

学必求其心得，业必贵于专精

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 分数_____

《向量数列不等式和立体几何的综合检测》测试卷（B 卷）

（测试时间：120 分钟 满分：150 分）

一、选择题（共 12 小题，每题 5 分，共 60 分）

1. 【2018 河南名校联考】已知公比不为 1 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 = \frac{1}{1024}$, 且 a_2, a_4, a_3 成等差数列, 则 $S_5 =$ ()

- A. $\frac{33}{16}$ B. $\frac{31}{16}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{11}{16}$

【答案】D

【解析】设等比数列的公比为 q , 则由 a_2, a_4, a_3 得, $2a_2 q^2 = a_2 + a_2 q$, 即 $2q^2 - q - 1 = 0$, 解得 $q = -\frac{1}{2}$ 或 $q = 1$

(舍去), 又由 $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 = a_3^5 = \frac{1}{1024} = \frac{1}{2^{10}}$ 得 $a_3 = \frac{1}{4} = a_1 q^2$, 所以 $a_1 = 1$,

$$S_5 = \frac{a_1(1-q^5)}{1-q} = \frac{11}{16}, \text{ 故选 D.}$$

2.

《庄子·天下篇》中记述了一个著名命题：“一尺之棰，日取其半，万世不竭。”反映这个命题本质的式子是 ()

- A. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^n}$
B. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots < 2$
C. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} = 1$
D. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots < 1$

【答案】D

【解析】

试题分析：由题得：是求首项为 $\frac{1}{2}$ ，公比为 $\frac{1}{2}$ 等比数列的前项和。所以：

学必求其心得，业必贵于专精

$$S_n = \frac{\frac{1}{2}[1-(\frac{1}{2})^n]}{1-\frac{1}{2}} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n < 1 \text{ 故选 D.}$$

考点：等比数列求和.

3. 设 a, b 是两个非零的平面向量，下列说法正确的是（ ）

①若 $a \times b = 0$ ，则有 $|a+b|=|a-b|$ ；

② $|a \cdot b| = |a||b|$ ；

③若存在实数 λ ，使得 $a = \lambda b$ ，则 $|a+b|=|a|+|b|$ ；

④若 $|a+b|=|a|-|b|$ ，则存在实数 λ ，使得 $a = \lambda b$.

A. ①③

B. ①④

C. ②③

D. ②④

【答案】B

【解析】

试题分析：①项，若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，所以 $(\vec{a} + \vec{b})^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2$ ，所以 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ，故①项正确；②项， $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot |\cos \theta|$ ，故②项错误；③项，若 $\vec{a} = \lambda \vec{b}$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线，但无法确定同向还是反向，所以 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| \pm |\vec{b}|$ ，故③项错误；④项，若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线且反向，所以存在实数 λ ，使得 $\vec{a} = \lambda \vec{b}$ ，故④项正确；综上，正确的序号有①④. 故本题正确答案为 B.

考点：

平面向量数量积的应用.

4. 【2018 辽宁凌源两校联考】若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x+y+2 \geq 0, \\ x+2y+1 < 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$

$\vec{m} = \left(y, \frac{1}{x+1}\right)$, $\vec{n} = \left(\frac{1}{x+1}, -2\right)$, 则 $\vec{m} \cdot \vec{n}$ 的取值范围为（ ）

A. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

B. $[2, +\infty)$

C. $\left[-\frac{1}{2}, 2\right)$

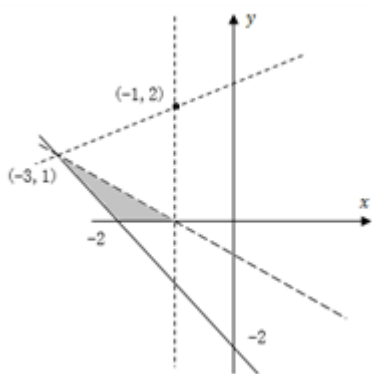
D. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup [2, +\infty)$

【答案】A

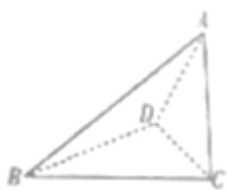
【解析】画出可行域如图所示，令 $z = \vec{m} \cdot \vec{n} = \frac{y}{x+1} - \frac{2}{x+1}$ ，化简得 $y = z(x+1) + 2$

学必求其心得，业必贵于专精

,即过定点 $(-1,2)$ 的直线系的斜率的取值范围,由图知当直线过定点 $(-1, 2)$ 与交点 $(-3,1)$ 连线时斜率为 $\frac{1}{2}$,此时斜率最小,则 $m \cdot n$ 的取值范围为 $(\frac{1}{2}, +\infty)$, 故选 A。



5。 已知三棱锥 $A-BCD$ 的四个顶点 A, B, C, D 都在球 O 的表面上, $AC \perp$ 平面 $BCD, BC \perp CD$, 且 $AC = \sqrt{3}, BC = 2, CD = \sqrt{5}$, 则球 O 的表面积为 ()



A. 12π

B. 7π

C. 9π

D. 8π

【答案】 A

【解析】

试题分析: 将三棱锥 $A-BCD$ 补成长方体, 其中长宽高为 $AC = \sqrt{3}, BC = 2, CD = \sqrt{5}$, 所以其外接球的球心为长方体对角线的中点, 即球直径为对角线长 $2R = \sqrt{3+4+5} = \sqrt{12}$, 球 O 的表面积为 $4\pi R^2 = 12\pi$, 选 A.

考点:

三棱柱外接球

【思想点睛】 空间几何体与球接、切问题的求解方法

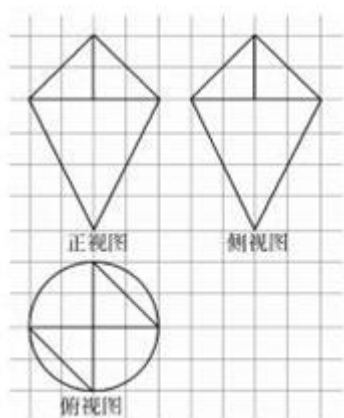
(1)

学必求其心得，业必贵于专精

求解球与棱柱、棱锥的接、切问题时，一般过球心及接、切点作截面，把空间问题转化为平面图形与圆的接、切问题，再利用平面几何知识寻找几何中元素间的关系求解.

(2)若球面上四点 P, A, B, C 构成的三条线段 PA, PB, PC 两两互相垂直,且 $PA=a, PB=b, PC=c$,一般把有关元素“补形”成为一个球内接长方体,利用 $4R^2=a^2+b^2+c^2$ 求解.

6. 【2018 黑龙江齐齐哈尔八中三模】如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为 ()



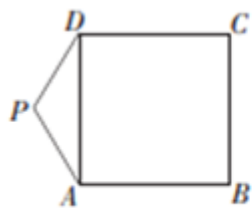
- A. $\frac{8}{3}(1+2\pi)$ B. $\frac{8}{3}(1+\pi)$ C. $\frac{4}{3}(2+3\pi)$ D. $\frac{4}{3}(2+\pi)$

【答案】A

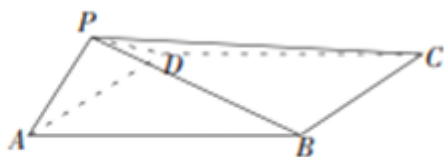
【解析】该几何体是由两个小三棱锥和一个圆锥组成，所以体积为 $2 \times \frac{1}{3} \times 2 \times 2 + \frac{1}{3} \times 4\pi \times 4 = \frac{8}{3}(1+2\pi)$ ， 故选 A.

7. 【2018 江西宜春调研】如图(1),五边形 $PABCD$ 是由一个正方形与一个等腰三角形拼接而成，其中 $\angle APD = 120^\circ$ ， $AB = 2$ ， 现将 $\triangle PAD$ 进行翻折，使得平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ，连接 PB, PC ，所得四棱锥 $P-ABCD$ 如图(2)所示，则四棱锥 $P-ABCD$ 的外接球的表面积为()

学必求其心得，业必贵于专精



图(1)



图(2)

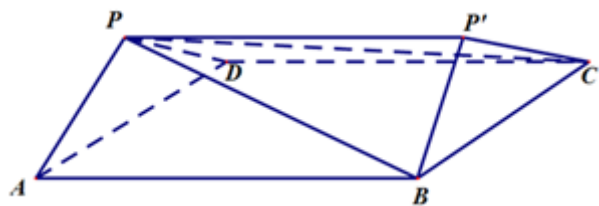
- A. $\frac{14}{3}\pi$ B. $\frac{7}{3}\pi$ C. $\frac{28}{3}\pi$ D. 14π

【答案】 C

【解析】对四棱锥 $P-ABCD$ 进行补型，得到三棱柱 $PAD-P'BC$ 如下所示，故四棱锥 $P-ABCD$ 的外接

球球心即为三棱柱 $PAD-P'BC$ 的外接球球心；故其外接球半径 $R = \sqrt{\left(\frac{2}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{7}{3}}$ ，故表面积

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \times \frac{7}{3} = \frac{28}{3}\pi$$



故选 C。

点睛:本题考查了多面体的外接球，把不易求其外接球半径的几何体转化为易求半径的几何体是解题的关键，体现了补体的方法.

8. 设 θ 为两个非零向量 $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$ 的夹角,已知对任意实数 t , $|\mathbf{b} + t\mathbf{a}|$ 的最小值为 1,()

A. 若 θ 确定, 则 $|\mathbf{a}|$ 唯一确定

B. 若 θ 确定, 则 $|\mathbf{b}|$ 唯一确定

C. 若 $|\mathbf{a}|$ 确定, 则 θ 唯一确定

D. 若 $|\mathbf{b}|$ 确定, 则 θ 唯一确定

【答案】 B

学必求其心得，业必贵于专精

【解析】

试题分析：依题意，对任意实数 t ， $|\vec{b} + t\vec{a}| \geq 1$ 恒成立，所以 $(t\vec{a})^2 + \vec{b}^2 + 2t|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta \geq 1$ 恒成立。令 $t|\vec{a}| = x$ ，所以 $|\vec{b} + t\vec{a}|^2 = x^2 + 2x|\vec{b}| \cdot \cos \theta + |\vec{b}|^2$ ，若 θ 为定值，则当 $|\vec{b}|$ 为定值时二次函数才有最小值，

故选 B.

考

点:1、平面向量的模；2、平面向量的夹角.

9. 【2018 湖南浏阳五校联考】已知直线 m, l ，平面 α, β ，且 $m \perp \alpha, l \subset \beta$ ，给出下列命题：

- ①若 $\alpha \parallel \beta$ ，则 $m \perp l$ ； ②若 $\alpha \perp \beta$ ，则 $m \parallel l$ ；
③若 $m \perp l$ ，则 $\alpha \perp \beta$ ； ④若 $m \parallel l$ ，则 $\alpha \perp \beta$ 。其中正确的命题是

A. ①④ B. ③④ C. ①② D. ①③

【答案】A

【解析】若 $\alpha \parallel \beta$ ，且 $m \perp \alpha \Rightarrow m \perp \beta$ ，又 $l \subset \beta \Rightarrow m \perp l$ ，所以①正确。

若 $\alpha \perp \beta$ ，且 $m \perp \alpha \Rightarrow m \parallel \beta$ ，又 $l \subset \beta$ ，则 m 与 l 可能平行，可能异面，所以②不正确。

若 $m \perp l$ ，且 $m \perp \alpha$ ， $l \subset \beta \Rightarrow \alpha$ 与 β 可能平行，可能相交。所以③不正确。

若 $m \parallel l$ ，且 $m \perp \alpha \Rightarrow l \perp \alpha$ 又 $l \subset \beta \Rightarrow \alpha \perp \beta, \therefore$ ④正确。

故选:B.

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 2$ ， $a_{2n} = a_n + 1$ ， $a_{2n+1} = n - a_n$ ，则 $\{a_n\}$ 的前 100 项和为()

A. 1250 B. 1276 C. 1289 D. 1300

【答案】C

【解析】

学必求其心得，业必贵于专精

试题分析：由条件得 $a_{2n} + a_{2n+1} = n + 1$ ， 则

学必求其心得，业必贵于专精

$a_1 + (a_2 + a_3) + (a_4 + a_5) + \dots + (a_{98} + a_{99}) = 2 + 2 + 3 + \dots + 50 = 1276$. 因 为

$a_{100} = 1 + a_{50} = 1 + (1 + a_{25}) = 2 + (12 - a_{12}) = 14 - (1 + a_6) = 13 - (1 + a_3) = 12 - (1 - a_1) = 13$, 所 以

$a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 1276 + 13 = 1289$, 故选 C.

考点：1、数列的性质；2、等差数列的前 n 项和.

11. 已知实数 x 、 y 满足条件 $\begin{cases} x \geq 2 \\ x + y \leq 4 \\ ax + y + 5 \geq 0 \end{cases}$, 若目标函数 $z = 3x + y$ 的最小值

为 5, 则 a 的值为 ()

A. -17

B. -2

C. 2

D. 17

【来源】【百强校】2016 届广东汕头市普通高考高三第二次模拟数学(文) 试卷 (带解析)

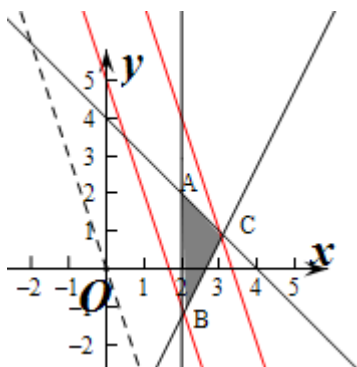
【答案】B

【解析】

试题分析：目标函数 $z = 3x + y$ 的最小值为 5, $\therefore y = -3x + z$, 要使目标函数 $z = 3x + y$ 的最小值为 5, 作

出不等式组对应的平面区域如图, 则目标函数经过点 B 截距最小, 由 $\begin{cases} x = 2 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$, 即

$B(2, -1)$, 同时 B 也在直线 $ax + y + 5 = 0$, 即 $2a - 1 + 5 = 0$, 解得 $a = -2$, 故选: B.



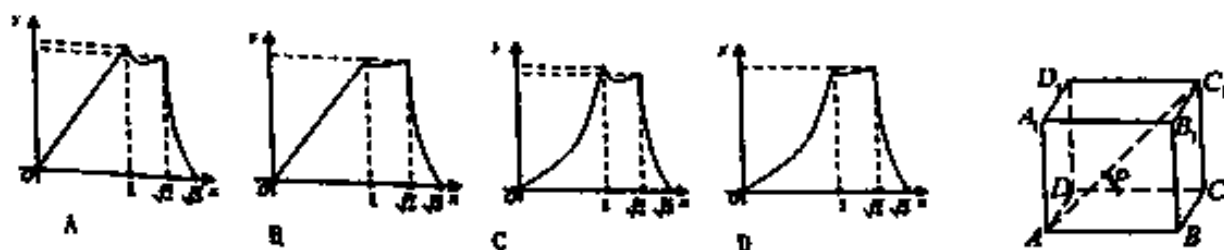
考点:简单的线性规划.

【方法点睛】

学必求其心得，业必贵于专精

本题主要考查线性规划中利用可行域求目标函数的最值,属简单题. 求目标函数最值的一般步骤是“一画、二移、三求”: (1) 作出可行域 (一定要注意是实线还是虚线) ; (2)找到目标函数对应的最优解对应点 (在可行域内平移变形后的目标函数, 最先通过或最后通过的顶点就是最优解) ; (3) 将最优解坐标代入目标函数求出最值.

12.如图,在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的对角线 AC_1 上取一点 P , 以 A 为球心, AP 为半径作一个球, 设 $AP=x$, 记该球面与正方体表面的交线的长度和为 $f(x)$, 则函数 $f(x)$ 的图像最有可能的是()



【答案】 B

【解析】

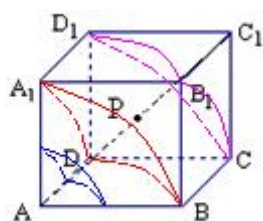
试题分析: 球面与正方体的表面都相交, 我们考虑三个特殊情形: (1) 当 $x=1$; (2) 当 $x=\frac{1}{2}$; (3) 当 $x=\sqrt{2}$.

(1) 当 $x=1$ 时, 以 A 为球心, 1 为半径作一个球, 该球面与正方体表面的交线弧长为 $3 \times \frac{1}{4} \times 2\pi \times 1 = \frac{3\pi}{2}$,

且为函数 $f(x)$ 的最大值; (2) 当 $x=\frac{1}{2}$ 时, 以 A 为球心, $\frac{1}{2}$ 为半径作一个球, 根据图形的相似, 该球面与

正方体表面的交线弧长为 (1) 中的一半; (3) 当 $x=\sqrt{2}$ 时, 以 A 为球心, $\sqrt{2}$ 为半径作一个球, 其弧长

为 $3 \times \frac{1}{4} \times 2\pi \times 1 = \frac{3\pi}{2}$, 且为函数 $f(x)$ 的最大值, 对照选项可得 B 正确.



考点：函数图象.

【思路点睛】球面与正方体的表面都相交，我们考虑三个特殊情形：

(1) 当 $x=1$ ；(2) 当 $x=\frac{1}{2}$ ；(3) 当 $x=\sqrt{2}$ 。其中(1)(3)两种情形所得弧长相等且为函数 $f(x)$ 的最大值，根据图形的相似，(2)中的弧长为(1)中弧长的一半，对照选项，即可得出答案。本题考查数形结合的数学思想方法，考查特殊值、小题小作的小题技巧。

二. 填空题（共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 若非零向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=3|\vec{b}|=|\vec{a}+2\vec{b}|$ ，则 $\vec{a}, \vec{b}$ 夹角的余弦值为 _____.

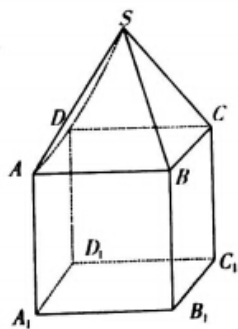
【答案】 $-\frac{1}{3}$

【解析】

试题分析：由 $|\vec{a}|=|\vec{a}+2\vec{b}|$ ，得 $\vec{a}^2=(\vec{a}+2\vec{b})^2=\vec{a}^2+4\vec{b}^2+4\vec{a}\vec{b}$ ，即 $\vec{a}\vec{b}=-\vec{b}^2$ ，所以 $\cos\langle\vec{a}, \vec{b}\rangle=\frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{-\vec{b}^2}{3|\vec{b}|^2}=-\frac{1}{3}$.

考点：1、平面向量的数量积运算；2、平面向量的夹角.

14. 如图 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是棱长为 1 的正方体， $S-ABCD$ 是高为 1 的正四棱锥，若点 S, A_1, B_1, C_1, D_1 在同一个球面上，则该球的表面积为 _____.

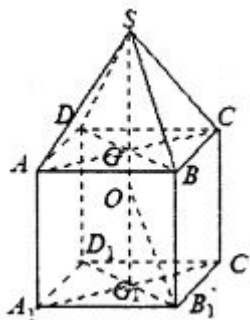


【答案】 $\frac{81\pi}{16}$

【解析】

学必求其心得，业必贵于专精

试题分析：按如图所示作辅助线， O 为球心，设 $OG_1 = x$ ，则 $OB_1 = SO = 2 - x$ ，同时由正方体的性质知 $B_1G_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，则在 $Rt\triangle OB_1G_1$ 中， $OB_1^2 = G_1B_1^2 + OG_1^2$ ，即 $(2-x)^2 = x^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2$ ，解得 $x = \frac{7}{8}$ ，所以球的半径 $R = OB_1 = \frac{9}{8}$ ，所以球的表面积为 $S = 4\pi R^2 = \frac{81}{16}\pi$ 。



考点：1、多面体的外接球；2、球的表面积。

【思路点睛】解答本题的关键是求出外接球的半径，如何利用题设条件建构含球的半径的方程是解答好本题的关键之所在。求解时充分借助正方体和正四棱锥都是对称图形，将球心设在四棱锥与正方体底面的中心的连线上，借助截面圆的圆心与球心连线垂直于截面圆，运用勾股定理求出了半径 R 。

15. 若直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 (a > 0, b > 0)$ 过点 $(2, 1)$ ，则 $3a + b$ 的最小值为_____。

【来源】【百强校】2016—2017 学年辽宁庄河高中高二 10 月考文数试卷（带解析）

【答案】 $7 + 2\sqrt{6}$

【解析】

学必求其心得，业必贵于专精

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/328115003125006052>