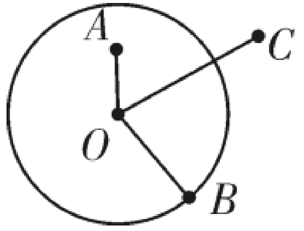
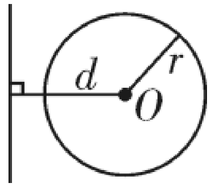
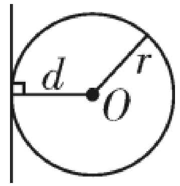
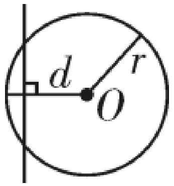
第二节　与圆有关的位置关系

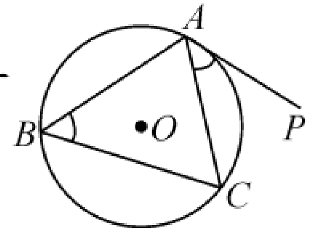
考点梳理特训

与圆有关的位置关系

	点与圆的位置关系			直线与圆的位置关系		
图示	设⊙O的半径为r，点到圆心的距离为d 			 没有公共点	 有一个公共点	 有两个公共点
位置关系	点在圆外	点在圆上	点在圆内	相离	相切	相交
数量关系	d①______r	d②______r	d③______r	d④______r	d⑤______r	d⑥______r

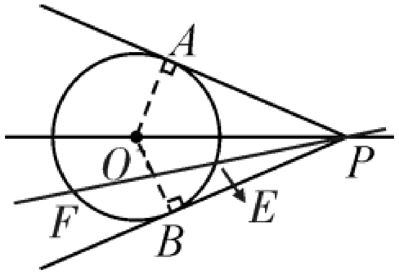
与圆有关的位置关系

切线及其性质与判定

性质	圆的切线⑦________于过切点的半径	【拓展】弦切角定理：如图，AP与$\odot O$相切于点A，则$\angle PAC=\angle ABC$ 
推论	经过圆心且垂直于切线的直线必过⑧________	
	经过切点且垂直于切线的直线必过⑨________	
判定	和圆有且只有⑩______个交点的直线是圆的切线(定义)	
	如果圆心到一条直线的距离⑪________圆的半径，那么这条直线是圆的切线(无交点，作垂直，证半径)	
	经过半径的外端并且⑫________于这条半径的直线是圆的切线(判定定理)(有交点，连半径，证垂直)	

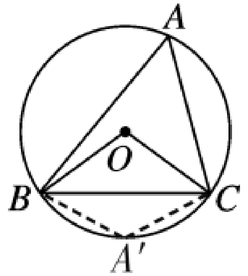
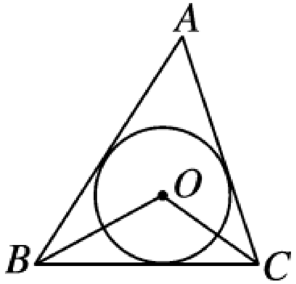
【提示】在证明切线时，连接切点与圆心是常见的辅助线

与圆有关的位置关系

<table>
<tr><td rowspan="3">* 切线长定理</td><td>从圆外一点可以引圆的两条切线,它们的切线长⑬______,这一点和圆心的连线平分两条切线的夹角</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>如右图,$PA=PB$,$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\angle APB$</td></tr>
<tr><td>【拓展】切割线定理:如右图,$PA^2=PE\cdot PF$</td></tr>
</table>

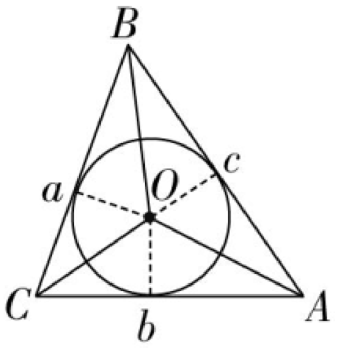
与圆有关的位置关系

三角形的外接圆、内切圆

	图　形	圆心名称	性　质	角度关系
外接圆		⑭______（三角形的外接圆的圆心或三角形三边垂直平分线的交点）	三角形的外心到三角形的三个顶点的距离⑮______	$\angle BOC=$⑯____$\angle A$ $=360°-2\angle A'$
内切圆		⑰______（三角形的内切圆的圆心或三角形三个内角的平分线的交点）	三角形的内心到三角形的三条边的距离⑱______	$\angle BOC=90°+$⑲____$\angle A$

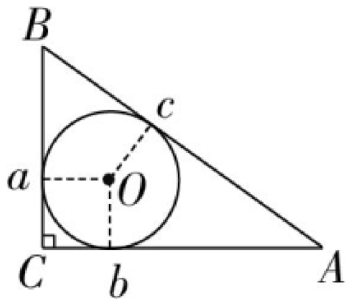
与圆有关的位置关系

三角形的外接圆、内切圆

【拓展】注：a,b,c 为 $\triangle ABC$ 中 BC,AC,AB 的长，r 为 $\triangle ABC$ 内切圆的半径		
任意三角形的内切圆		利用等面积法可得 $r=\dfrac{2S_{\triangle ABC}}{a+b+c}$ 如：若 $\triangle ABC$ 的面积为 $6\ \text{cm}^2$，周长为 $8\ \text{cm}$，则内切圆的半径为⑳________

与圆有关的位置关系

三角形的外接圆、内切圆

直角三角形的内切圆		利用等面积可得 $r=\dfrac{ab}{a+b+c}$,利用切线长定理可得 $r=\dfrac{a+b-c}{2}$ 如:若 Rt $\triangle ABC$的三边分别为 3,4,5,则内切圆的半径为㉑______

基础分点巩固

1.如果直径为13
cm的圆与一条直线有两个公共点,则圆心到该直线的距离d满足（　　）

C

A.$d = 13$ cm

B.$d = 6.5$ cm

C.0 cm$\leq d < 6.5$ cm

D.$d > 6.5$ cm

2.在同一平面内,点P在⊙ O外,已知点P到⊙ O上的点的最大距离为a,最小距离为b,则⊙ O的半径为(B)

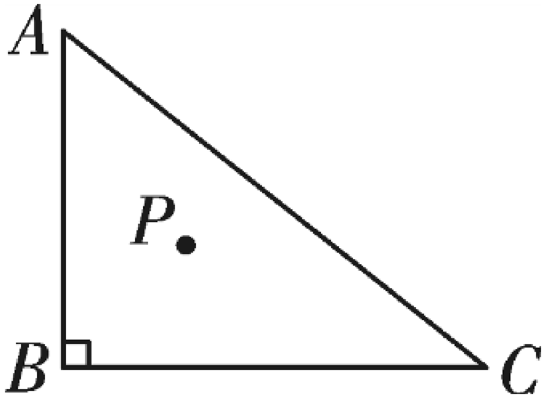
A. $\frac{a+b}{2}$

B. $\frac{a-b}{2}$

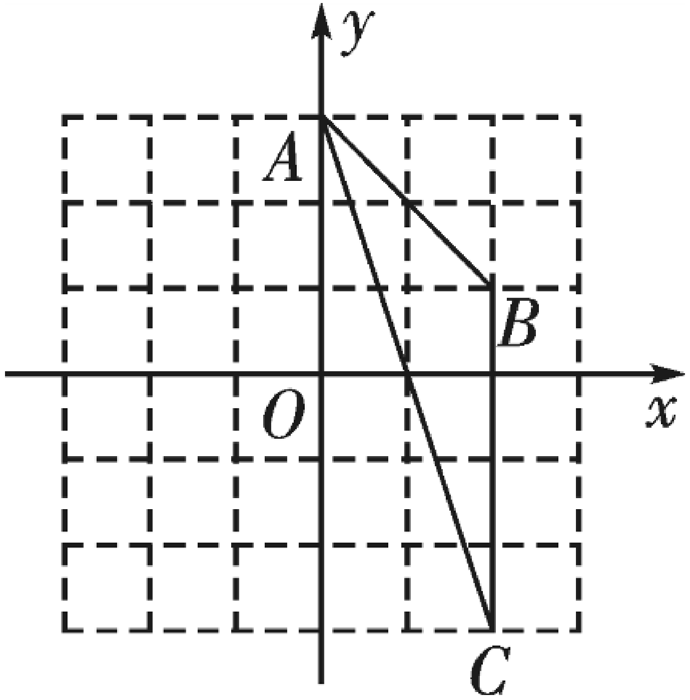
C.a

D.b

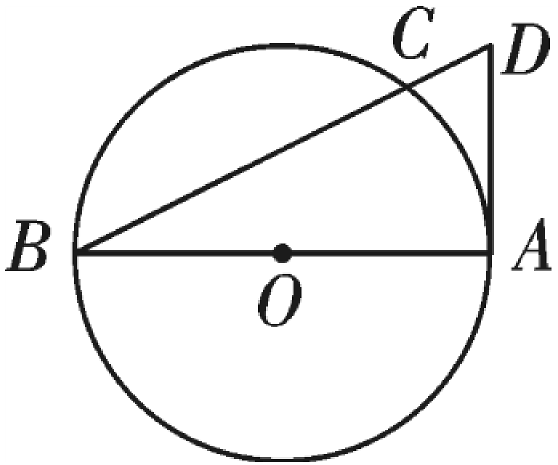
3.如图,已知在Rt△ABC中,$\angle B=90^\circ$,$AB=6$,$AC=10$,点P是Rt△ABC的内心,点P到边AB的距离为__2__.



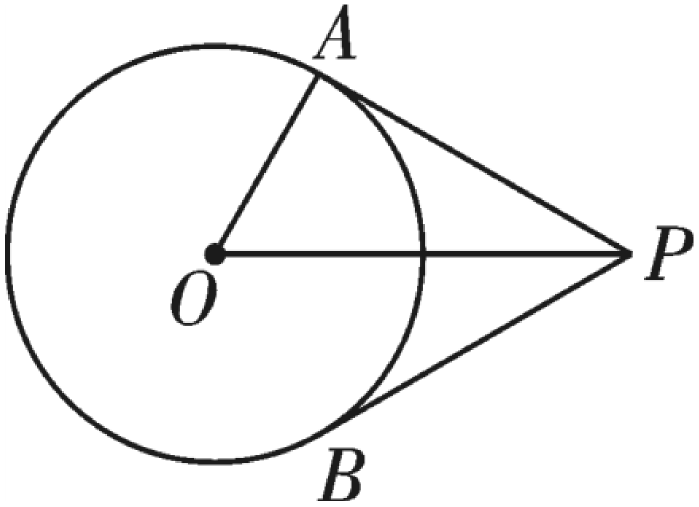
4.如图,在平面直角坐标系xOy中,点A(0,3),点B(2,1),点C(2,－3).则经画图操作可知：△ABC的外接圆的圆心坐标是<u>(－2,－1)</u>.



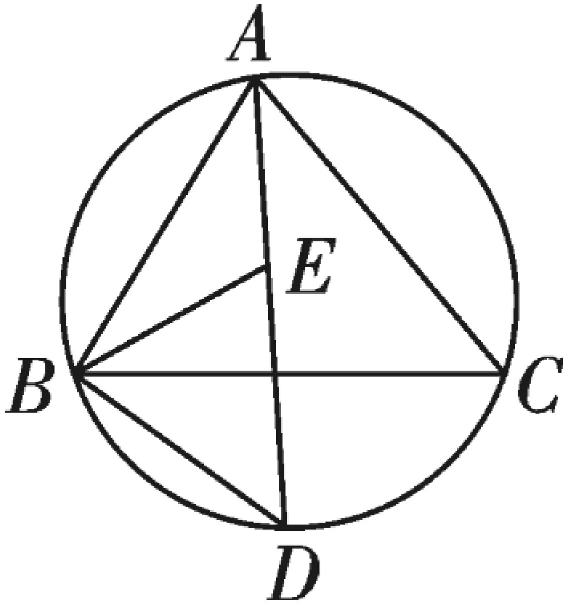
5.如图,AD切⊙O于点A,AB是⊙O的直径,BD交⊙O于点C.已知AD＝2,AB＝4,则弦BC的长为$\underline{\dfrac{8\sqrt{5}}{5}}$.



6.如图,PA,PB是⊙O的两条切线,A,B是切点,若$\angle APB=60^\circ$,则$\angle OPB=$__30°__.



7.如图,点E是△ABC的内心,AE的延长线和△ABC的外接圆相交于点D.连接BD,若$\angle C=50°$,则$\angle DBE=$ 65° ________.



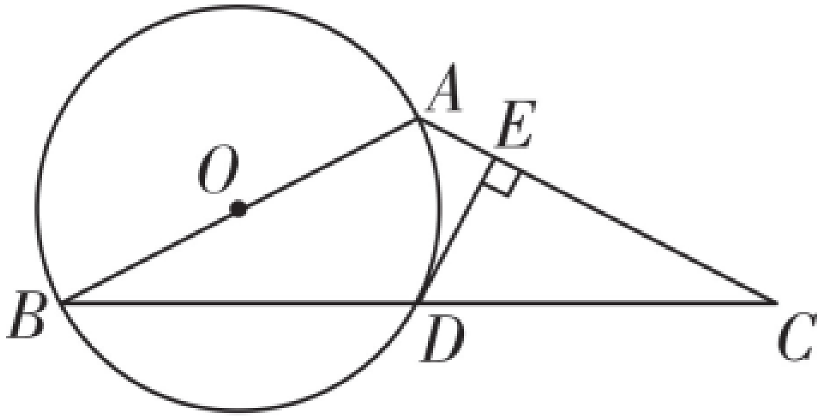
重难点分层突破

重难点：与切线相关的证明与计算

突破设问一 切线的判定

考向1：切点确定,连半径,证垂直

例1

(1)如图①,AB是⊙O的直 

①

DE⊥AC于点E.求证：DE是⊙O的切线；

证明：连接OD,

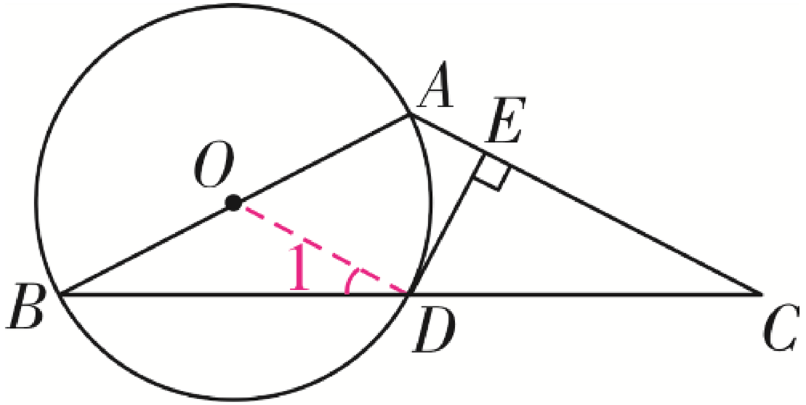
∵ $OB=OD$, ∴ $\angle B=\angle 1$,

∵ $AB=AC$, ∴ $\angle B=\angle C$,

∴ $\angle 1=\angle C$, ∴ $OD\parallel AC$,

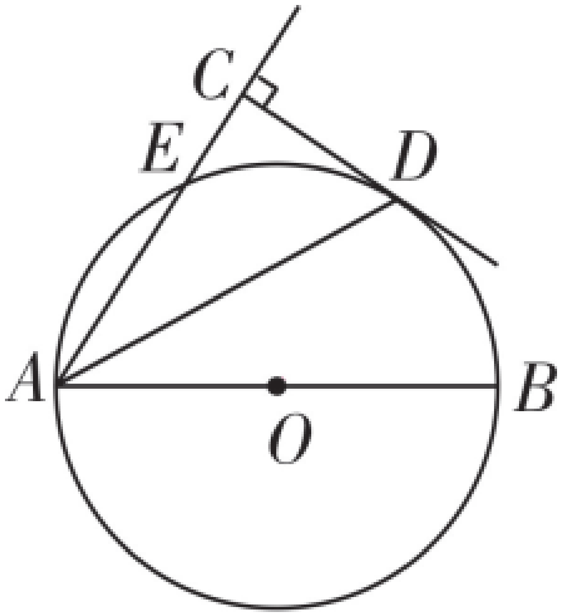
∵ $DE\perp AC$, ∴ $OD\perp DE$,

又∵点D在⊙O上, ∴DE是⊙O的切线.



①

(2)如图②,AB是⊙O的直径,AD平分∠CAB,点D在⊙O上,CD⊥AC于点C.求证：CD是⊙O的切线；



②

证明：连接OD，

∵AD平分∠CAB，

∴∠CAD = ∠BAD.

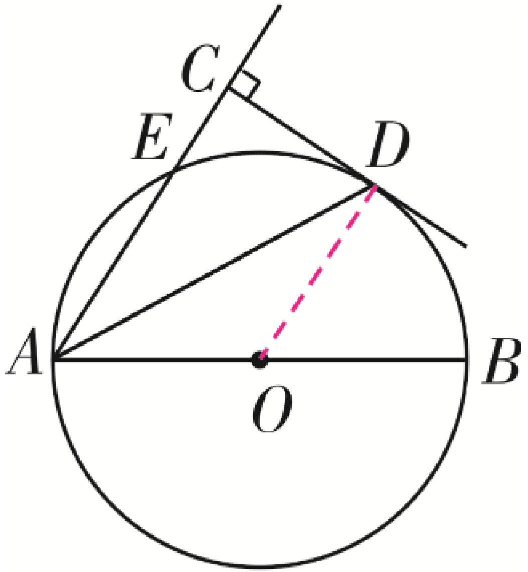
又∵OD = OA，∴∠BAD = ∠ADO，

∴∠ADO = ∠CAD，∴AC∥OD，

∵AC⊥CD，∴OD⊥CD，

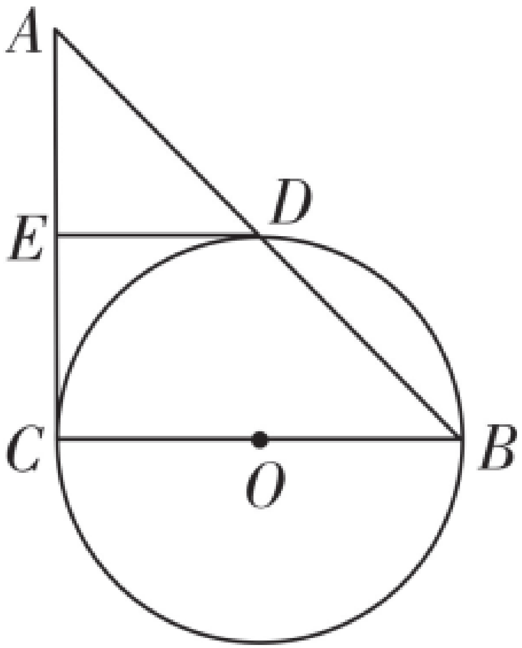
∵点D在⊙O上，

∴CD是⊙O的切线.

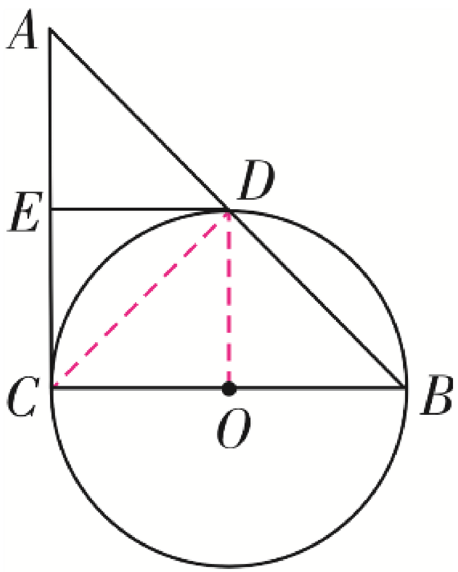


②

(3)如图③,$AC \perp BC$于点C,BC是⊙O的直径,AB与⊙O相交于点D,$EA=EC$,求证:ED是⊙O的切线;



③



③

证明：连接OD,CD,$\because$ CB是直径,

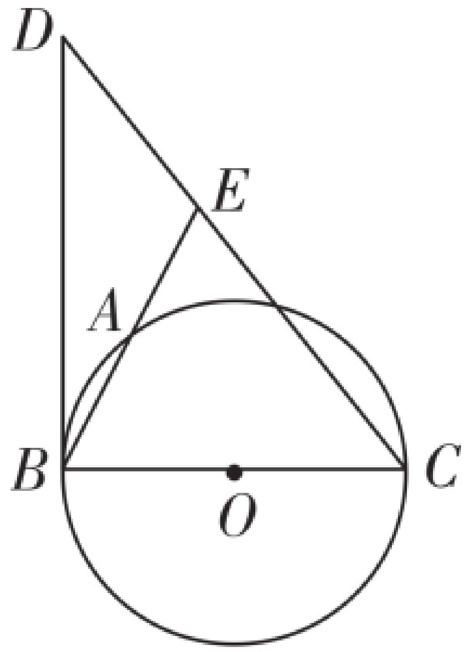
$\therefore \angle CDB = \angle ADC = 90°$, $\because EA = EC$,

$\therefore ED = EC$, $\therefore \angle ECD = \angle EDC$.

$\because OD = CO$, $\therefore \angle OCD = \angle CDO$, $\because AC \perp BC$,

$\therefore \angle EDO = \angle ACB = 90°$,即$ED \perp DO$, $\because$ 点D在⊙O上, $\therefore$ ED是⊙O的切线.

(4)如图④,BC是⊙O的直径,CB = CE,BE交⊙O于点A,且∠DBE = $\frac{1}{2}$∠ECB.求证:DB是⊙O的切线.



④

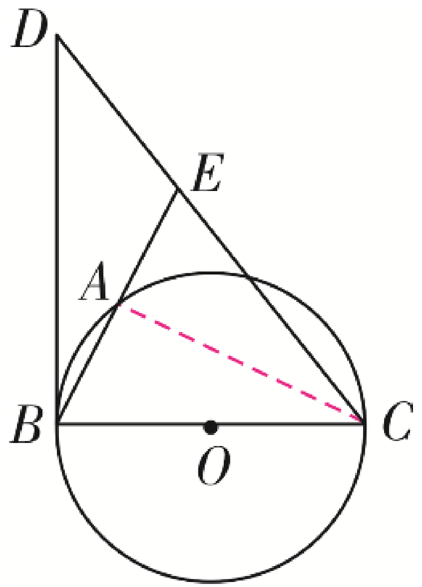
证明：连接AC，$\because$ BC是直径，

$\therefore AB \perp AC, \angle ABC + \angle ACB = 90°$.

$\because CB = CE, \therefore \angle ACB = \frac{1}{2}\angle ECB$.

$\because \angle DBE = \frac{1}{2}\angle ECB, \therefore \angle DBE = \angle ACB$,

$\therefore \angle DBE + \angle ABC = 90°, \therefore DB \perp BC$，$\because$ 点B在⊙ O上，$\therefore$ DB是⊙ O的切线.



④

【方法归纳】

当切点确定时,常连接圆心与切点,证所连半径与直线垂直

1.当图中有90°角时：①利用等角代换证得垂直；②利用平行线证得垂直；③利用三角形全等证得垂直.

2.当图中没有90°角时,需要构造：①若图中有已知直径,则利用直径所对的圆周角是90°,构造直角；②若图中有等腰三角形,则利用等腰三角形“三线合一”的性质构造直角.