

2023—2024 学年度九（下）数学模拟测试卷

考试时间：120 分钟 满分：120 分

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 2023 的相反数等于（ ）

- A. 2023 B. -2023 C. $\frac{1}{2023}$ D. $-\frac{1}{2023}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了相反数的定义，掌握只有符号不同的两个数叫做互为相反数是解题的关键。根据相反数的定义即可得出答案。

解：2023 的相反数等于 -2023。

故选：B。

2. 下列事件：（1）“武汉明天是晴天”；（2）“铅球漂浮在水面上”；其中是随机事件的是（ ）

- A. 只有（2） B. 只有（1） C. （1）（2） D. 无

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了随机事件，正确理解定义是解题的关键。

根据可能发生的事件叫做随机事件判断即可。

解：（1）“武汉明天是晴天”是随机事件；

（2）“铅球漂浮在水面上”是不可能事件，

故选：B。

3. 下列校徽主体图案是中心对称图形的是（ ）



【答案】A

【解析】

【分析】直接根据中心对称图形的定义进行判断即可.

解: A. 能找到一个点, 此图形绕点旋转 180° 后能与自身重合, 此图形是中心对称图形, 故此选项符合题意;

B. 找不到一个点, 此图形绕点旋转 180° 后能与自身重合, 此图形不是中心对称图形, 故此选项不符合题意;

C. 找不到一个点, 此图形绕点旋转 180° 后能与自身重合, 此图形不是中心对称图形, 故此选项不符合题意;

D. 找不到一个点, 此图形绕点旋转 180° 后能与自身重合, 此图形不是中心对称图形, 故此选项不符合题意.

故选: A.

【点睛】本题考查了中心对称图形的识别, 一个平面图形绕某点旋转 180° 后能与自身重合, 则这个图形是中心对称图形, 正确理解中心对称图形的定义是解题的关键.

4. 下列运算结果是 a^4 的是 ()

A. $-(a^2)^2$ B. $a^2 + a^2$ C. $(-2a^2)^2$ D. $-2a^6 \div (-2a^2)$

【答案】D

【解析】

【分析】根据幂的乘方、合并同类项、积的乘方、同底数幂的除法运算法则逐一判断即可.

解: A、 $-(a^2)^2 = -a^4$, 不符合题意;

B、 $a^2 + a^2 = 2a^2$, 不符合题意;

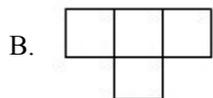
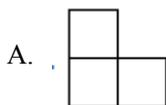
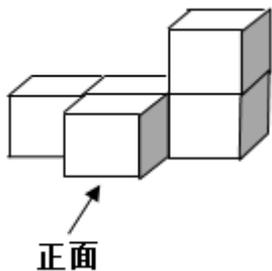
C、 $(-2a^2)^2 = 4a^4$, 不符合题意;

D、 $-2a^6 \div (-2a^2) = a^4$, 符合题意.

故选: D.

【点睛】本题考查了幂的乘方, 底数不变, 指数相乘; 合并同类项, 字母和指数不变, 只把系数相加减; 积的乘方, 等于乘方的积; 同底数幂的除法, 底数不变, 指数相减; 熟练掌握相关概念、仔细计算是解题的关键.

5. 如图是由5个大小相同的小立方块搭成的几何体, 其左视图是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】找到从左面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在左视图中。

解：从左面看，底层是2个小正方形，上层的左边是一个小正方形。

故选：A.

【点睛】本题考查了三视图的知识，左视图是从物体的左面看得到的视图。

6. 若点 $A(x_1, -1)$, $B(x_2, 2)$, $C(x_3, 3)$ 在反比例 $y = \frac{-k^2 - \sqrt{3}}{x}$ (k 为常数) 的图象上, 则 x_1 、 x_2 、 x_3

的大小关系是 ()

A. $x_1 > x_2 > x_3$

B. $x_2 > x_1 > x_3$

C. $x_3 > x_2 > x_1$

D. $x_1 > x_3 > x_2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是明确题意，利用反比例函数的性质解答。

根据反比例函数的性质，可以判断出反比例函数所在象限以及在各象限的增减性，由此可根据各点纵坐标的大小关系，判断 x_1 ， x_2 ， x_3 的大小。

解：∵ $y = \frac{-k^2 - \sqrt{3}}{x}$ (k 是常数) 中 $-k^2 - \sqrt{3} < 0$,

∴ 函数图象在二、四象限，且在每个象限内， y 随 x 的增大而增大，

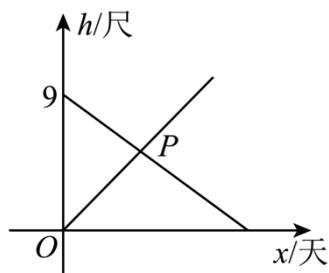
∵ 点 $A(x_1, -1)$, $B(x_2, 2)$, $C(x_3, 3)$ 在反比例函数 $y = \frac{-k^2 - \sqrt{3}}{x}$ 是常数的图象上, $-1 < 0 < 2 < 3$,

∴ A 在第四象限, B 、 C 在第二象限,

$$\therefore x_1 > x_3 > x_2,$$

故选：D.

7. 《九章算术》记载：今有坦高九尺，瓜生其上，蔓日长七寸；瓠生其下，蔓日长一尺．问几何日相逢？（大意是有一道墙，高9尺，上面种一株瓜，瓜蔓向下伸，每天长7寸，地上种着瓠向上长，每天长1尺，问瓜蔓，瓠蔓要多少天才相遇）．如图是瓜蔓与瓠蔓离地面的高度 h （单位：尺）关于生长时间 x （单位：日）的函数图象，则由图可知两图象交点 P 的横坐标是（ ）



A. $4\frac{1}{2}$

B. 5

C. $5\frac{5}{17}$

D. 30

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意和图象可知，当它们相遇时，它们生长的长度之和为9，然后列出相应的方程，求解即可．

解：设两图象交点 P 的横坐标是 x ，则：

$$0.7x + x = 9,$$

$$\text{解得 } x = 5\frac{5}{17},$$

两图象交点 P 的横坐标是 $5\frac{5}{17}$ ，

故选 C.

【点睛】本题主要考查了从函数图象获取信息、一元一次方程的应用，解答本题的关键是明确题意，列出相应的方程．

8. 在学校举行的运动会上，小明和小亮何报名参加百米赛跑，预赛分甲、乙、丙、丁四组进行，运动员通过抽签来确定要参加的预赛小组，小明和小亮何恰好抽到同一组的概率是（ ）

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】通过列表法表示出所有结果和小明、小亮在同一组的可能，从而求得概率．

解：列表如下：

小明小亮	甲	乙	丙	丁
甲	(甲, 甲)	(甲, 乙)	(甲, 丙)	(甲, 丁)
乙	(乙, 甲)	(乙, 乙)	(乙, 丙)	(乙, 丁)
丙	(丙, 甲)	(丙, 乙)	(丙, 丙)	(丙, 丁)
丁	(丁, 甲)	(丁, 乙)	(丁, 丙)	(丁, 丁)

总共有 16 中结果可能，小明、小亮在同一组有 4 中可能，

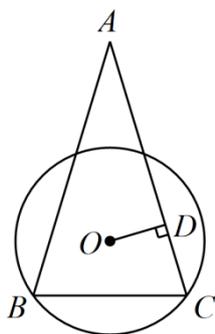
所以小明、小亮在同一组的概率为 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

故选 B.

【点睛】此题考查了求概率的方法，熟练掌握列表法或树状图求概率是解题的关键.

9. 如图，等腰 $\triangle ABC$ 的顶点 B, C 在圆 O 上，点 A 在圆 O 外， $OD \perp AC$ 于 D 点，若

$BC = 8, \sin \angle ABC = \frac{24}{25}, OD = 3$ ，则圆 O 的半径为 ()



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】C

【解析】

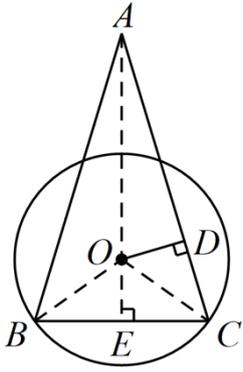
【分析】过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E ，连接 OB, OC ，根据等腰三角形性质得出 AE 垂直平分 BC ，根据

$OB = OC$ ，得出点 O 在 AE 上，根据三角函数求出 $AB = 25a = \frac{100}{7}$ ， $AE = 24a = \frac{96}{7}$ ，

$AO = \frac{OD}{\frac{3}{25}} = \frac{3}{\frac{3}{25}} = \frac{75}{7}$ ，求出 $OE = AE - AO = \frac{96}{7} - \frac{75}{7} = 3$ ，根据勾股定理求出

$OC = \sqrt{OE^2 + CE^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，即可得出答案.

解：过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E ，连接 OB 、 OC ，如图所示：



$$\because AB = AC, AE \perp BC,$$

$$\therefore BE = CE = \frac{1}{2}BC = 4, \angle BAE = \angle CAE,$$

$$\therefore AE \text{ 垂直平分 } BC,$$

$$\therefore OB = OC,$$

$$\therefore \text{点 } O \text{ 在 } AE \text{ 上},$$

$$\therefore \sin \angle ABC = \frac{24}{25},$$

$$\therefore \text{设 } AB = 25a, \text{ 则 } AE = 24a,$$

$$\text{根据勾股定理得： } BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 7a,$$

$$\therefore BE = 4,$$

$$\therefore 7a = 4,$$

$$\text{解得： } a = \frac{4}{7},$$

$$\therefore AB = 25a = \frac{100}{7}, \quad AE = 24a = \frac{96}{7},$$

$$\therefore \sin \angle CAE = \sin \angle BAE = \frac{BE}{AB} = \frac{4}{\frac{100}{7}} = \frac{7}{25},$$

$$\therefore OD \perp AC,$$

$$\therefore \angle ADO = 90^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle CAE = \frac{OD}{AO} = \frac{7}{25},$$

$$\therefore AO = \frac{OD}{\frac{25}{7}} = \frac{3}{\frac{25}{7}} = \frac{75}{25},$$

$$\therefore OE = AE - AO = \frac{96}{7} - \frac{75}{7} = 3,$$

在 $\text{Rt}\triangle COE$ 中，根据勾股定理得： $OC = \sqrt{OE^2 + CE^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，故 C 正确。

故选：C.

【点睛】 本题主要考查了垂直平分线的判定和性质，勾股定理，解直角三角形，等腰三角形的性质，解题的关键是作出辅助线，熟练掌握基本的性质和判断。

10. 已知关于 x 的一元三次方程 $ax^3 + bx^2 + cx - k^2 = 0$ 的解为 $x_1 = -3$ ， $x_2 = 1$ ， $x_3 = 2$ ，请运用函数的图象，数形结合的思想方法，判断关于 x 的不等式 $ax^3 + bx^2 + cx > k^2$ 的解集是 ()

A. $x < -3$ 或 $1 < x < 2$

B. $-3 < x < 0$ 或 $1 < x < 2$

C. $x < -3$ 或 $0 < x < 1$ 或 $x > 2$

D. $-3 < x < 1$ 或 $x > 2$

【答案】 A

【解析】

【分析】 令 $y = ax^3 + bx^2 + cx - k^2$. 根据题意画出 $y = ax^3 + bx^2 + cx - k^2$ 的图象草图，再据此求解即可.

解：令 $y = ax^3 + bx^2 + cx - k^2$.

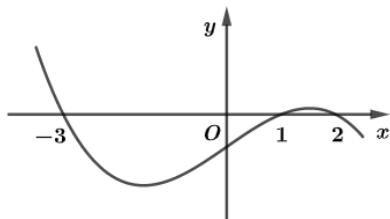
\therefore 关于 x 的一元三次方程 $ax^3 + bx^2 + cx - k^2 = 0$ 的解为 $x_1 = -3$ ， $x_2 = 1$ ， $x_3 = 2$ ，

$\therefore y = ax^3 + bx^2 + cx - k^2$ 的图象与 x 轴的交点为 $(-3, 0)$ ， $(1, 0)$ ， $(2, 0)$.

$\therefore y = ax^3 + bx^2 + cx - k^2$ 的图象与 x 轴的交点不含 $(0, 0)$ ，

\therefore 当 $x=0$ 时， $y = -k^2 < 0$.

$\therefore y = ax^3 + bx^2 + cx - k^2$ 的图象草图如下.



从图象上可以看出 $y > 0$ 时，即 $ax^3 + bx^2 + cx - k^2 > 0$ 时， x 的取值范围是 $x < -3$ 或 $1 < x < 2$.

∴关于 x 的不等式 $ax^3 + bx^2 + cx > k^2$ 的解集是 $x < -3$ 或 $1 < x < 2$.

故选：A.

【点睛】本题考查函数与不等式的关系，正确应用数形结合思想是解题关键.

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

11. 写出一个小于 3 的正无理数_____.

【答案】 $\sqrt{2}$ （答案不唯一）

【解析】

【分析】根据无理数估算的方法求解即可.

解：∵ $0 < \sqrt{2} < \sqrt{9}$,

∴ $0 < \sqrt{2} < 3$

故答案为 $\sqrt{2}$ （答案不唯一）.

【点睛】本题主要考查了无理数的估算，准确计算是解题的关键.

12. 党的二十大报告提到，新时代十年来来我国人均国内生产总值大幅度增长，从 39 800 元增加到 81 000 元，81 000 用科学记数法表示是_____.

【答案】 8.1×10^4

【解析】

【分析】根据科学记数法的表示方法进行解答即可.

根据科学记数法的表示形式 $a \times 10^n$ ， $1 \leq a < 10$ ，可确定 $a = 8.1$ ， n 值等于原数的整数位数减 1，可确定 $n = 4$ ，故 81 000 用科学记数法表示为： 8.1×10^4 .

故答案为： 8.1×10^4

【点睛】本题考查科学记数法，正确理解科学记数法的表示形式是解题的关键.

13. 计算 $\frac{2a}{a^2 - 25} - \frac{1}{a + 5}$ 的结果是_____.

【答案】 $\frac{1}{a - 5} - \frac{1}{-5 + a}$

【解析】

【分析】根据分式的减法运算法则计算即可.

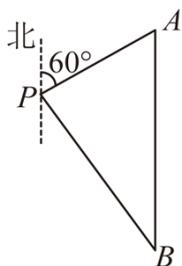
$$\frac{2a}{a^2 - 25} - \frac{1}{a + 5}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2a}{(a+5)(a-5)} - \frac{a-5}{(a+5)(a-5)} \\
&= \frac{2a-a+5}{(a+5)(a-5)} \\
&= \frac{a+5}{(a+5)(a-5)} \\
&= \frac{1}{a-5},
\end{aligned}$$

故答案为: $\frac{1}{a-5}$.

【点睛】本题主要考查了分式减法运算，掌握相应的运算法则，是解答本题的关键.

14. 如图，一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东 60° 方向，距离灯塔 $50\sqrt{3}$ 海里的 A 处，海轮沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的南偏东 34° 方向上的 B 处，这时 B 处距离灯塔 P 的距离约为____海里(结果取整数，参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sin 34^\circ \approx 0.56$).

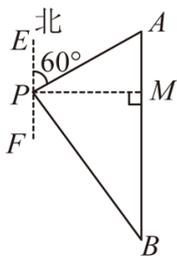


【答案】134

【解析】

【分析】过点 P 作 $PM \perp AB$ 于点 M ，由题意可得， $EF \parallel AB$ ， $\angle EPA = 60^\circ$ ， $\angle FPB = 34^\circ$ ，解 $\text{Rt}\triangle PAM$ 中，得出 $PM = 75$ ，解 $\text{Rt}\triangle PBM$ ，即可求解.

解：过点 P 作 $PM \perp AB$ 于点 M ，



由题意可得， $EF \parallel AB$ ， $\angle EPA = 60^\circ$ ， $\angle FPB = 34^\circ$ ，

$\therefore \angle PAM = \angle EPA = 60^\circ$ ， $\angle PBM = \angle FPB = 34^\circ$ ，

Q $AP = 50\sqrt{3}$,

在 $\text{Rt}\triangle PAM$ 中, $\sin \angle PAM = \frac{PM}{AP} = \frac{PM}{50\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore PM = 75$,

在 $\text{Rt}\triangle PBM$ 中,

$\sin \angle PBM = \sin 34^\circ = \frac{PM}{PB} = \frac{75}{PB} \approx 0.56$,

$\therefore PB \approx 134$.

故答案为: 134.

【点睛】 本题考查了解直角三角形的应用, 熟练掌握三角函数的定义是解题的关键.

15. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图所示, 图象过点 $(-1, 0)$, 对称轴为直线 $x = 1$,

下列结论:

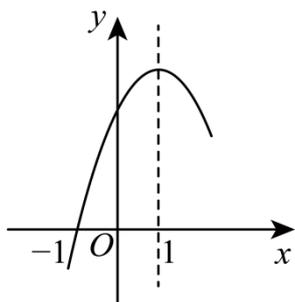
① $2a + b = 0$;

② 当 $m \neq -1$ 时, $am^2 - b(m+1) < a$;

③ 若点 $A(-2, y_1)$, 点 $B(\frac{1}{2}, y_2)$, 点 $C(\frac{5}{2}, y_3)$ 均在该图象上, 则 $y_1 < y_3 < y_2$;

④ 若关于 x 的方程 $a(x+1)(x-3) = p$ ($p > 0$) 的两根都是整数, 则这样的 p 值有 3 个.

其中正确的结论有_____ (填序号).



【答案】 ①②③

【解析】

【分析】 根据图象对称轴为直线 $x = 1$, 可得 $2a = -b$; 可判断①; 设 $w = am^2 - b(m+1)$, 可得

$w = am^2 - b(m+1) = am^2 + 2a(m+1) = a(m+1)^2 + a$, 再由 $a < 0$, 可得当 $m = -1$ 时, w 取得最大值, 最

大值为 a , 可判断②; 根据 $1 - (-2) > \frac{5}{2} - 1 > 1 - \frac{1}{2}$, 可得 $y_1 < y_3 < y_2$, 可判断③; 根据题意可得关于 x

的方程 $a(x+1)(x-3) = p (p > 0)$ 的根即为抛物线与直线 $y = p (p > 0)$ 的交点的横坐标，可判断④，即可。

解：①∵ 图象对称轴为直线 $x = 1$ ，

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1,$$

∴ 即 $2a + b = 0$ ，故①正确；

② 设 $w = am^2 - b(m+1)$ ，

$$\therefore w = am^2 - b(m+1) = am^2 + 2a(m+1) = am^2 + 2am + 2a = a(m+1)^2 + a,$$

∵ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象开口向下，

∴ $a < 0$ ，

∴ 当 $m = -1$ 时， w 取得最大值，最大值为 a ，

∴ 当 $m \neq -1$ 时， $am^2 - b(m+1) < a$ ，故②正确；

③∵ 点 $A(-2, y_1)$ ，点 $B\left(\frac{1}{2}, y_2\right)$ ，点 $C\left(\frac{5}{2}, y_3\right)$ 均在该图象上，且 $1 - (-2) > \frac{5}{2} - 1 > 1 - \frac{1}{2}$ ，

∴ $y_1 < y_3 < y_2$ ，故③正确；

④∵ 图象过点 $(-1, 0)$ ，对称轴为直线 $x = 1$ ，

∴ 抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(3, 0)$ ，

∴ 抛物线的解析式为 $y = a(x+1)(x-3)$ ，

∴ 关于 x 的方程 $a(x+1)(x-3) = p (p > 0)$ 的根即为抛物线与直线 $y = p (p > 0)$ 的交点的横坐标，

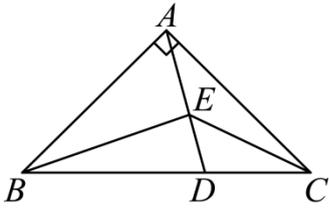
∴ 当 $p > 0$ 且抛物线与直线 $y = p (p > 0)$ 的有两个交点，且交点的横坐标为整数时，这样的点 P 有 1 个，

∴ 关于 x 的方程 $a(x+1)(x-3) = p (p > 0)$ 的两根都是整数，则这样的 p 值有 1 个，故④错误。

故答案为：①②③

【点睛】本题主要考查了二次函数的图象和性质，熟练掌握二次函数的图象和性质是解题的关键。

16. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，点 D 在 BC 上， $BD = 2CD$ 。点 E 在 AD 上，且 $\angle BEC = 135^\circ$ ，则 $\frac{BE}{CE}$ 的值为_____。

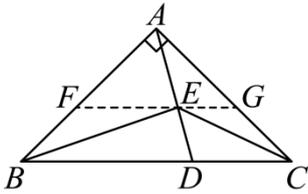


【答案】 $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 此题主要考查了相似三角形的判定和性质．先判断出 $\angle FBE = \angle GEC$ ，进而得出 $\triangle BFE \sim \triangle EGC$ ，得出 $\frac{BE}{CE} = \frac{BF}{EG} = \frac{FE}{GC}$ ，再判断出 $FE = 2EG$ ，即可得出结论．

解：过点 E 作 BC 的平行线，与 AB 、 AC 分别相交于点 F 、 G ．



Q $AB = AC$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$ ．

$\because FG \parallel BC$ ，

$\therefore \angle AFG = \angle ABC = \angle ACB = \angle AGF = 45^\circ$ ， $\angle BFE = 135^\circ = \angle EGC$ ．

$\therefore AF = AG$ ． $BF = GC$ ．

Q $\angle GEC + \angle CEB = \angle GEB = \angle EFB + \angle FBE$ ，

$\therefore \angle FBE = \angle GEC$

$\therefore \triangle BFE \sim \triangle EGC$ ．

$\therefore \frac{BE}{CE} = \frac{BF}{EG} = \frac{FE}{GC}$ ，

$\because FG \parallel BC$ ，

$\therefore \triangle AFE \sim \triangle ABD$ ， $\triangle AEG \sim \triangle ADC$ ，

$\therefore \frac{FE}{BD} = \frac{AE}{AD}$ ， $\frac{AE}{AD} = \frac{EG}{DC}$ ，

$\therefore \frac{FE}{BD} = \frac{EG}{DC}$

Q $BD = 2DC$ ，

$\therefore FE = 2EG$ ，

$\therefore \frac{BF}{EG} = \frac{EF}{CG} = \frac{2EG}{BF}$ ，

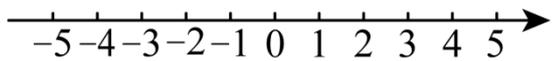
$$\therefore \frac{BF}{EG} = \sqrt{2},$$

$$\therefore \frac{BE}{CE} = \frac{BF}{EG} = \sqrt{2},$$

故答案为： $\sqrt{2}$.

三、解答题（共 8 小题，共 72 分）

17. 解不等式组 $\begin{cases} 2(x-1) \geq x-3 & \text{①} \\ 3x+4 > x & \text{②} \end{cases}$ 请按下列步骤完成解答：



(1) 解不等式①，得_____；

(2) 解不等式②，得_____；

(3) 将不等式①和②的解集在数轴上表示出来；

(4) 原不等式组的解集为_____.

【答案】(1) $x \geq -1$

(2) $x > -2$

(3) 见解析 (4) $x \geq -1$

【解析】

【分析】(1) 根据不等式的性质，按照去分母、去括号、移项、合并同类项、未知项系数化为的步骤求解即可.

(2) 根据不等式的性质，按照去分母、去括号、移项、合并同类项、未知项系数化为的步骤求解即可.

(3) 根据不等式组中每个不等式的解集画图即可.

(4) 不等式组中每个不等式的解集的公共部分即为不等式组的解集.

【小问 1】

去括号，得

$$2x - 2 \geq x - 3.$$

移项，得

$$2x - x \geq -3 + 2.$$

合并同类项，得

$$x \geq -1.$$

故答案为： $x \geq -1$.

【小问 2】

移项，得

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/328061040037006051>