养老人，除此之外，无其它专项附加扣除。请问李某月应缴纳的个税金额为多少？

(2) 为研究月薪为 20000 元的群体的纳税情况，现收集了某城市 500 名的公司白领的相关资料，通过整理资料可知，有一个孩子的有 400 人，没有孩子的有 100 人，有一个孩子的人中有 300 人需要赡养老人，没有孩子的人中有 50 人需要赡养老人，并且他们均不符合其它专项附加扣除(受统计的 500 人中，任何两人均不在一个家庭)。若他们的月收入均为 20000 元，依据样本估计总体的思想，试估计在新个税政策下这类人群缴纳个税金额 X 的分布列与期望。

18. (12 分) 如图，设 A 是由 $n \times n$ 个实数组成的 n 行 n 列的数表，其中 $a_{ij} (i, j = 1, 2, 3, \dots, n)$ 表示位于第 i 行第 j 列的实数，且 $a_{ij} \in \{1, -1\}$. 记 $S(n, n)$ 为所有这样的数表构成的集合. 对于 $A \in (n, n)$ ，记 $r_i(A)$ 为 A 的第 i 行各数之积，

$c_j(A)$ 为 A 的第 j 列各数之积. 令 $l(A) = \sum_{i=1}^n r_i(A) + \sum_{j=1}^n c_j(A)$

a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
a_{21}	a_{22}		a_{2n}
...	...	...	...
a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nn}

(I) 请写出一个 $A \in S(4, 4)$, 使得 $l(A)=0$;

(II) 是否存在 $A \in S(9, 9)$, 使得 $l(A)=0$? 说明理由;

(III) 给定正整数 n , 对于所有的 $A \in S(n, n)$, 求 $l(A)$ 的取值集合.

19. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 且椭圆 C 的一个焦点与抛物线 $y^2 = 4\sqrt{3}x$ 的焦点重合.过点 $E(1,0)$ 的直线 l 交椭圆 C 于 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 两点, O 为坐标原点.

- (1) 若直线 l 过椭圆 C 的上顶点, 求 $\triangle MON$ 的面积;
- (2) 若 A, B 分别为椭圆 C 的左、右顶点, 直线 MA, NB, MB 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3 , 求 $k_3(k_1 + k_2)$ 的值.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{(x^2 + ax - a)}{e^x}$, 其中 $a \in R$.

- (1) 当 $a = 0$ 时, 求 $f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 的切线方程;
- (2) 求证: $f(x)$ 的极大值恒大于 0.

21. (12 分) 已知矩阵 $M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & a \end{bmatrix}$ 的一个特征值为 3, 求另一个特征值及其对应的一个特征向量.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - ae^x - 2a^2x$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 若 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

通过三角函数的对称性以及周期性，函数的最值判断选项的正误即可得到结果。

【详解】

解：A： $f(2\pi - x) = \cos(2\pi - x)\sin 2(2\pi - x) = -\cos x \sin 2x = -f(x)$ ，正确；

B： $f(-x) = \cos(-x)\sin 2(-x) = -\cos x \sin 2x = -f(x)$ ，为奇函数，周期函数，正确；

C： $f(\pi - x) = \cos(\pi - x)\sin 2(\pi - x) = \cos x \sin 2x = f(x)$ ，正确；

D： $y = 2\sin x \cos^2 x = 2\sin x - 2\sin^3 x$ ，令 $t = \sin x$ ， $t \in [-1, 1]$ 则 $g(t) = 2t - 2t^3$ ， $g'(t) = 2 - 6t^2$ ， $t \in [-1, 1]$ ，则

$-\frac{\sqrt{3}}{3} < t < \frac{\sqrt{3}}{3}$ 时 $g'(t) > 0$ ， $-1 < t < -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $1 > t > \frac{\sqrt{3}}{3}$ 时 $g'(t) < 0$ ，即 $g(t)$ 在 $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 上单调递增，在

$\left(-1, -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 和 $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$ 上单调递减；

且 $g\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{4\sqrt{3}}{9}$ ， $g(-1) = 0$ ， $\therefore y_{\max} = g\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{4\sqrt{3}}{9} < \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，故 D 错误。

故选：D。

【点睛】

本题考查三角函数周期性和对称性的判断，利用导数判断函数最值，属于中档题。

2、A

【解析】

依题意问题是 $S = \frac{1}{7}[(x_1 - 20)^2 + (x_2 - 20)^2 + \dots + (x_7 - 20)^2]$ ，然后按直到型验证即可。

【详解】

根据题意为了计算 7 个数的方差，即输出的 $S = \frac{1}{7}[(x_1 - 20)^2 + (x_2 - 20)^2 + \dots + (x_7 - 20)^2]$ ，

观察程序框图可知，应填入 $i > 6$ ， $S = \frac{S}{7}$ ，

故选：A.

【点睛】

本题考查算法与程序框图，考查推理论证能力以及转化与化归思想，属于基础题.

3、C

【解析】

判断函数的性质，和特殊值的正负，以及值域，逐一排除选项.

【详解】

$f(-x) = -f(x)$ ， $\therefore$ 函数是奇函数，排除 D ，

$x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时， $f(x) > 0$ ， $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 时， $f(x) < 0$ ，排除 B ，

当 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时， $\sin 2x \in (0, 1)$ ， $\frac{1}{8}e^{|x|} \in \left(\frac{1}{8}, \frac{1}{8}e^{\frac{\pi}{2}}\right) \subset (0, 1)$

$\therefore x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时， $f(x) \in (0, 1)$ ，排除 A ，

C 符合条件，故选 C .

【点睛】

本题考查了根据函数解析式判断函数图象，属于基础题型，一般根据选项判断函数的奇偶性，零点，特殊值的正负，以及单调性，极值点等排除选项.

4、A

【解析】

先利用复数代数形式的四则运算法则求出 z ，即可根据复数的模计算公式求出 $|z|$.

【详解】

$\because z = \frac{2}{1+i} + (1+i)^2 = 1-i+2i = 1+i$ ， $\therefore |z| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查复数代数形式的四则运算法则的应用，以及复数的模计算公式的应用，属于容易题.

5、D

【解析】

由复数除法运算求出 z ，再写出其共轭复数，得共轭复数对应点的坐标. 得结论.

【详解】

$$z = \frac{i}{1+2i} = \frac{i(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{i+2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}i, \quad \bar{z} = \frac{2}{5} - \frac{1}{5}i, \text{ 对应点为 } (\frac{2}{5}, -\frac{1}{5}), \text{ 在第四象限.}$$

故选：D.

【点睛】

本题考查复数的除法运算，考查共轭复数的概念，考查复数的几何意义．掌握复数的运算法则是解题关键．

6、C

【解析】

设线段 PF_1 的中点为 A ，判断出 A 点的位置，结合双曲线的定义，求得双曲线的离心率．

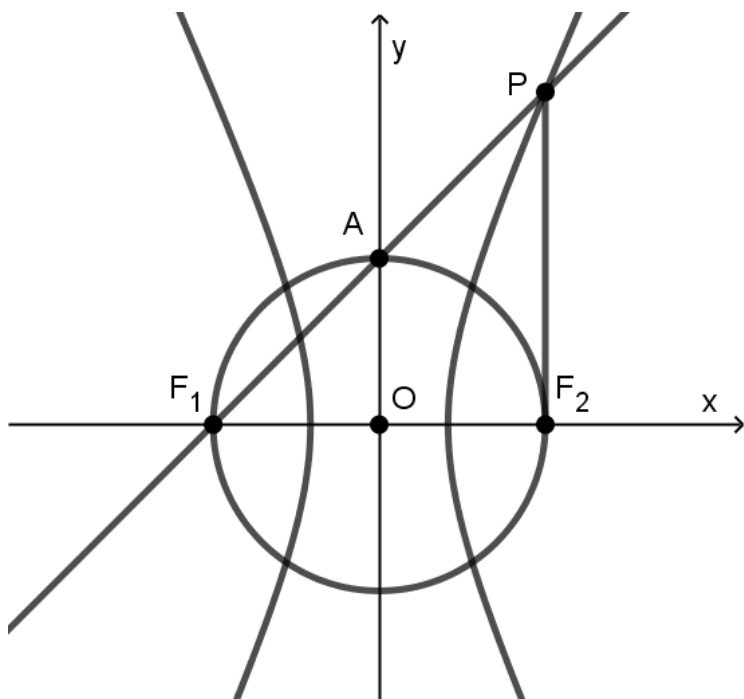
【详解】

设线段 PF_1 的中点为 A ，由于直线 F_1P 的斜率是 1，而圆 $O: x^2 + y^2 = c^2$ ，所以 $A(0, c)$ ．由于 O 是线段 F_1F_2 的中点，

所以 $|PF_2| = 2|OA| = 2c$ ，而 $|PF_1| = 2|AF_1| = 2 \times \sqrt{2}c = 2\sqrt{2}c$ ，根据双曲线的定义可知 $|PF_1| - |PF_2| = 2a$ ，即

$$2\sqrt{2}c - 2c = 2a, \text{ 即 } \frac{c}{a} = \frac{2}{2\sqrt{2}-2} = \sqrt{2} + 1.$$

故选：C



【点睛】

本小题主要考查双曲线的定义和离心率的求法，考查直线和圆的位置关系，考查数形结合的数学思想方法，属于中档题．

7、A

【解析】

设 $g(x) = \frac{f(x)}{e^x}$ ，利用导数和题设条件，得到 $g'(x) > 0$ ，得出函数 $g(x)$ 在 R 上单调递增，

得到 $g(0) < g(3) < g(2018)$ ，进而变形即可求解.

【详解】

由题意，设 $g(x) = \frac{f(x)}{e^x}$ ，则 $g'(x) = \frac{f'(x)e^x - f(x)(e^x)'}{e^{2x}} = \frac{f'(x) - f(x)}{e^x}$ ，

又由 $f(x) < f'(x)$ ，所以 $g'(x) = \frac{f'(x) - f(x)}{e^x} > 0$ ，即函数 $g(x)$ 在 R 上单调递增，

则 $g(0) < g(3) < g(2018)$ ，即 $\frac{f(0)}{e^0} = f(0) < \frac{f(3)}{e^3} < \frac{f(2018)}{e^{2018}}$ ，

变形可得 $f(3) > e^3 f(0)$ ， $f(2018) > e^{2018} f(0)$.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了利用导数研究函数的单调性及其应用，以及利用单调性比较大小，其中解答中根据题意合理构造新函数，利用新函数的单调性求解是解答的关键，着重考查了构造思想，以及推理与计算能力，属于中档试题.

8、B

【解析】

设 $P(x, y)$ ，利用两点间的距离公式求出 m 的表达式，结合基本不等式的性质求出 m 的最大值时的 P 点坐标，结合椭圆的定义以及椭圆的离心率公式求解即可.

【详解】

设 $P(x, y)$ ，因为 A 是抛物线 $x^2 = 4y$ 的对称轴与准线的交点，点 F 为抛物线的焦点，

所以 $A(0, -1), F(0, 1)$ ，

$$\text{则 } m = \frac{|PA|}{|PF|} = \frac{\sqrt{(y+1)^2 + x^2}}{\sqrt{(y-1)^2 + x^2}} = \frac{\sqrt{(y+1)^2 + 4y}}{\sqrt{(y-1)^2 + 4y}}$$

$$= \sqrt{1 + \frac{4y}{y^2 + 2y + 1}},$$

当 $y = 0$ 时， $m = 1$ ，

$$\text{当 } y > 0 \text{ 时， } m = \sqrt{1 + \frac{4y}{y^2 + 2y + 1}} = \sqrt{1 + \frac{4}{y + \frac{1}{y} + 2}} \leq \sqrt{1 + \frac{4}{2 + 2\sqrt{y \cdot \frac{1}{y}}}} = \sqrt{2},$$

当且仅当 $y = 1$ 时取等号， $\therefore$ 此时 $P(\pm 2, 1)$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/328054070030006134>