专题 2.2.4 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的性质（7 个考点）

考点归纳

【考点 1 二次函数 y=a(x-h)²+k 的顶点、对称轴】

【考点 2 二次函数 y=a(x-h)²+k 的性质】

【考点 3 二次函数 y=a(x-h)²+k 的 y 值大小比较】

【考点 4 二次函数 y=a(x-h)²+k 的最值问题探究】

【考点 5 根据二次函数 y=a(x-h)²+k 的性质写解析式】

【考点 6 二次函数 y=a(x-h)²+k 的图像问题】

【考点 7 二次函数 y=a(x-h)²+k 图像变换问题】

题型专练

【考点 1 二次函数 y=a(x-h)²+k 的顶点、对称轴】

1．二次函数 $y=(x+2)^2-3$ 的图象的顶点坐标是（　）

A．$(-2,3)$　　B．$(2,3)$　　C．$(2,-3)$　　D．$(-2,-3)$

2．抛物线 $y=-(x+7)^2-8$ 的顶点坐标是（　）

A．$(-7,8)$　　B．$(7,-8)$　　C．$(7,8)$　　D．$(-7,-8)$

3．顶点是 $(-5,-1)$ 且开口方向、形状与函数 $y=-3x^2$ 的图象相同的抛物线是（　）

A．$y=-3x^2-5$　　B．$y=-3(x-5)^2+1$　　C．$y=-3(x+5)^2-1$　　D．$y=-3(x+5)^2+1$

4．抛物线 $y=(x-1)^2-3$ 的对称轴是（　）

A．直线 $x=-1$　　B．直线 $x=1$　　C．直线 $x=-3$　　D．直线 $x=3$

5．抛物线 $y=(x-3)^2+1$ 的对称轴是直线（　）

A．$x=3$　　B．$x=-3$　　C．$x=1$　　D．$x=-1$

6．抛物线 $y=(x-4)^2-5$ 的顶点坐标和开口方向分别是（　）

A．$(4,-5)$，开口向上　　B．$(4,-5)$，开口向下

C．$(-4,-5)$，开口向上　　D．$(-4,-5)$，开口向下

7．抛物线 $y=-(x+2)^2-3$ 的开口方向_____，当_____时，y 随 x 增大而增大，当_____时，y 随 x 增大而减小．

8．二次函数 $y=2(x-3)^2+5$ 的对称轴是_____．

【考点 2 二次函数 y=a(x-h)²+k 的性质】

9．已知二次函数 $y=-(x+4)^2+2$，下列说法正确的是（　）

A．对称轴为 $x=4$　　B．顶点坐标为 $(4,2)$

C．函数图象经过点 $(0,-14)$　　D．当 $x<-4$ 时，y 随 x 的增大而减小

10．关于二次函数 $y=(x+1)^2-3$，下列说法正确的是（　）

A．图象的顶点为 $(1,-3)$

B．图象可由抛物线 $y=(x+1)^2$ 向下平移 3 个单位长度得到

C．图象的轴对称为直线 $y=-1$

D．当自变量 x 取 -1 时，函数有最大值 3

11．对于二次函数 $y=(x-1)^2+2$ 的图象，下列说法正确的是（　）

A．可由 $y=-x^2$ 的图象平移得到　　B．对称轴是直线 $x=-1$

C．图象有最低点　　D．顶点坐标是 $(-1,2)$

12．关于二次函数 $y=-(x-1)^2+4$，以下说法正确的是（　）

A．当 $x>-1$ 时，y 随 x 增大而减小

B．当 $x>-1$ 时，y 随 x 增大而增大

C．当 $x>1$ 时，y 随 x 增大而减小

D．当 $x>1$ 时，y 随 x 增大而增大

13．已知二次函数 $y=-(x-5)^2$，如果函数值 y 随自变量 x 的增大而减小，那么 x 的取值范围是（　）

A．$x\geqslant 5$　　B．$x\leq 5$　　C．$x\geq -5$　　D．$x\leq -5$

14．对于二次函数 $y=-4(x+1)^2-3$ 的图象，下列说法正确的是（　）

A．图象与 y 轴交点的坐标是 $(0,-3)$　　B．对称轴是直线 $x=1$

C．顶点坐标为$(-1,\ 3)$　　D．当$x<-1$时，y随x的增大而增大

【考点3 二次函数y=a(x-h)²+k的y值大小比较】

15．已知二次函数$y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+k$的图象上有$A(-2,y_1)$，$B(2,y_2)$，$C(3,y_3)$，则y_1，y_2，y_3的大小关系是（　　）

A．$y_1>y_2>y_3$　　B．$y_1<y_2<y_3$

C．$y_1<y_3<y_2$　　D．$y_2<y_1<y_3$

16．已知，点$P_1(-3,y_1)$，$P_2(-1,y_2)$，$P_3(3,y_3)$均在二次函数$y=-x^2+4x-c$的图象上，则y_1，y_2，y_3的大小关系为（　）

A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_2<y_1<y_3$　　C．$y_3<y_2=y_1$　　D．$y_1<y_3=y_2$

17．设点$A(-2,y_1)$，$B(1,y_2)$，$C(2,y_3)$是抛物线$y=-(x+1)^2+a$的三点，则对应的函数值y_1，y_2，y_3的大小关系是（　）

A．$y_1<y_3<y_2$　　B．$y_2<y_3<y_1$　　C．$y_3<y_2<y_1$　　D．$y_1<y_2<y_3$

18．若$A(-1,y_1)$，$B(1,y_2)$，$C(4,y_3)$三点都在二次函数$y=-(x-2)^2+k$的图象上，则y_1，y_2，y_3的大小关系为（　）

A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_1<y_3<y_2$　　C．$y_3<y_1<y_2$　　D．$y_3<y_2<y_1$

19．在平面直角坐标系中，点$A(-1,y_1),B(m,y_2)$都在二次函数$y=(x-1)^2+n$的图象上．若$y_1>y_2$，则m的取值范围是（　）

A．$m<-1$　　B．$m>-1$　　C．$m>3$　　D．$-1<m<3$

20．已知二次函数$y=3(x-1)^2+k$的图像上有三点$A(3,y_1)$，$B(2,y_2)$，$C(-2,y_3)$，则y_1、y_2、y_3的大小关系为（　）

A．$y_1>y_2>y_3$　　B．$y_2>y_1>y_3$

C．$y_3>y_1>y_2$　　D．$y_3>y_2>y_1$

【考点4 二次函数y=a(x-h)²+k的最值问题探究】

21．已知二次函数 $y=a\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-a$（$a\neq 0$），当 $-1\le x\le\frac{5}{2}$ 时，y 的最小值为 -6，则 a 的值为（　）

A．6 或 -2　　B．-6 或 2　　C．-6 或 -2　　D．6 或 2

22．二次函数 $y=-x^2+2x+3$，当 $-1\le x\le 2$ 时，y 的最大值为 m，最小值为 n，则 $m+n=$（　）

A．3　　B．4　　C．7　　D．1

23．已知二次函数 $y=a(x-2)^2-a(a\neq 0)$，当 $-1\le x\le 4$ 时，y 的最小值为 -4，则 a 的值为（　）

A．$\frac{1}{2}$ 或 4　　B．4 或 $-\frac{1}{2}$　　C．$-\frac{4}{3}$ 或 4　　D．$-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{4}{3}$

24．当 $-1\le x\le 2$ 时，关于 x 的二次函数 $y=(x-m)^2+1$ 有最小值 2，则实数 m 的值为_____.

25．当 $1\leqslant x\leqslant 6$ 时，函数 $y=a(x-4)^2+2-9a(a>0)$ 的最大值是____.

【考点 5 根据二次函数 y=a(x-h)²+k 的性质写解析式】

26．若一个抛物线的顶点为 $(-3,2)$，则此抛物线的表达式可能为（　）

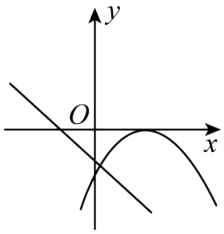
A．$y=(x-3)^2+2$　　B．$y=-2(x+3)^2-2$　　C．$y=2(x-3)^2-2$　　D．$y=-(x+3)^2+2$

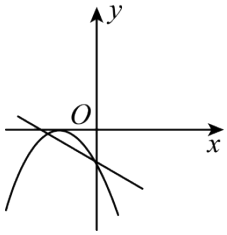
27．将抛物线 $y=-2(x-1)^2+3$ 关于 x 轴对称后得到新抛物线的函数表达式为_____.

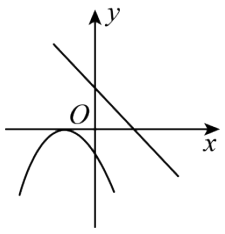
28．抛物线 $y=-(x+3)^2-2$ 关于 y 轴对称的抛物线的表达式是_____.

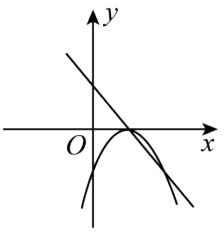
【考点 6 二次函数 y=a(x-h)²+k 的图像问题】

29．在平面直角坐标系中，函数 $y=-x+1$ 与 $y=-(x-1)^2$ 的图象大致是（　）

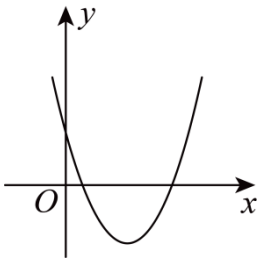
A．

B．

C．

D．

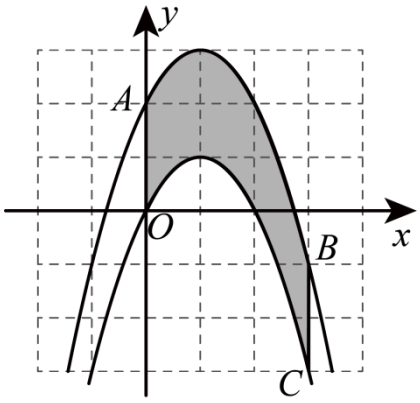
30．二次函数 $y=(x+m)^2+n$ 的图象如图所示，则一次函数 $y=mx+n$ 的图象经过（　）



A．第一、二、三象限　　B．第一、二、四象限

C．第一、三、四象限　　D．第二、三、四象限

31．如图，在6×6的正方形网格中，每个小正方形的顶点称为格点，每个小正方形的边长均为1，按如图所示建立平面直角坐标系，抛物线$C_1:y=-x^2+2x$向上平移2个单位长度得到抛物线C_2，点$C(3,-3)$在抛物线C_1上，平移后点O,C的对应点A,B在抛物线C_2上．

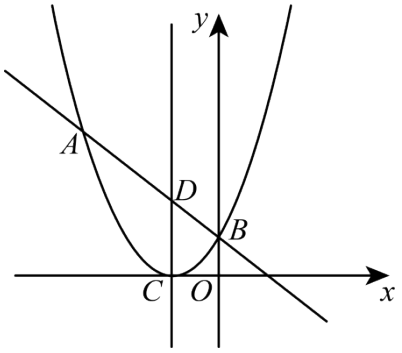


(1)抛物线C_2的顶点坐标为_____；

(2)点B的坐标为：_____；

(3)图中阴影部分图形的面积为_____.

32.如图，点C为二次函数$y=(x+1)^2$的顶点，直线$y=-x+m$与该二次函数图象交于$A(-3,4)$、B两点（点B在y轴上），与二次函数图象的对称轴交于点D.



(1)求m的值及点C坐标；

(2)在该二次函数的对称轴上是否存在点 Q，使得以 A，C，Q 为顶点的三角形是等腰三角形？若存在，请求出符合条件的 Q 点的坐标；若不存在，请说明理由.

【考点 7 二次函数 y=a(x-h)²+k 图像变换问题】

33．与二次函数 $y=(x+2)^2-3$ 的图象关于 x 轴对称的图象的解析式为_____.

34．已知一条抛物线的对称轴是直线 $x=1$，且在对称轴右侧的部分是上升的，那么该抛物线的表达式可以是_____.（只要写出一个符合条件的即可）

35．抛物线 $y=-(x+3)^2-2$ 关于 y 轴对称的抛物线的表达式是_____.

1．D

【分析】本题主要考查二次函数的性质，在 $y=a(x-h)^2+k$ 中，对称轴为 $x=h$，顶点坐标为 (h,k)，由二次函数解析式即可求得顶点坐标．

【详解】解：$\because y=(x+2)^2-3$，

$\therefore$ 抛物线顶点坐标为 $(-2,-3)$，

故选：D．

2．D

【分析】本题主要考查了二次函数顶点式的性质，$y=\left(x-h\right)^2+k$ 的顶点坐标为 $\left(h,k\right)$．根据抛物线的解析式即可写出函数的顶点坐标．

【详解】解：$\because$抛物线顶点式：$y=-\left(x+7\right)^2-8$，

$\therefore$顶点坐标为：$\left(-7,-8\right)$．

故选：D．

3．C

【分析】本题考查了二次函数的三种形式，二次函数图象与系数的关系，熟记抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 中，a 值确定抛物线的开口方向和抛物线的形状是解题的关键．根据抛物线的形状开口方向和抛物线的形状与 a 值有关，利用顶点式解析式写出即可．

【详解】解：$\because$ 抛物线的顶点为 $(-5,-1)$，且开口方向，形状与函数 $y=-3x^2$ 的图象相同，

$\therefore$ 这个二次函数的解析式为 $y=-3(x+5)^2-1$．

故选：C．

4．B

【分析】本题考查二次函数的性质．由于所给的是二次函数的顶点式，可以直接写出该抛物线的对称轴．

【详解】解：$\because$抛物线 $y=\left(x-1\right)^2-3$，

$\therefore$该抛物线的对称轴是直线$x=1$，

故选：B．

5．A

【分析】本题考查了二次函数的性质，根据抛物线顶点式 $y=a\left(x-h\right)^2+k\left(a\neq0\right)$，对称轴是

直线$x=h$写出即可.

【详解】解：抛物线$y=(x-3)^2+1$的对称轴是：直线$x=3$.

故选：A.

6．A

【分析】本题考查二次函数的图象与性质，根据二次函数的图象与性质求解即可.

【详解】解：$\because a=1$，

$\therefore$抛物线$y=(x-4)^2-5$的开口向上，顶点坐标为$(4,-5)$，

故选：A.

7．　向下　　$x<-2$　　$x>-2$

【分析】本题主要考查了二次函数的性质，解题的关键是熟记二次函数的性质．利用二次函数的性质判定即可.

【详解】解：抛物线$y=-(x+2)^2-3$的开口向下，对称轴是直线$x=-2$，当$x<-2$时，y随x的增大而增大，当$x>-2$时，y随x的增大而减小.

故答案为：向下，$x<-2$，　$x>-2$.

8．直线$x=3$

【分析】此题考查了二次函数的图象和性质．根据二次函数$y=a(x-h)^2+k(a\neq 0)$的对称轴为直线$x=h$进行解答即可.

【详解】解：二次函数$y=2(x-3)^2+5$的对称轴是直线$x=3$，

故答案为：直线$x=3$

9．C

【分析】本题考查二次函数的图象及性质，熟练掌握二次函数图象和性质是解题的关键．根据二次函数的图象及性质进行判断即可.

【详解】解：$\because$二次函数$y=-(x+4)^2+2$

$\therefore$对称轴为$x=-4$，故A错误；

$\therefore$顶点坐标为$(-4,2)$，故B错误；

当$x=0$时，$y=-(0+4)^2+2=-14$，故C正确；

$\because -1<0$

∴二次函数图象开口向下，

∴当$x<-4$时，y随x的增大而增大，故D错误；

故选：C.

10．B

【分析】本题考查了二次函数图象与性质，二次函数平移，最值，根据题目中的函数解析式和二次函数的性质，可以判断各个选项中的说法是否正确，即可解答，掌握二次函数的性质是解题的关键.

【详解】解：A、图象的顶点为$(-1,-3)$，原选项错误，不符合题意；

B、图象可由抛物线$y=(x+1)^2$向下平移3个单位长度得到，原选项正确，符合题意；

C、图象的轴对称为直线$x=-1$，原选项错误，不符合题意；

D、当自变量x取-1时，函数有最小值-3，原选项错误，不符合题意；

故选：B.

11．C

【分析】本题主要考查了二次函数图象的性质，二次函数的平移问题，根据平移不会改变开口方向可判断A；根据二次函数$y=a(x-h)^2+k$的对称轴为直线$x=h$，顶点坐标为(h,k)可判断B、D，根据二次项系数的符号即可判断C.

【详解】解：A、二次函数$y=(x-1)^2+2$可以由$y=x^2$向右平移1个单位长度，向上平移2个单位长度得到，不可以由$y=-x^2$的图象平移得到，原说法错误，不符合题意；

B、二次函数$y=(x-1)^2+2$的对称轴为直线$x=1$，原说法错误，不符合题意；

C、二次函数$y=(x-1)^2+2$的图象开口向上，有最小值，原说法正确，符合题意；

D、二次函数$y=(x-1)^2+2$的顶点坐标为$(1,2)$，原说法错误，不符合题意；

故选：C.

12．C

【分析】本题主要考查二次函数的性质，掌握二次函数的顶点式是解题的关键，即在$y=a(x-h)^2+k$中，对称轴为$x=h$，顶点坐标为(h,k).

由抛物线解析式可求得开口方向、对称轴、顶点坐标，可求得答案.

【详解】解：$\because y=-(x-1)^2+4$，

∴抛物线开口向下，对称轴为$x=1$，顶点坐标为$(1,4)$，

∵二次函数的图象为一条抛物线，当$x>1$时，y随x的增大而减小，$x<1$时，y随x增大而增大，

∴C正确，

故选：C.

13．A

【分析】此题考查了二次函数的图象和性质．根据二次函数$y=-(x-5)^2$中，$a=-5<0$,对称轴为直线$x=5$，即可得到结论．

【详解】解：∵二次函数$y=-(x-5)^2$中，$a=-5<0$,对称轴为直线$x=5$，

∴抛物线开口向下，

∴当$x\geqslant 5$时，函数值y随自变量x的增大而减小，

故选：A

14．D

【分析】本题主要考查了二次函数的性质，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键．根据对称轴解析式，顶点坐标以及二次函数的增减性进行判断即可．

【详解】解：将$x=0$代入，求出$y=-4\times1-3=-7$，故图象与y轴交点的坐标是$(0,-7)$，选项A错误；

对称轴是直线$x=-1$，故选项B错误；

顶点坐标为$(-1,-3)$，故选项C错误，

因为函数开口向下，当$x<-1$时，y随x的增大而增大，故选项D正确．

故选：D.

15．C

【分析】本题考查二次函数的性质，解题关键是掌握二次函数图象的性质．根据二次函数图象开口向下可得离对称轴越近的点y值越大，进而求解．

【详解】解：$\because y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+k$，

$\therefore$抛物线开口向下，且对称轴为直线$x=1$，

$\because 1-(-2)>3-1>2-1$，

$\therefore y_1<y_3<y_2$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/328061121006007025