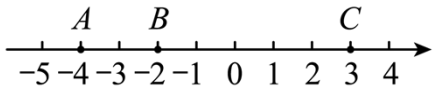
难关必刷 02 有理数与整式加减综合之数轴上动点与绝对值问题（解答 60 题专练）

一、解答题

1.（2021 秋·广东韶关·七年级校考期中）如图，数轴上有三个点 A，B，C，表示的数分别是 -4，-2，3.



(1)若使 C、B 两点的距离是 A、B 两点的距离的 3 倍，则需将点 C 向右移动_____个单位；

(2)点 A、B、C 开始在数轴上运动，若点 A 以每秒 a 个单位长度的速度向左运动，同时，点 B 和点 C 分别以每秒 1 个单位长度和 3 个单位长度的速度向右运动，设运动时间为 t 秒：

①点 A、B、C 表示的数分别是_____、_____、_____（用含 a、t 的代数式表示）：

②若点 B 与点 C 之间的距离表示为 d_1，点 A 与点 B 之间的距离表示为 d_2，当 a 为何值时，d_1+d_2 的值不会随着时间 t 的变化而改变.

【答案】(1)1

(2)①$-4-at$，$-2+t$，$3+3t$；②-1

【分析】（1）由 $AB=2$，结合数轴即可得出点 C 向左移动的距离；

（2）①结合路程＝时间×速度写出答案；

②先求出 d_1+d_2 的值，进一步根据题意即可求出结果.

【详解】（1）解：由数轴可知：A、B 两点的距离为 2，B 点、C 点表示的数分别为：-2，3，

所以当 C、B 两点的距离是 A、B 两点的距离的 3 倍时，

即 C、B 两点的距离是 $2\times3=6$，

则点 C 表示的数为 $-2-6=-8$ 或 $-2+6=4$，

$\because 4>3$，

$\therefore$需将点 C 向右移动 $4-3=1$ 的单位；

故答案是：1.

（2）①$\because$点 A 以每秒 a 个单位的速度向左运动，点 B 与点 C 分别以每秒 1 个单位长度和 3 个单位长度的速度向右运动，

$\therefore$点 A 表示的数是 $-4-at$；点 B 表示的数是 $-2+t$；点 C 所表示的数是 $3+3t$.

故答案是：$-4-at$，$-2+t$，$3+3t$；

②∵点A与点B之间的距离表示为d_2，点A表示的数是$-4-at$，点B表示的数是$-2+t$；

$\therefore d_2=(-2-t)-(-4-at)=2-t+at$；

∵点B与点C之间的距离表示为d_1，点B表示的数是$-2+t$，点C所表示的数是$3+3t$；

$\therefore d_1=(3+3t)-(-2+t)=5+2t$；

$\therefore d_1+d_2=2-t+at+5+2t=7+(a+1)t$，

故当$a=-1$时，$d_1+d_2=7$，此时d_1+d_2的值不会随着时间t的变化而改变.

故当$a=-1$时，d_1+d_2的值不会随着时间t的变化而改变.

【点睛】本题考查了数轴上的动点问题，数轴上两点间的距离，整式的加减运算等，解题的关键是根据点的运动方向和速度求得动点表示的数.

2.（2022秋·福建漳州·七年级福建省漳州第一中学校考期中）已知在数轴上，一动点Q从原点O出发，沿着数轴以每秒4个单位长度的速度来回移动，第1次移动是向右移动1个单位长度，第2次移动是向左移动2个单位长度，第3次移动是向右移动3个单位长度，第4次移动是向左移动4个单位长度，第5次移动是向右移动5个单位长度，…….

(1)求出2.5秒钟后动点Q所在的位置；

(2)第7次移动后，点Q在表示数_____的位置上，运动时间为_____s；

(3)第n次移动后，点Q运动时间为_____s，当n为奇数时，点Q在表示数_____的位置上；当n为偶数时，点Q在表示数_____的位置上；

(4)如果在数轴上有一个定点A，且A与原点O相距48个单位长度，问：动点Q从原点出发，可能与A重合，若能，则第一次与点A重合需要多长时间？若不能，请说明理由.

【答案】(1)-2

(2)4，7

(3)$\frac{n(n+1)}{8}$，$\frac{n+1}{2}$，$-\frac{n}{2}$

(4)1140秒或1164秒

【分析】（1）先根据路程=速度×时间求出2.5秒钟走过的路程，然后根据左减右加列式计算即可得解；

（2）根据左减右加列式计算即可得解，根据路程=速度×时间求出路程，进而求得时间；

（3）根据（1）（2）的规律，表示出运动的路程，进而分奇数与偶数分类讨论，即可求解；

（4）分点A在原点左边与右边两种情况分别求出动点走过的路程，然后根据时间=路程÷速度计算即可得解.

【详解】（1）解：$\because 4\times 2.5=10$，

$\therefore$ 点Q走过的路程是$1+2+3+4=10$，

Q处于：$1-2+3-4=4-6=-2$；

（2）解：Q处于：$1-2+3-4+5-6+7=-3+7=4$；

$\therefore$点Q走过的路程是$1+2+3+4+5+6+7=28$

$\therefore 28\div 4=7$秒，

故答案为：4，7．

（3）解：第n次移动后，点Q运动时间为$\left(1+\left|-2\right|+3+\left|-4\right|+5+\ldots+n\right)\div 4=\left(\frac{1+n}{2}\times n\right)\div 4=\frac{n\left(n+1\right)}{8}$，

设$S=1-2+3-4+5-6+\ldots+n$，当n为奇数时，$S=-\frac{n-1}{2}+n=\frac{n+1}{2}$

$\therefore$点Q在表示数为$\frac{n+1}{2}$的位置上；

当n为偶数时，$S=-\frac{n}{2}$点Q在表示数$-\frac{n}{2}$的位置

故答案为：$\frac{n\left(n+1\right)}{8}$，$\frac{n+1}{2}$，$-\frac{n}{2}$．

（4）解：①当点A在原点右边时，设需要第n次到达点A，则

$\frac{n+1}{2}=48$，

解得$n=95$，

$\therefore$动点Q走过的路程是

$1+\left|-2\right|+3+\left|-4\right|+5+\ldots+\left|-94\right|+95$

$=1+2+3+\ldots+95$

$=\frac{\left(1+95\right)\times 95}{2}$

$=4560$，

$\therefore$时间$=4560\div 4=1140$(秒)；

②当点A原点左边时，设需要第n次到达点A，则$\frac{n}{2}=48$，

解得$n=96$，

$\therefore$动点Q走过的路程是

$1+\left|-2\right|+3+\left|-4\right|+5+\ldots+95+\left|-96\right|$

$=1+2+3+\ldots+96$

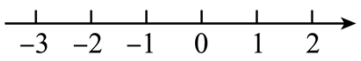
$=\frac{(1+96)\times 96}{2}$

$=4656$，

$\therefore$时间$=4656\div 4=1164$(秒)．

【点睛】本题考查了数轴的知识，弄清题中的移动规律是解本题的关键．分情况讨论求解，弄清楚跳到点A处的次数的计算方法是关键．

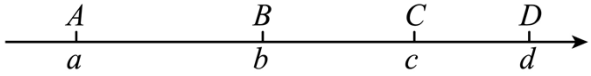
3．（2022秋·浙江宁波·七年级余姚市梨洲中学校考期中）数轴是初中数学的一个重要工具，利用数轴可以将数与形完美结合．通过研究数轴，我们发现了许多重要的规律，比如：数轴上点A和点B表示的数为a，b，则A，B两点之间的距离$AB=|a-b|$，若$a>b$，则可化简为$AB=a-b$．请你利用数轴解决以下问题：



(1)已知点P为数轴上任一动点，点P对应的数记为m，若点P与表示有理数−2的点的距离是3个单位长度，则m的值为 _____；

(2)已知点P为数轴上任一动点，点P对应的数记为m，若数轴上点P位于表示﹣5的点与表示2的点之间，则$|m-2|+|m+5|=$_____；

(3)已知点A，B，C，D在数轴上分别表示数a，b，c，d，四个点在数轴上的位置如图所示，若$|a-d|=12,|b-d|=7,|a-c|=9$，则$|b-c|$等于 _____.



(4)若$b=a$，$c=\frac{1}{2}a,d=\frac{1}{3}a$，$e=\frac{1}{4}a,f=\frac{1}{5}a$，则式子$|b-1|+2|c+2|+3|d-3|+4|e+4|+5|f-5|$的最小值为_____.

【答案】(1)1或﹣5

(2)7

(3)4

(4)54

【分析】（1）由题意可知，$|a-(-2)|=3$，再接方程即可；

（2）由点P位于表示﹣5的点与表示2的点之间，得到$|m-2|+|m+5|$表示点P到2和﹣5的距离和，由$|-5-2|=7$，即可得到答案；

（3）由题意得到 $|a-c|=AC$，$|a-d|=AD$，$|b-d|=BD$，$|a-c|=AC$，则

$|b-c|=BC=BD+AC-AD=|b-d|+|a-c|-|a-d|=9+7-12=4$，即可得到答案；

（4）由题意可得 $|b-1|+2|c+2|+3|d-3|+4|e+4|+5|f-5|=|a-1|+|a+4|+|a-9|+|a+16|+|a-25|$，根据绝对值的几何意义，相当于找一点，使得这个点到，1，﹣4，9，﹣16，25 距离和最小，即可得到答案.

【详解】（1）解：∵点 P 与表示有理数﹣2 的点的距离是 3 个单位长度，

$\therefore |a-(-2)|=3$，

$\therefore a+2=3$ 或 $a+2=-3$，

解得 $a=1$ 或 $a=-5$，

故答案为：1 或﹣5；

（2）∵点 P 位于表示﹣5 的点与表示 2 的点之间，

$\therefore |m-2|+|m+5|$ 表示点 P 到 2 和﹣5 的距离和，

$\because |-5-2|=7$，

$\therefore |m-2|+|m+5|=7$，

故答案为：7；

（3）$\because |a-c|=AC$，$|a-d|=AD$，$|b-d|=BD$，$|a-c|=AC$，

$\therefore |b-c|=BC=BD+AC-AD=|b-d|+|a-c|-|a-d|=9+7-12=4$，

故答案为：4

（4）$\because b=a, c=\frac{1}{2}a, d=\frac{1}{3}a, e=\frac{1}{4}a, f=\frac{1}{5}a$ ，

$\therefore |b-1|+2|c+2|+3|d-3|+4|e+4|+5|f-5|$

$=|a-1|+2\left|\frac{1}{2}a+2\right|+3\left|\frac{1}{3}a-3\right|+4\left|\frac{1}{4}a+4\right|+5\left|\frac{1}{5}a-5\right|$

$=|a-1|+|a+4|+|a-9|+|a+16|+|a-25|$，

根据绝对值的几何意义，相当于找一点，使得这个点到，1，﹣4，9，﹣16，25 距离和最小，

只能取 $a=1$，

当 $a=1$ 时，$|a-1|+|a+4|+|a-9|+|a+16|+|a-25|$ 有最小值，

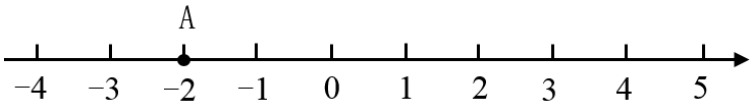
此时原式 $=|1-1|+|1+4|+|1-9|+|1+16|+|1-25|$

＝54，

故答案为：54.

【点睛】此题考查了数轴，熟练掌握数轴上点的特征，两点间距离的求法，绝对值的意义是解题的关键.

4.（2022 秋·重庆丰都·七年级校联考期中）在学习了数轴后，小亮决定对数轴进行变化应用：



(1)应用一：已知点 A 在数轴上表示为–2，数轴上任意一点 B 表示的数为 x，则 AB 两点的距离可以表示为_____；

应用这个知识，

①找出所有符合条件的整数 x，使 $|x+5|+|x-2|=7$ 成立.

②对于任何有理数 x，$|x-3|+|x-6|$ 是否有最小值？请说明理由.

(2)应用二：从数轴上取下一个单位长度的线段，第一次剪掉原长的 $\frac{1}{2}$，第二次剪掉剩下的 $\frac{1}{2}$，依此类推，每次都剪掉剩下的 $\frac{1}{2}$，则剪掉 5 次后剩下线段的长度为_____；应用这个原理，请计算：$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}=$_____.

【答案】(1)$|x+2|$；①$-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2$；②3；理由见解析

(2)$\frac{1}{32}$；$1-\frac{1}{2^n}$

【分析】（1）根据数轴上两点间的距离的表示来列式即可；

①找出符合条件的整数 x 使得 $|x+5|+|x-2|=7$ 成立的取值范围即可求解；②计算出有理数 x 在 $x<3$，$3\le x\le 6$，$x>6$ 时 $|x-3|+|x-6|$ 的值，即可得出结论；

（2）第一次剪掉的长度是 $\frac{1}{2}$，剩下的长度是 $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$；第二次剪掉的长度是 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$，剩下的长度是 $\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$；第三次剪掉的长度是 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^3$，以此类推，第 n 次剪掉的长度是 $\left(\frac{1}{2}\right)^n$，按此可求得剪掉 5 次后剩下线段的长度，并利用该原理求得 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}$ 的值.

【详解】（1）解：（1）点 A 在数轴上表示为 –2，数轴上任意一点 B 表示的数为 x，

则 AB 两点的距离可以表示为 $|x-(-2)|=|x+2|$，

故答案为：$|x+2|$；

① 当$x<-5$时，$|x+5|+|x-2|=-x-5+2-x=-2x-3$；

当$-5\le x\le 2$时，$|x+5|+|x-2|=x+5+2-x=7$

当$x>2$时，$|x+5|+|x-2|=x+5+x-2=2x+3$，

∴使$|x+5|+|x-2|=7$的整数x在-5到2之间，

∴$x=-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2$；

② 当$x<3$时，$|x-3|+|x-6|=3-x+6-x=9-2x>3$；

当$3\le x\le 6$时，$|x-3|+|x-6|=x-3+6-x=3$；

当$x>6$时，$|x-3|+|x-6|=x-3+x-6=2x-9>3$；

∴$|x-3|+|x-6|$有最小值，最小值为3；

（2）解：第一次剪掉的长度是$\frac{1}{2}$，剩下的长度是$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$；

第二次剪掉的长度是$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$，剩下的长度是$\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$；

第三次剪掉的长度是$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^3$，剩下的长度是$\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}=\left(\frac{1}{2}\right)^3$

以此类推，第n次剪掉的长度是$\left(\frac{1}{2}\right)^n$，剩下的长度是$\left(\frac{1}{2}\right)^n$；

∴当$n=5$时，剩下的长度为$\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}$，

∴$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}$

$=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left[\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]+\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]+\cdots+\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right]+\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$

$=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n=1-\frac{1}{2^n}$

故答案为：$\frac{1}{32}$；$1-\frac{1}{2^n}$

【点睛】本题考查了数轴上两点间的距离、绝对值的性质以及整式的加减混合运算，找出题目的规律是解

题的关键.

5.（2022 秋·湖南邵阳·七年级校联考期中）阅读理解：对于有理数 a、b，$|a|$ 的几何意义为：数轴上表示数 a 的点到原点的距离；$|a-b|$ 的几何意义为：数轴上表示数 a 的点与表示数 b 的点之间的距离．如：$|x-2|$ 的几何意义即数轴表示数 x 的点与表示数 2 的点之间的距离，请根据你的理解解答下列问题：

(1)$|x+1|$ 的几何意义：_____；若 $|x+1|=5$，那么 x 的值是_____.

(2)$|x+1|+|x+3|$ 的几何意义：_____；$|x+1|+|x+3|$ 的最小值是_____

(3)$|x-1|+|x-2|+|x-3|+|x-4|+\cdots+|x-2023|$ 的最小值是多少？

【答案】(1)数轴上表示 x 的点与表示 -1 的点之间的距离，4 或 -6

(2)数轴上表示 x 的点与表示 -1 的点之间的距离与数轴上表示 x 的点与表示 -3 的点之间的距离之和，2

(3)1023132

【分析】（1）根据绝对值的几何意义即可求解；

（2）根据绝对值的几何意义即可求解；

（3）根据绝对值的几何意义即可求解.

【详解】（1）$|x+1|$ 的几何意义：数轴上表示 x 的点与表示 -1 的点之间的距离，

若 $|x+1|=5$，即 $x+1=5$ 或 $x+1=-5$，

解得 $x=4$ 或 $x=-6$，则 x 的值是 4 或 -6，

故答案为：数轴上表示 x 的点与表示 -1 的点之间的距离，4 或 -6

（2）$|x+1|+|x+3|$ 的几何意义：数轴上表示 x 的点与表示 -1 的点之间的距离与数轴上表示 x 的点与表示 -3 的点之间的距离之和，

当 $-1<x<-3$ 时，$|x+1|+|x+3|$ 的最小值是为 $-1-(-3)=2$

故答案为：数轴上表示 x 的点与表示 -1 的点之间的距离与数轴上表示 x 的点与表示 -3 的点之间的距离之和，2

（3）解：$\because|x-1|+|x-2|+|x-3|+|x-4|+\cdots+|x-2023|$ 表示 x 到 $1,2,3,\cdots2023$ 的点的距离的和，

$\therefore$ 当 $x=\dfrac{1+2023}{2}=1012$ 时，$|x-1|+|x-2|+|x-3|+|x-4|+\cdots+|x-2023|$ 最小，

最小值为 $|1012-1|+|1012-2|+\cdots+|1012-2023|$

$=1011+1010+\cdots+0+1+2+1011$

$=\frac{(1011+1)}{2}\times1011\times2$

$=1012\times1011$

$=1023132$.

【点睛】本题考查了绝对值的几何意义，有理数的混合运算，绝对值方程，掌握绝对值的几何意义是解题的关键.

6.（2022 秋·湖北武汉·七年级校考期中）已知 M，N 两点在数轴上所表示的数分别为 m，n，且 m，n 满足：$|m-7|+(n+2)^2=0$.

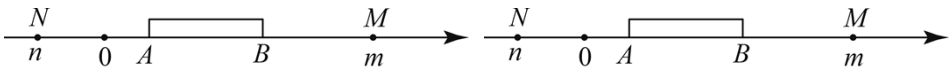


图1　　备图

(1)求 m、n 的值；

(2)①情境：有一个玩具火车 AB 如图 1 所示，放置在数轴上，将火车沿数轴左右水平移动，当点 A 移动到点 B 时，点 B 所对应的数为 m，当点 B 移动到点 A 时，点 A 所对应的数为 n．则玩具火车的长为_____个单位长度；

②应用：如图 1 所示，当火车 AB 匀速向右运动时，若火车完全经过点 M 需要 2 秒，则火车的速度为_____个单位长度/秒.

(3)在（2）的条件下，当火车 AB 匀速向右运动，同时点 P 和点 Q 从 N、M 出发，分别以每秒 1 个单位长度和 2 个单位长度的速度向左和向右运动，记火车 AB 运动后对应的位置为 A_1B_1．是否存在常数 k 使得 $kPQ-B_1A$ 的值与它们的运动时间无关？若存在，请求出 k 和这个定值：若不存在，请说明理由.

【答案】(1)7，–2

(2)①3 个单位长度；②$\frac{3}{2}$ 个单位长度/秒

(3)存在，$k=\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$

【分析】（1）根据$|m-7|+(n+2)^2=0$得$m-7=0,n+2=0$，计算即可.

（2）①设 A 表示的数为x_A, B 表示的数为x_B,小火车的长度为l,根据题意$7-x_B=l$，$x_A-(-2)=l$，$x_B-x_A=l$，建立方程计算即可.

②根据①得$x_A=1,x_B=4$，火车完全经过点 M 需要 2 秒，点 A 运动路程为3单位长度，利用速度=路程÷时间计算即可.

（3）设玩具火车运动的时间为 t 秒，则点 B 运动到点B_1的距离为$\frac{3}{2}t$ 个单位长度，此时点B_1表示的数是

$\frac{3}{2}t+4$，继而得到$B_1A=\frac{3}{2}t+4-1=\frac{3}{2}t+3$，根据题意，得到点$Q$表示的数是$2t+7$，点$9$表示的数是$-2-t$，继而表示$PQ=2t+7-\left(-2-t\right)=9+3t$，代入$kPQ-B_1A$化简，令$t$的系数为零计算即可.

【详解】（1）$\because |m-7|+(n+2)^2=0$，

$\therefore m-7=0,n+2=0$，

$\therefore m=7,n=-2$.

（2）①设A表示的数为x_A，B表示的数为x_B，小火车的长度为l，

根据题意，得$7-x_B=l$，$x_A-\left(-2\right)=l$，$x_B-x_A=l$，

$\therefore 9-\left(x_B-x_A\right)=2l$，

$\therefore 9-l=2l$，

解得$l=3$，

即玩具火车长3个单位长度，

故答案为：3.

②根据①得$x_A=1,x_B=4$，火车完全经过点M需要2秒，

故点A运动路程为3单位长度，

∴玩具火车的速度为：$3\div 2=\frac{3}{2}$（单位长度/秒）

故答案为：$\frac{3}{2}$.

（3）存在，$k=\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$理由如下：

设玩具火车运动的时间为t秒，则点B运动到点B_1的距离为$\frac{3}{2}t$个单位长度，此时点B_1表示的数是$\frac{3}{2}t+4$，

$\therefore B_1A=\frac{3}{2}t+4-1=\frac{3}{2}t+3$，

根据题意，得到点Q表示的数是$2t+7$，点9表示的数是$-2-t$，

$\therefore PQ=2t+7-\left(-2-t\right)=9+3t$，

$\therefore kPQ-B_1A=k\left(9+3t\right)-\left(\frac{3}{2}t+3\right)=\left(9k-3\right)+\left(3k-\frac{3}{2}\right)t$，

∵常数k使得$kPQ-B_1A$的值与它们的运动时间无关，

$\therefore 3k-\frac{3}{2}=0$，

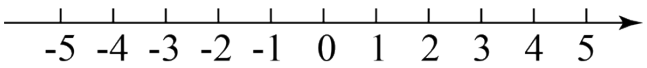
解得$k=\frac{1}{2}$，

故$9k-3=\frac{3}{2}$，

故当$k=\frac{1}{2}$时，常数k使得$kPQ-B_1A$的值与它们的运动时间无关，此时值为$\frac{3}{2}$.

【点睛】本题考查了数轴的动点问题，两点间的距离，数轴上的点与数的关系，多项式的无关计算，熟练掌握动点运动的规律和多项式的无关计算是解题的关键.

7.（2022秋·湖北孝感·七年级统考期中）观察下列每对数在数轴上的对应点间的距离，3与5，4与–3，–4与3，–2与–5．并回答下列各题：



(1)数轴上表示4和–3两点间的距离是_，表示–2和–5两点间的距离是_；

(2)若数轴上的点A表示的数为x，点B表示的数为–4.

①数轴上A、B两点间的距离可以表示为_（用含x的代数式表示）；

②如果数轴上A、B两点间的距离为$|AB|=2$，求x的值.

(3)直接写出代数式$|x+2|+|x-5|$的最小值为_.

【答案】(1)7，3

(2)①$|x+4|$；②$x=-6$或–2

(3)7

【分析】（1）根据两点间的距离公式即可得出结果；

（2）①根据两点间的距离公式即可得出结果；②解绝对值方程即可得出结果；

（3）由线段的性质，两点之间，线段最短，可知当$-2\le x\le 5$时，$|x+2|+|x-5|$有最小值，即可得出结果.

【详解】（1）解：$4-(-3)=4+3=7$；

$-2-(-5)=-2+5=3$

故答案为：7；3；

（2）①解：∵数轴上的点A表示的数为x，点B表示的数为–4，

∴数轴上A、B两点间的距离$|AB|=|x-(-4)|=|x+4|$，

故答案为：$|x+4|$；

② 解：$\because |AB|=2$，$|AB|=|x+4|$

$\therefore |x+4|=2$

当$x+4=2$时，$x=-2$；

当$x+4=-2$时，$x=-6$；

$\therefore x=-6$或-2；

（3）解：$\because |x+2|+|x-5|$表示x到-2的距离与x到5的距离和，

$\therefore$只有x在-2与5之间，即$-2\le x\le 5$时，$|x+2|+|x-5|$的值最小，

$\therefore |x+2|+|x-5|=x+2+5-x=7$，

故答案为：7.

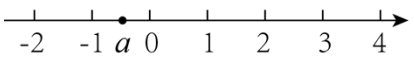
【点睛】本题考查了数轴上两点间的距离、绝对值方程等知识，熟练掌握数轴上两点间的距离公式是解题的关键.

8.（2022秋·黑龙江大庆·七年级校考期中）【问题提出】$|a-1|+|a-2|+|a-3|+\cdots+|a-2021|$的最小值是多少？

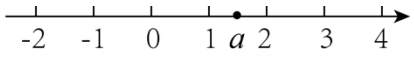
【阅读理解】

为了解决这个问题，我们先从最简单的情况入手．$|a|$的几何意义是a这个数在数轴上对应的点到原点的距离，那么$|a-1|$可以看作a这个数在数轴上对应的点到1的距离；$|a-1|+|a-2|$就可以看作a这个数在数轴上对应的点到1和2两个点的距离之和，下面我们结合数轴研究$|a-1|+|a-2|$的最小值．

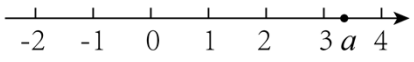
我们先看a表示的点可能的3种情况，如图所示：



图①



图②



图③

如图①，a在1的左边，从图中很明显可以看出a到1和2的距离之和大于1.

如图②，a在1，2之间（包括在1，2上），可以看出a到1和2的距离之和等于1.

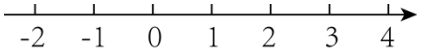
如图③，a在2的右边，从图中很明显可以看出a到1和2的距离之和大于1.因此，我们可以得出结论：

当a在1，2之间（包括在1，2上）时，$|a-1|+|a-2|$有最小值1.

【问题解决】

(1)$|a-4|+|a-7|$的几何意义是_，请你结合数轴研究：$|a-4|+|a-7|$的最小值是_；

(2)请你结合图④探究$|a-1|+|a-2|+|a-3|$的最小值是_，由此可以得出 a 为_；

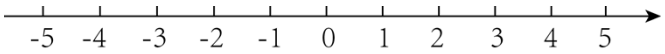


图④

(3)$|a-1|+|a-2|+|a-3|+|a-4|+|a-5|$的最小值是_；

(4)$|a-1|+|a-2|+|a-3|+\cdots+|a-2021|$的最小值为_；

(5)如图⑤，已知 a 使到-1，2 的距离之和小于 4，请直接写出 a 的取值范围是_.



图⑤

【答案】(1)a 在数轴上对应的点到 4 和 7 两个点的距离之和；3

(2)2；2

(3)6

(4)1021110

(5)$-1.5 < a < 2.5$

【分析】（1）由$|a-1|+|a-2|$的几何意义以及$|a-1|+|a-2|$有最小值 1 即可直接求得结果；

（2）当 a 取中间值即 a=2 时，求得最小值；

（3）由题意可得出，取中间数即 a=3 时，绝对值最小；

（4）由题意可得出，取中间值 a= 1011 时，求得最小值；

（5）由已知得：$|a-(-1)|+|a-2|<4$，解出绝对值不等式即为 a 的取值范围.

【详解】（1）由题可知，$|a-4|+|a-7|$的几何意义是 a 这个数在数轴上对应点到 4 和 7 两个点的距离之和

当 a 在 4 和 7 之间时（包括 4，7 上），a 到 4 和 7 的距离之和等于 3，此时$|a-4|+|a-7|$取得最小值是 3

故答案为：a 在数轴上对应的点到 3 和 6 两个点的距离之和；3

（2）当 a 取中间数 2 时，绝对值最小

$|a-1|+|a-2|+|a-3|$的最小值是 1＋0＋1＝2

故答案为：2；2

（3）当 a 取最中间数时，绝对值最小

$|a-1|+|a-2|+|a-3|+|a-4|+|a-5|$的最小值是$2+1+0+1+2=6$；

（4）当a取中间数1011时，绝对值最小，

$|a-1|+|a-2|+|a-3|+\cdots+|a-2021|$的最小值为：

$1010+1009+1008+1007+\cdots+1+0+1+2+3+\cdots+1010$

$=1010\times(1010+1)=1021110$

故答案为：1021110

（5）∵a使它到－1，2的距离之和小于4

$\therefore |a-(-1)|+|a-2|<4$

①当$a\geq 2$时，则有$a-(-1)+a-2<4$

解得：$a<2.5$

$\therefore 2\leq a<2.5$；

②当$-1\leq a\leq 2$时，则有$a-(-1)+2-a=3<4$

$\therefore -1\leq a\leq 2$

③当$a<-1$时，则有$-1-a+2-a<4$

解得：$a>-1.5$

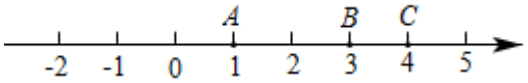
$\therefore -1.5<a<-1$

综上，a的取值范围为：$-1.5<a<2.5$

故答案为：$-1.5<a<2.5$

【点睛】此题主要考查了绝对值的性质，解这类问题的基本步骤是：求零点、分区间、定性质、去符号，即令各绝对值代数式为0，得若干个绝对值为零的点，这些点把数轴分成几个区间，再在各区间内化简求值即可.

9.（2022秋·广西南宁·七年级南宁市第四十七中学校考期中）对于数轴上的A，B，C三点，给出如下定义：若其中一个点与另外两个点的距离恰好满足2倍的数量关系，则称该点是另外两个点的“联盟点”.



例如：数轴上点A，B，C所表示的数分别为1，3，4，此时点B是点A，C的“联盟点”.

(1)若点A表示数-3，点B表示数3，下列各数，-1，0，1所对应的点分别是C_1,C_2,C_3，其中是点A，B的“联盟点”的是_____；

(2)点A表示数-10，点B表示数5，P为数轴上的一个动点：

①若点 P 在点 A 的左侧，且点 P 是点 A，B 的“联盟点”，求此时点 P 表示的数；

②若点 P 在点 B 的右侧，点 P，A，B 中，有一个点恰好是另外两个点的“联盟点”，求此时点 P 表示的数.

【答案】(1)C_1，C_3

(2)①-25；②$20$或35或12.5

【分析】（1）根据“联盟点”的定义列出绝对值方程即可求解；

（2）根据数轴上两点的距离公式以及新定义，分类讨论，列出一元一次方程，解方程即可求解.

【详解】（1）解：设C点表示的数为x，且C点是点 A，B 的“联盟点”，

∴根据-1，0，1 三个数在数 A、B 之间，可得$CA=2CB$或$CB=2CA$，

$\therefore |x+3|=2|x-3|$或$|x-3|=2|x+3|$，

当$|x+3|=2|x-3|$时，解得$x=1$或$x=9$（舍），

当$|x-3|=2|x+3|$时，解得$x=-1$或$x=-9$（舍），

$\therefore C_1$，C_3是点 A，B 的“联盟点”，

故答案为：C_1，C_3；

（2）①设 P 点表示的数是a，点 P 在点 A 的左侧，

$\therefore PA<PB$，$PA=-10-a$，$PB=5-a$，

∵点 P 是点 A，B 的“联盟点”，

$\therefore PB=2PA$，

$\therefore 2(-10-a)=5-a$，

解得$a=-25$，

即 P 点表示的数是-25；

②设 P 点表示的数是b，点 P 在点 B 的右侧，

当 P 是点 A，B 的“联盟点”时，$PA=2PB$，

$\therefore b+10=2(b-5)$，

解得$b=20$；

当 A 是点 P，B 的“联盟点”时，$PA=2AB$，

$\therefore b+10=2\times 15$，

解得$b=20$；

当B是点P，A的“联盟点”时，$PB=2AB$或$AB=2PB$，

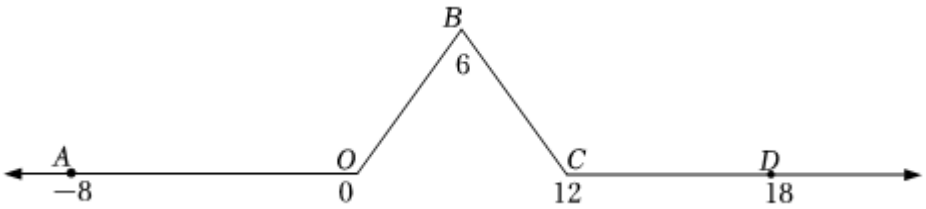
$\therefore b-5=2\times15$或$15=2(b-5)$，

解得$b=35$或$b=12.5$；

综上所述：P点表示的数为20或35或12.5.

【点睛】本题考查了几何新定义，数轴上两点的距离，绝对值的意义，数形结合是解题的关键.

10.（2022秋·浙江宁波·七年级校考期中）数轴上点A表示-8，点B表示6，点C表示12，点D表示18．如图，将数轴在原点O和点B、C处各折一下，得到一条“折线数轴”．在“折线数轴”上，把两点所对应的两数之差的绝对值叫这两点间的和谐距离．例如，点A和点D在折线数轴上的和谐距离为$|-8-18|=26$个单位长度．动点M从点A出发，以4个单位/秒的速度沿着折线数轴的正方向运动，从点O运动到点C期间速度变为原来的一半，过点C后继续以原来的速度向终点D运动；点M从点A出发的同时，点N从点D出发，一直以3个单位/秒的速度沿着“折线数轴”负方向向终点A运动，其中一点到达终点时，两点都停止运动．设运动的时间为t秒.



(1)当$t=2$秒时，M、N两点在折线数轴上的和谐距离$|MN|$为_____；

(2)当点M、N都运动到折线段$O-B-C$上时，O、M两点间的和谐距离$|OM|=$_____（用含有t的代数式表示）；C、N两点间的和谐距离$|CN|=$_____（用含有t的代数式表示）；$t=$_____时，M、N两点相遇；

(3)当$t=$_____时，M、N两点在折线数轴上的和谐距离为4个单位长度；当$t=$_____时，M、O两点在折线数轴上的和谐距离与N、B两点在折线数轴上的和谐距离相等.

【答案】(1)12

(2)$2t-4$，$3t-6$，$\frac{22}{5}$

(3)$\frac{26}{5}$或$\frac{18}{5}$；8或$\frac{16}{5}$

【分析】（1）当$t=2$秒时，M表示的数是$-8+2\times4=0$，N表示的数是$18-3\times2=12$，即的M、N两点在折

线数轴上的和谐距离$|MN|$为$|12-0|=12$；

（2）当点M、N都运动到折线段$O-B-C$上，即$t\geq 2$时，M表示的数是$\frac{4}{2}\times(t-2)=2t-4$，$N$表示的数是$12-3(t-2)=18-3t$，而$M$、$N$两点相遇时，$M$、$N$表示的数相同，即得$2t-4=18-3t$，可解得答案；

（3）根据M、N两点在折线数轴上的和谐距离为4个单位长度，得$|2t-4-(18-3t)|=4$，可解得$t=\frac{26}{5}$或$t=\frac{18}{5}$，由$t=2$时，M运动到O，同时N运动到C，可知$t<2$时，不存在M、O两点在折线数轴上的和谐距离与N、B两点在折线数轴上的和谐距离相等，当$2\leq t\leq 8$，即M在从点O运动到点C时，有$2t-4=|6-(18-3t)|$，可解得$t=8$或$t=\frac{16}{5}$，当$8<t\leq\frac{26}{3}$时，M在从C运动到D，速度变为4个单位/秒，不存在M、O两点在折线数轴上的和谐距离与N、B两点在折线数轴上的和谐距离相等，即可得答案.

【详解】（1）当$t=2$秒时，M表示的数是$-8+2\times 4=0$，N表示的数是$18-3\times 2=12$，

$\therefore M$、N两点在折线数轴上的和谐距离$|MN|$为$|12-0|=12$，

故答案为：12；

（2）由（1）知，2秒时M运动到O，N运动到C，

$\therefore$当点M、N都运动到折线段$O-B-C$上，即$t\geq 2$时，M表示的数是$\frac{4}{2}\times(t-2)=2t-4$，$N$表示的数是$12-3(t-2)=18-3t$，

$\therefore O$、M两点间的和谐距离$|OM|=|2t-4-0|=2t-4$，C、N两点间的和谐距离$|CN|=|12-(18-3t)|=3t-6$，

$\because M$、N两点相遇时，M、N表示的数相同，

$\therefore 2t-4=18-3t$，

解得$t=\frac{22}{5}$，

故答案为：$2t-4$，$3t-6$，$\frac{22}{5}$；

（3）$\because M$、N两点在折线数轴上的和谐距离为4个单位长度，

$\therefore|2t-4-(18-3t)|=4$，即$|5t-22|=4$，

$\therefore 5t-22=4$或$5t-22=-4$，

解得$t=\frac{26}{5}$或$t=\frac{18}{5}$，

由（1）知，$t=2$时，M运动到O，同时N运动到C，

$\therefore t<2$时，不存在M、O两点在折线数轴上的和谐距离与N、B两点在折线数轴上的和谐距离相等，

当$2\leq t\leq 8$，即M在从点O运动到点C时，

$2t-4=|6-(18-3t)|$，即$|3t-12|=2t-4$，

$\therefore 3t-12=2t-4$ 或 $3t-12=4-2t$，

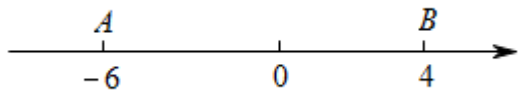
解得 $t=8$ 或 $t=\frac{16}{5}$，

当 $8<t\le\frac{26}{3}$ 时，M 在从 C 运动到 D，速度变为 4 个单位/秒，不存在 M、O 两点在折线数轴上的和谐距离与 N、B 两点在折线数轴上的和谐距离相等，

故答案为：$\frac{26}{5}$ 或 $\frac{18}{5}$；8 或 $\frac{16}{5}$.

【点睛】本题考查一次方程的应用，解题的关键是用含 t 的代数式表示点运动后表示的数及分类讨论.

11.（2022 秋·天津滨海新·七年级校考期中）已知数轴上有 A，B 两个点，分别表示有理数 -6，4.



(1)数轴上点 A 到点 B 的距离为_____；数轴上到点 A，B 的距离相等的点的位置表示的有理数为_____；

(2)若有动点 P 从点 A 出发，以每秒 1 个单位的速度向右移动，设移动时间为 t 秒．用含 t 的式子分别表示 P 点到点 A 和点 B 的距离.

(3)若 $|x-3|+|x+5|=8$，则 x 的取值范围是_____；

(4)若 x 表示一个有理数，则式子 $8-2|x-3|-2|x+5|$ 有最大值吗？若有，请求出最大值．若没有，说出理由.

【答案】(1)10；-1

(2)当 $0<t\le10$ 时，$PA=t$，$PB=10-t$；当 $t>10$ 时，$PA=t$，$PB=t-10$

(3)$-5\le x\le3$

(4)有最大值 -8，理由见解析

【分析】（1）根据两点之间的距离公式和中点公式，计算即可；

（2）根据两点之间的距离公式，列出代数式即可；

（3）根据两点之间的距离公式，即可解答；

（4）把问题转化为式子 $8-2\left(|x-3|+|x+5|\right)$，当 $|x-3|+|x+5|$ 最小时，代数式的值最大，根据绝对值的几何意义分析，得出当 x 在 3 与 -5 之间时，$|x-3|+|x+5|$ 有最小值 8，然后把 $|x-3|+|x+5|$ 的最小值 8 代入代数式，计算即可得出代数式的最大值.

【详解】（1）解：∵数轴上有 A，B 两个点，分别表示有理数 -6，4，

∴数轴上点A到点B的距离为$4-(-6)=10$；

∴数轴上到点A，B的距离相等的点的位置表示的有理数为$\frac{-6+4}{2}=-1$；

故答案为：10；-1

（2）解：根据题意，可得：t秒时P点的位置为$-6+t$，

$\therefore PA=-6+t-(-6)=t$，$PB=|-6+t-4|=|t-10|$，

当$0<t\le 10$时，$PB=10-t$，

当$t>10$时，$PB=t-10$，

综上所述，当$0<t\le 10$时，$PA=t$，$PB=10-t$；当$t>10$时，$PA=t$，$PB=t-10$.

（3）解：$\because |x-3|$表示数轴上x到3两点之间的距离，$|x+5|$表示数轴上x到-5两点之间的距离，

又$\because |x-3|+|x+5|=8$，

$\therefore x$的取值范围为：$-5\le x\le 3$；

故答案为：$-5\le x\le 3$

（4）解：有最大值-8，理由如下：

根据绝对值的定义，可得：$|x-3|+|x+5|$表示为点x到3与-5两点距离之和，

根据几何意义分析，可得：当x在3与-5之间时，$|x-3|+|x+5|$有最小值8，

$\therefore 8-2|x-3|-2|x+5|$

$=8-2(|x-3|+|x+5|)$

$=8-2\times 8$

$=-8$，

∴式子$8-2|x-3|-2|x+5|$有最大值-8.

【点睛】本题考查了数轴、两点之间的距离公式和中点公式、列代数式、绝对值的定义，理解绝对值的几何意义是解本题的关键.

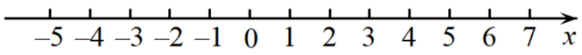
12.（2021秋·江西景德镇·七年级统考期中）【阅读】若点A，B在数轴上分别表示有理数a，b，A，B两点之间的距离表示为$|AB|$，则$|AB|=|a-b|$，即$|5-3|$表示为5与3两数在数轴上所对应的两点之间的距离.

(1)点A，B表示的数分别为-7，2，则$|AB|=$_____，$|x+2|$在数轴上可以理解为_____；

(2)若$|x-3.1|=4$，则$x=$_____，若$|y+4|=|y-3|$，则$y=$_____；

【应用】

(3)如图，数轴上表示点a的点位于-3和2之间，求$|a+3|+|a-2|$的值；



(4)由以上的探索猜想，对于任意有理数x，$|x+6|+|x+3|+|x-1|$是否有最小值？如果有，求出最小值，并写出此时x的值；如果没有，说明理由.

【答案】(1)9，x与-2的距离

(2)-0.9或7.1，-0.5

(3)5

(4)有最小值，7

【分析】（1）根据数轴上表示-7的点与表示2的点之间的距离为9，根据两点间距离的定义将$x+2$转化为$x-(-2)$即可得到结论；

（2）根据数轴上与3.1相距4个单位的点为7.1或-0.9，数轴上表示-4的点和到表示3的点距离相等的点所表示的数为-0.5；

（3）根据题意，$|a+3|+|a-2|$表示a到-3的距离加上a到2的距离，由于a位于-3和2之间，即-3和2的两点距离之和，即可得到结论；

（4）结合数轴分析，分析出几何意义，即可得到当$x=-3$时取得最小值，求出具体结果即可.

【详解】（1）解：数轴上表示-7的点与表示2的点之间的距离为9，

$|x+2|=|x-(-2)|$，即可表示为x到-2的距离，

故答案为：9；x与-2的距离；

（2）解：$\because |x-3.1|=4$，

$\therefore x$到3.1的距离为4，

$\therefore 3.1-4=-0.9$，$3.1+4=7.1$，

$\because |y+4|=|y-3|$，

$\therefore y$到-4的距离和y到3的距离相同，

$\therefore y=-0.5$，

故答案为：–0.9或7.1；–0.5；

（3）解：∵$|a+3|+|a-2|$可表示a到–3的距离加上a到2的距离且a位于–3和2之间，

∴原式可看作–3与2之间的距离，

∴$|a+3|+|a-2|=5$；

（4）解：$|x+6|+|x+3|+|x-1|$可表示为x到–6的距离加上x到–3的距离加上x到1的距离，

∴当$x=-3$时，该式取得最小值，此时$|x+6|+|x+3|+|x-1|=7$.

【点睛】本题考查了数轴和绝对值的性质，理解数轴上两点间的距离是解题的关键.

13.（2022秋·广东深圳·七年级深圳市光明区公明中学校考期中）结合数轴与绝对值的知识回答下列问题：

(1)探究：

①数轴上表示7和3的两点之间的距离是_；

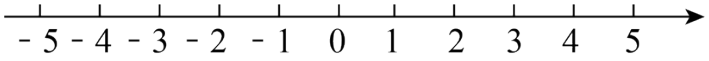
②数轴上表示–4和–9的两点之间的距离是_；

③数轴上表示–3和5的两点之间的距离是_.

(2)归纳：一般的，数轴上表示数m和数n的两点之间的距离等于_.

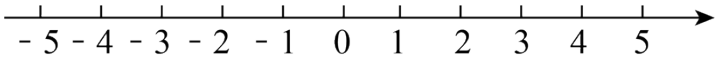
(3)应用：

①如果表示数a和3的两点之间的距离是6，则可记为：$|a-3|=6$，那么a=_.



②若数轴上表示数a的点位于–5与2之间，求$|a+5|+|a-2|$的值.

③当a何值时，$|a+5|+|a-1|+|a-2|$的值最小，最小值是多少？请说明理由.



【答案】(1)①4；②5；③8

(2)$|m-n|$

(3)①9或–3；②7；③当$a=1$时，$|a+5|+|a-1|+|a-2|$的值最小，最小值是7

【分析】（1）根据两点之间的距离=较大的数−较小的数可得结论；

（2）因为不确定m和n的大小关系，所以数轴上表示数m和数n的两点之间的距离等于$|m-n|$；

（3）①根据绝对值的意义可得：$a-3=\pm6$，解方程即可；②根据a的范围，化简绝对值，再合并即可；

③分析得出$|a+5|+|a-1|+|a-2|$表示一点到–5，1，2三点的距离的和，据此可解.

【详解】（1）解：①数轴上表示7和3的两点之间的距离是$7-3=4$；

②数轴上表示–4和–9的两点之间的距离是$-4-(-9)=-4+9=5$；

③数轴上表示–3和5的两点之间的距离是$5-(-3)=8$；

（2）一般的，数轴上表示数m和数n的两点之间的距离等于$|m-n|$；

（3）①$|a-3|=6$，

$\therefore a-3=6$或$a-3=-6$，

解得：$a=9$或$a=-3$；

②∵数轴上表示数a的点位于–5与2之间，

$\therefore -5<a<2$，

$\therefore |a+5|+|a-2|=a+5-a+2=7$；

③$|a+5|+|a-1|+|a-2|$表示一点到–5，1，2三点的距离的和，

∴当$a=1$时，该式的值最小，最小值为$|1+5|+|1-1|+|1-2|=7$.

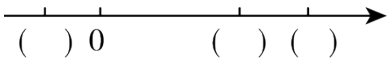
∴当$a=1$时，$|a+5|+|a-1|+|a-2|$的值最小，最小值是7.

【点睛】本题考查了数轴在两点间的距离及绝对值化简中的应用，明确数轴上两点间的距离及绝对值之间的关系，是解题的关键.

14.（2022秋·湖北武汉·七年级校考期中）数轴上A、B、C对应的数分别是a、b、c.

(1)若$ac<0,|a|=-a,a+b>0,|b|<|c|$.

①请将a、b、c填入括号内.



②化简$|a-b|+|a+c|-|c-b|$.

③若点X在数轴上表示的数为x，则$|x-a|+|x-b|+|x-c|$有最小值_____.

(2)若$|a+b+c|=a+b-c$，且$c\neq 0$，求$|c-3|-|a+b-c+1|$的值.

【答案】(1)①见解析；②$2b$；③$c-a$；

(2)2

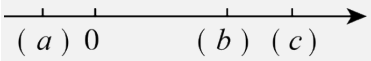
【分析】（1）①根据$ac<0,|a|=-a,a+b>0,|b|<|c|$，得到$a<0,c>0,b>0,c>b$，故$a<0<b<c$，根据数轴上靠近右边的数大于左边的数，填上即可．②根据$a<0<b<c$，$|a|<|b|<|c|$，判定$a-b<0,a+c>0,c-b>0$，去绝对值化简计算即可．③根据两点之间线段最短，故当$x=b$时，取得最小值，化简计算即可.

（2）分$a+b+c>0, a+b+c<0$两种情况计算.

【详解】（1）①$\because ac<0, |a|=-a, a+b>0, |b|<|c|$，

$\therefore a<0, c>0, b>0, c>b$，

故$a<0<b<c$，填图如下：



②$\because a<0<b<c$，$|a|<|b|<|c|$，

$\therefore a-b<0, a+c>0, c-b>0$，

$\therefore |a-b|+|a+c|-|c-b|$

$=b-a+a+c-c+b=2b$.

③$\because a<0<b<c$，

根据两点之间线段最短，

故当x = b时，$|x-a|+|x-b|+|x-c|$有最小值，

且$|x-a|+|x-b|+|x-c|$

$=b-a+0+c-b$

$=c-a$，

故答案为：$c-a$.

（2）当$a+b+c>0$时，

则$|a+b+c|=a+b+c$，

$\because |a+b+c|=a+b-c$，

$\therefore a+b+c=a+b-c$，

$\therefore c=0$，

$\because c\neq 0$，

故不成立；

当$a+b+c<0$时，

则$|a+b+c|=-a-b-c$，

$\because |a+b+c|=a+b-c$，

$\therefore -a-b-c=a+b-c$，

$\therefore a+b=0$，

$\therefore |c|=-c$

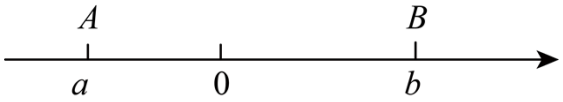
$\therefore c<0$，

$\therefore |c-3|-|a+b-c+1|$

$=-c+3-1+c=2$.

【点睛】本题考查了绝对值的化简，数轴上有理数大小的比较，线段最短的应用，熟练掌握绝对值的化简，数的大小比较是解题的关键.

15.（2022 秋·辽宁葫芦岛·七年级校考期中）点 A，B 在数轴上分别表示有理数 a，b，A，B 两点之间的距离表示为 AB，在数轴上 A，B 两点之间的距离 $AB=|a-b|$，例如：数轴上表示 –1 与 –2 的两点间的距离 $=|-1-(-2)|=-1+2=1$；而 $|x+2|=|x-(-2)|$ 平所以 $|x+2|$ 表示 x 与 –2 两点间的距离.



利用数形结合思想回答下列问题：

(1)数轴上表示 –2 和 –5 两点之间的距离 _____；

(2)若数轴上表示点 x 的数满足 $|x-1|=2$，那么 $x=$_____；

(3)若数轴上表示点 x 的数满足 $-4<x<3$，求 $|x-3|+|x+4|$ 的值；

(4)$|x-3|+|x+4|+|x+8|$ 的最小值是 _____.

【答案】(1)3；

(2) –1 或 3；

(3)7；

(4)11

【分析】（1）根据两点间的距离公式计算可得；

（2）由 $|x-1|=2$ 表示的意义为：在数轴上到表示 1 和 x 的点的距离为 2，据此解答可得；

（3）由 $|x-3|+|x+4|$ 表示在数轴上表示 x 的点到 –4 和 3 的点的距离之和，且 x 位于 –4 到 3 之间，据此解答可得.

【详解】（1）根据题意知数轴上表示 –2 和 –5 两点之间的距离为 $-2-(-5)=3$.

故答案为：3；

（2）∵$|x-1|=2$，即在数轴上到表示 1 和x的点的距离为 2，

∴$x=3$或$x=-1$.

故答案为：–1 或 3；

（3）∵$|x-3|+|x+4|$表示在数轴上表示x的点到–4 和 3 的点的距离之和，且x位于–4 到 3 之间，

∴$|x-3|+|x+4|=3-x+x+4=7$；

（4）由数形结合可以判断$|x-3|+|x+4|+|x+8|$的最小值，当$x=-4$时$|x-3|+|x+4|+|x+8|$有最小值，最小值为 11.

故答案为：11.

【点睛】本题考查了整式的加减，数轴，掌握两点间的距离公式，线段上的点到线段的两端点的距离的和等于线段的距离是关键.

16.（2022 秋·四川成都·七年级校考期中）唐代文学家韩愈曾赋诗：“天街小雨润如酥，草色遥看近却无”，当代印度诗人泰戈尔也写道：“世界上最遥远的距离，不是瞬间便无处寻觅；而是尚未相遇，便注定无法相聚”，距离是数学、天文学、物理学中的热门话题，唯有对宇宙距离进行测量，人类才能掌握世界尺度，已知点P，Q在数轴上分别表示有理数p，q，P，Q两点之间的距离表示为$PQ=|p-q|$，阅读以上材料，回答以下问题：

(1)若数轴上表示x和–3 的两点之间的距离是 4，则$x=$_____；

(2)当x的取值范围是多少时，代数式$|x+2|+|x-3|$有最小值，最小值是_____；

(3)若未知数x，y满足$\left(|x-1|+|x-3|\right)\left(|y-2|+|y+1|\right)=6$．求代数式$2x+y$的最大值，最小值分别是多少？

【答案】(1)–7 或 1

(2)$-2\le x\le 3$，5

(3)代数式$2x+y$的最大值为 8，最小值为 1

【分析】（1）根据题意得绝对值方程，求解即可；

（2）若代数式$|x+2|+|x-3|$取得最小值时，表示在数轴上找一点x，到–2 和 3 的距离之和最小，据此即可得到答案；

（3）同（2）分别得出$|x-1|+|x-3|$的最小值和$|y-2|+|y+1|$的最小值，从而得出x和y的范围，则问题得解.

【详解】（1）解：∵数轴上表示x和–3 的两点之间的距离是 4，

$\therefore |x+3|=4$，

解得：$x=-7$ 或 $x=1$，

故答案为：-7 或 1；

（2）解：当 $x<-2$ 时，$|x+2|+|x-3|=-x-2+3-x=-2x+1$，则 $-2x+1>5$，

当 $-2\le x\le 3$ 时，$|x+2|+|x-3|=x+2+3-x=5$，

当 $x>3$ 时，$|x+2|+|x-3|=x+2+x-3=2x-1$，则 $2x-1>5$，

$\therefore$ 若代数式 $|x+2|+|x-3|$ 取得最小值时，表示在数轴上找一点 x，到 -2 和 3 的距离之和最小，

$\therefore$ 当 $-2\le x\le 3$ 时，$|x+2|+|x-3|$ 有最小值，为 5，

故答案为：5；

（3）解：同（2）可得：当 $1\le x\le 3$ 时，$|x-1|+|x-3|$ 取得最小值，最小值为 $|x-1|+|x-3|=x-1+3-x=2$；

当 $-1\le y\le 2$ 时，$|y-2|+|y+1|$ 取得最小值，最小值为 $|y-2|+|y+1|=2-y+y+1=3$，

$\because (|x-1|+|x-3|)(|y-2|+|y+1|)=6$，

$\therefore 1\le x\le 3$，$-1\le y\le 2$，

$\therefore 2\le 2x\le 6$，

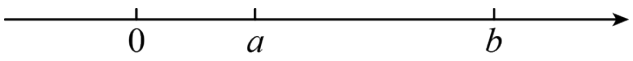
$\therefore 1\le 2x+y\le 8$，

$\therefore$ 代数式 $2x+y$ 的最大值为 8，最小值为 1.

【点睛】本题考查了数轴上的点与点之间的距离、化简绝对值及代数式的最值问题，明确数轴上的点之间的距离及绝对值的运算法则是解题的关键.

17.（2022 秋·湖南怀化·七年级校考期中）阅读下列材料：

我们知道 $|a|$ 的几何意义是在数轴上表示数 a 的点与原点的距离，$|a|=|a-0|$ 也就是表示数 a 与数 0 的两点之间的距离，$|a-b|$ 表示数轴上表示数 a 与数 b 的两点之间的距离.



例 1．已知 $|x|=2$，求 x 的值.

解：在数轴上与原点距离为 2 的点对应数是为 -2 和 2，即 x 的值为 -2 和 2.

例 2．已知 $|x-1|=2$，求 x 的值.

解：在数轴上与 1 的距离为 2 的点对应数为 3 和 -1，即 x 的值为 3 和 -1.

依照阅读材料的解法，完成下列各题：

(1)若$|x|=3$，则$x=$_____，若$|x+2|=4$，则$x=$_____；

(2)$|x+1|+|x-2|$的最小值是_____，若$|x+1|+|x-2|=5$，则$x=$_____；

(3)代数式$|x+11|+|x-3|+|x-5|$的最小值为_____；

(4)求代数式$|x-1|+|x-2|+|x-3|+\cdots+|x-100|$的最小值.

【答案】(1)3 或-3；2 或-6

(2)3；-2或 3

(3)16

(4)2500

【分析】（1）仿照题意进行求解即可；

（2）设点 A 表示的数为 x，点 B 和点 C 表示的数分别为-1，2，则$|x+1|+|x-2|$的值即为线段 AB 的长度与线段 AC 的长度之和，再分当点 A 在点 B 左侧时，当点 A 在点 B 与 C 之间时，当点 A 在点 C 右侧时，三种情况求出 $AB+AC$ 的最小值为 3，再由$|x+1|+|x-2|=5$，得到$x<-1$或$x>2$，据此去绝对值解方程即可；

（3）同（2）可得，当$-11\le x\le 5$时，$|x+11|+|x-5|$有最小值，又有当$x=3$时，$|x-3|$有最小值，则当$x=3$时，$|x+11|+|x-3|+|x-5|$有最小值，据此求解即可；

（4）同理推出当$50\le x\le 51$时，$|x-1|+|x-2|+|x-3|+\cdots+|x-100|$有最小值，据此求解即可.

【详解】（1）解：∵在数轴上与原点距离为 3 的点对应的数为 3 和-3，

∴x 的值为 3 或-3；

∵在数轴上与-2距离为 4 的点对应的数为 2 和-6，

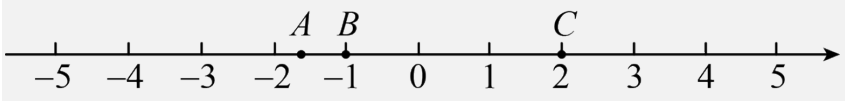
∴x 的值为 2 或-6；

故答案为：3 或-3；2 或-6；

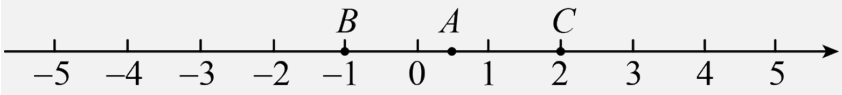
（2）解：设点 A 表示的数为 x，点 B 和点 C 表示的数分别为-1，2，

∴$|x+1|+|x-2|$的值即为线段 AB 的长度与线段 AC 的长度之和，

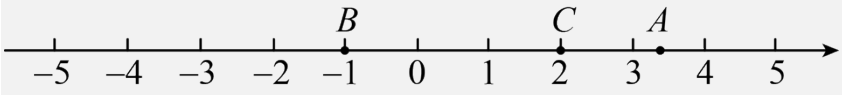
如图所示，当点 A 在点 B 左侧时，$AB+AC>BC=2-(-1)=3$



如图所示，当点 A 在点 B 与 C 之间时，$AB+AC=BC=2-(-1)=3$



如图所示，当点 A 在点 C 右侧时，$AB+AC>BC=2-(-1)=3$



∴综上所述，当点 A 在点 B 与 C 之间时，$AB+AC$ 有最小值 3；

∵当点 A 在点 B 与 C 之间时，$|x+1|+|x-2|$ 的最小值为 3，$|x+1|+|x-2|=5$，

∴$x<-1$ 或 $x>2$，

当 $x<-1$ 时，则 $-x-1+2-x=5$，解得 $x=-2$；

当 $x>2$ 时，则 $x+1+x-2=5$，解得 $x=3$；

综上所述，若 $|x+1|+|x-2|=5$，则 $x=-2$ 或 $x=3$；

故答案为：3；-2 或 3；

（3）解：同（2）可得，当 $-11\le x\le 5$ 时，$|x+11|+|x-5|$ 有最小值，

又∵$|x-3|\ge 0$，

∴当 $x=3$ 时，$|x-3|$ 有最小值，

∴当 $x=3$ 时，$|x+11|+|x-3|+|x-5|$ 有最小值，最小值为 $|3+11|+|3-3|+|3-5|=14+0+2=16$，

故答案为：16；

（4）解：同（2）可得当 $1\le x\le 100$ 时，$|x-1|+|x-100|$ 有最小值，

当 $2\le x\le 99$ 时，$|x-2|+|x-99|$ 有最小值，

当 $3\le x\le 98$ 时，$|x-3|+|x-98|$ 有最小值，

……

当 $50\le x\le 51$ 时，$|x-50|+|x-51|$ 有最小值，

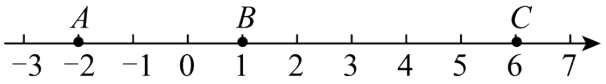
∴当 $50\le x\le 51$ 时，$|x-1|+|x-2|+|x-3|+\cdots+|x-100|$ 有最小值，最小值为

$|50-1|+|50-2|+\cdots+|50-99|+|50-100|=2500$.

【点睛】本题主要考查了绝对值的几何意义，数轴上两点距离公式，解绝对值方程，熟练掌握绝对值的几

何意义是解题的关键.

18.（2022 秋·浙江金华·七年级校考期中）如图所示，在数轴上点 A、B、C 表示的数分别为 -2，1，6，点 A 与点 B 之间的距离表示为 AB，点 B 与点 C 之间的距离表示为 BC，点 A 与点 C 之间的距离表示为 AC.



(1)则 $AB=_$，$BC=_$，$AC=_$；

(2)点 A、B、C 开始在数轴上运动，若点 A 以每秒1个单位长度的速度向左运动，同时，点 B、点 C 分别以每秒 2 个单位长度和 5 单位长度的速度向右运动．请问：

① 运动 t 秒后，点 A 与点 B 之间的距离 AB 为多少？（用含 t 的代数式表示）

② $BC-AB$ 的值是否随着运动时间 t 的变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求其值；

(3)由第（1）小题可以发现，$AB+BC=AC$．若点 C 以每秒 3 个单位长度的速度向左运动，同时，点 A 和点 B 分别以每秒 1 个单位长度和每秒 2 个单位长度的速度向右运动．请问：随着运动时间 t 的变化，AB，BC，AC 之间是否存在类似于（1）的数量关系？请说明理由．

【答案】(1)3，5，8

(2)① $3+3t$；② 不变，值为 2

(3)存在，见解析

【分析】（1）根据两点间的距离公式即可求解；

（2）① 由点 A 以每秒1个单位长度的速度向左运动，点 B 以每秒 2 个单位长度的速度向右运动，得到运动 t 秒后，点 A 表示的数为 $-2-t$，点 B 表示的数为 $1+2t$，再根据两点间的距离公式即可得到答案；② 由点 C 以每秒 5 单位长度的速度向右运动，得到运动 t 秒后，点 C 表示的数为 $6+5t$，从而得到 $BC=3t+5$，再计算出 $BC-AB=2$，即可得到答案；

（3）分别表示出 AB，BC，AC 的长度，然后分情况讨论得出之间的关系，即可得到答案．

【详解】（1）解：∵在数轴上点 A、B、C 表示的数分别为 -2，1，6，

∴ $AB=1-(-2)=1+2=3$，$BC=6-1=5$，$AC=6-(-2)=6+2=8$，

故答案为：3，5，8；

（2）解：①∵点 A 以每秒1个单位长度的速度向左运动，点 B 以每秒 2 个单位长度的速度向右运动，

∴运动 t 秒后，点 A 表示的数为：$-2-t$，点 B 表示的数为：$1+2t$，

∴点 A 与点 B 之间的距离为：$AB=1+2t-(-2-t)=1+2t+2+t=3t+3$；

②∵点 C 以每秒 5 单位长度的速度向右运动，

∴运动t秒后，点C表示的数为：$6+5t$，

$\therefore BC=6+5t-(1+2t)=6+5t-1-2t=3t+5$，

$\therefore BC-AB=3t+5-(3t+3)=3t+5-3t-3=2$，

∴$BC-AB$的值不会随着时间t的变化而改变；

（3）解：∵点C以每秒3个单位长度的速度向左运动，同时，点A和点B分别以每秒1个单位长度和每秒2个单位长度的速度向右运动，

∴运动t秒后，点A表示的数为：$-2+t$，点B表示的数为：$1+2t$，点C表示的数为：$6-3t$，

$\therefore AB=1+2t-(-2+t)=t+3$，$BC=|6-3t-(1+2t)|=|5-5t|$，$AC=|6-3t-(-2+t)|=|8-4t|$，

当$t<1$时，$AB+BC=3+t+5-5t=8-4t=AC$，

当$1\le t\le 2$时，$BC+AC=5t-5+8-4t=t+3=AB$，

当$t>2$时，$AB+AC=t+3+4t-8=5t-5=BC$，

∴随着运动时间t的变化，AB，BC，AC之间存在类似于（1）的数量关系.

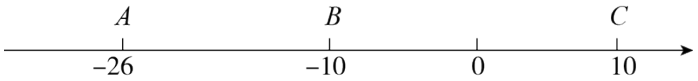
【点睛】本题主要考查了数轴上两点之间的距离，数轴上的动点问题，熟练掌握数轴上的两点之间的距离的求法，采用分类讨论的思想解题，是解题此题的关键.

19.（2022秋·河北保定·七年级校考期中）已知数轴上有A、B、C三点，分别对应有理数－26、－10、10，动点P从B出发，以每秒1个单位的速度向终点C移动，同时，动点Q从A出发，以每秒3个单位的速度向终点C移动，设点P的移动时间为t秒.

（1）当t=5秒时，数轴上点P对应的数为_，点Q对应的数为_；P、Q两点间的距离为_.

（2）用含t的代数式表示数轴上点P对应的数为_.

（3）在点P运动到C点的过程中（点Q运动到C点后停止运动），请用含t的代数式表示P、Q两点间的距离.



【答案】（1）-5，－11；6.（2）－10＋t.（3）当0≤t≤8时，PQ＝－2t＋16；当8＜t≤12时，PQ＝2t－16；当12＜t≤20时，PQ＝20－t.

【分析】（1）由题意根据数轴上动点向正方向移动用加法以及两点间距离公式进行分析计算；

（2）根据题意点P的移动时间为t秒列出代数式即可；

（3）根据题意分当0≤t≤8时，当8＜t≤12时，当12＜t≤20时三种情况进行分析即可.

【详解】解：（1）由题意可得当t＝5秒时，

数轴上点P对应的数为：$-10+1\times 5=-5$，

点 Q 对应的数为：$-26+3\times5=-11$，

P、Q 两点间的距离为：$|-5-(-11)|=6$，

故答案为：－5，－11；　6．

（2）用含 t 的代数式表示数轴上点 P 对应的数为：$-10+t$．

故答案为：$-10+t$．

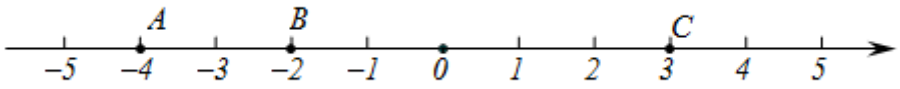
（3）当 $0\le t\le8$ 时，$PQ=(-10+t)-(-26+3t)=-2t+16$；

当 $8<t\le12$ 时，$PQ=(-26+3t)-(-10+t)=2t-16$；

当 $12<t\le20$ 时，$PQ=10-(-10+t)=20-t$．

【点睛】本题考查数轴上的动点问题，熟练掌握列代数式表示动点以及两点间距离公式，运用数形结合思维和分类讨论思维进行分析是解题的关键.

20．（2022 秋·全国·七年级期中）如图，数轴上有三个点 A、B、C，表示的数分别是-4、-2、3．



（1）　①点 B 和点 C 之间的距离是_个单位长度；

②若使 C、B 两点的距离是 A、B 两点的距离的 2 倍，则需将点 C 向左移动_个单位长度；

（2）点 A、B、C 开始在数轴上运动，若点 A 以每秒 m 个单位长度的速度向左运动，同时，点 B 和点 C 分别以每秒 2 个单位长度和 5 个单位长度的速度向右运动，设运动时间为 t 秒

①点 A、B 表示的数分别是_、_(用含 m、t 的代数式表示)

②若点 B 与点 C 之间的距离表示为 d_1，点 A 与点 B 之间的距离表示为 d_2 当 m 为何值时,$4d_1-3d_2$ 的值不会随着时间的变化而改变，并求此时 $4d_1-3d_2$ 的值

【答案】（1）①5；②1 或 9；（2）①-4-mt，-2+2t；②当 m=2 时，$4d_1-3d_2$ 的值不会随着时间的变化而改变,14．

【分析】（1）①根据两点间的距离公式即可求解；②由 AB=2，结合数轴即可得出点 C 向左移动的距离；（2）①结合路程=时间×速度写出答案；②先求出 $d_1=3t+5$，$d_2=|mt+2t+2|$，再分两种情况进行讨论求解．

【详解】解：（1）①点 B 和点 C 之间的距离是 3-（-2）=5 个单位长度．

故答案为：5；

②由数轴可知：B 点、C 点表示的数分别为：-2、3，

因为 AB=|-2-（-4）|=2，

所以当 C、B 两点的距离是 A、B 两点的距离的 2 倍时，需将点 C 向左移动 3-（-2）-2×2=1 或 3-（-2）

+2×2=9 个单位.

故答案是：1 或 9；

（2）①点 A 表示的数是-4-mt；点 B 表示的数是-2+2t.

故答案是：-4-mt；-2+2t；

②∵点 A 以每秒 m 个单位的速度向左运动，点 B 和点 C 分别以每秒 2 个单位长度和 5 个单位长度的速度向右运动，

∴d_1=|（3+5t）-（-2+2t）|=|3t+5|，

d_2=|（-2+2t）-（-4-mt）|=|mt+2t+2|，

∵t＞0，

∴d_1=3t+5，

当 mt+2t+2＞0 时，d_2= mt+2t+2，

4d_1-3d_2

=4（3t+5）-3（mt+2t+2）

=12t+20-3mt-6t-6

=（6-3m）t+14，

∵4d_1-3d_2 的值不会随着时间的变化而改变，

∴6-3m =0，

∴当 m=2 时，4d_1-3d_2 的值不会随着时间的变化而改变,且 4d_1-3d_2=14.

当 mt+2t+2＜0 时，d_2=-mt-2t-2，

4d_1-3d_2

=4（3t+5）+3（mt+2t+2）

=12t+20+3mt+6t+6

=（18+3m）t+26，

∵m＞0，

∴18+3m≠0，

∴4d_1-3d_2 的值会随着时间的变化而改变.

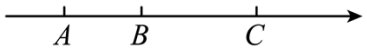
综上所述，当 m=2 时，4d_1-3d_2 的值不会随着时间的变化而改变.

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，数轴与绝对值，通过数轴把数和点对应起来，也就是把“数”和“形”结合起来，二者互相补充，相辅相成，把很多复杂的问题转化为简单的问题，在学习中要注意培养数形结合的数学思想.

21.（2021秋·广东广州·七年级广州市美华中学校考期中）如图：在数轴上A点表示数a，B点示数b，C点表示数c，其中b是最小的正整数，且a、c满足$|a+2|+(c-8)^2=0$.

（1）求a，b，c的值.

（2）点A，B，C开始在数轴上运动，若点A以每秒1个单位长度的速度向左运动，同时，点B和点C分别以每秒2个单位长度和4个单位长度的速度向右运动，假设t秒钟过后，若点A与点B之间的距离表示为AB，点A与点C之间的距离表示为AC，点B与点C之间的距离表示为BC．请问：$3AB-(2BC+AC)$的值是否随着时间变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求其值.



【答案】（1）$a=-2$，$b=1$，$c=8$；（2）不变，始终为－15；

【分析】（1）利用$|a+2|+(c-8)^2=0$，得$a+2=0$，$c-8=0$，解得a，c的值，由b是最小的正整数，可得$b=1$；

（2）根据路程＝速度×时间，以及两点间的距离公式分别表示运动后三个点表示的数，并计算AB，AC，BC的长，代入$3AB-(2BC+AC)$中求解即可.

【详解】解：（1）∵$|a+2|+(c-8)^2=0$，

∴$a+2=0$，$c-8=0$；

解得$a=-2$，$c=8$，

∵b是最小的正整数，

∴$b=1$；

（2）不变，为－15.

t秒后：A点表示的是数为：$-2-t$，

B点表示的是数为：$1+2t$，

C点表示的是数为：$8+4t$，

所以$AB=(1+2t)-(-2-t)=3t+3$，

$BC=(8+4t)-(1+2t)=2t+7$，

$AC=(8+4t)-(-2-t)=5t+10$，

∴$3AB-(2BC+AC)$

$=3(3t+3)-(4t+14+5t+10)$

$=9t+9-9t-24$

$=-15$.

所以不变，始终为－15.

【点睛】本题主要考查了非负数的性质、数轴及两点间的距离，解题的关键是利用数轴的特点能求出两点间的距离.

22.（2021秋·湖北十堰·七年级统考期中）已知：a是最大的负整数，$|b|=1$，$|c|=5$，且$bc>0$，$b+c>0$请回答问题.

（1）请直接写出a、b、c的值：$a=$_____，$b=$_____，$c=$_____；

（2）在数轴上，a、b、c所对应的点分别为A、B、C，点P为一动点，其对应的数为x，点P在A到B之间运动时（即$-1\le x\le 1$时），请化简式子：$|x+1|-3|x-1|-2|x-5|$（请写出化简过程）；

（3）在（1）（2）的条件下，点A、B、C开始在数轴上运动，若点A以每秒1个单位长度的速度向左运动，同时，点B和点C分别以每秒2个单位长度和5个单位长度的速度向右运动，假设t秒钟过后，若点B与点C之间的距离表示为BC，点A与点B之间的距离表示为AB．请问：$BC-AB$的值是否随着时间t的变化而改变?若变化，请说明理由；若不变，请求其值.

【答案】（1）-1，1，5；（2）$6x-12$；（3）不变，2

【分析】（1）由a是最大的负整数，可知a的值；由绝对值的定义知$b=\pm 1$，$c=\pm 5$，结合条件$bc>0$，$b+c>0$即可分析得到b,c的值；

（2）当$-1\le x\le 1$时，$x+1\ge 0$，$x-1\le 0$，$x+5<0$，由绝对值的定义化简$|x+1|-3|x-1|-2|x-5|$即可得到答案；

（3）t秒时，点A对应的数为$-1-t$，点B对应的数为$2t+1$，点C对应的数为$5t+5$，分别计算出BC和AB，由$BC-AB$即可得到答案.

【详解】解：（1）$\because a$是最大的负整数

$\therefore a=-1$

$\because |b|=1$，$|c|=5$

$\therefore b=\pm 1$，$c=\pm 5$

又$\because bc>0$，$b+c>0$

$\therefore b=1,c=5$

故答案为：-1；1；5

（2）当$-1\le x\le 1$时，$x+1\ge 0$，$x-1\le 0$，$x+5<0$，

则：原式$=x+1-3(1-x)-2(5-x)=x+1-3+3x-10+2x=6x-12$；

（3）不变．理由如下：

t秒时，点A对应的数为$-1-t$，点B对应的数为$2t+1$，点C对应的数为$5t+5$

$\therefore BC=(5t+5)-(2t+1)=3t+4$，$AB=(2t+1)-(-1-t)=3t+2$

$\therefore BC-AB=(3t+4)-(3t+2)=2$，即：$BC-AB$ 值的不随着时间 t 的变化而改变.

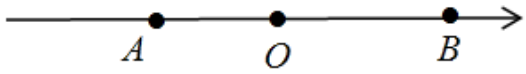
【点睛】本题考查绝对值非负性，利用数轴化简绝对值，以及数轴上的动点问题，牢记相关的知识点并能灵活应用是解题的关键.

23.（2022 秋·陕西西安·七年级西安市第三中学校考期中）如图，在数轴上点 A 表示的数为 - 6，点 B 表示的数为 10，点 M、N 分别从原点 O、点 B 同时出发，都向左运动，点 M 的速度是每秒 1 个单位长度，点 N 的速度是每秒 3 个单位长度，运动时间为 t 秒.

（1）求点 M、点 N 分别所对应的数（用含 t 的式子表示）；

（2）若点 M、点 N 均位于点 A 右侧，且 $AN=2AM$，求运动时间 t；

（3）若点 P 为线段 AM 的中点，点 Q 为线段 BN 的中点，点 M、N 在整个运动过程中，当 $PQ+AM=17$ 时，求运动时间 t.



【答案】（1）点 M、点 N 分别所对应的数分别为 $-t$，$10-3t$；（2）$t=4$；（3）t=1 或 18

【分析】（1）根据题意进行求解即可；

（2）由（1）所求，根据数轴上两点距离公式可得 $AM=-t-(-6)=6-t$，$AN=10-3t-(-6)=16-3t$，再由 $AN=2AM$，得到 $16-3t=12-2t$，由此即可得到答案；

（3）分当 M、N 均在 A 点右侧时，当 N 在 A 点左侧，M 在 A 点右侧时，当 M、N 都在 A 点左侧时，三种情况讨论求解即可.

【详解】解：（1）由题意得：点 M、点 N 分别所对应的数分别为 $-t$，$10-3t$；

（2）∵点 A 表示的数为-6，点 M、点 N 分别所对应的数分别为 $-t$，$10-3t$，

$\therefore AM=-t-(-6)=6-t$，$AN=10-3t-(-6)=16-3t$，

$\because AN=2AM$，

$\therefore 16-3t=12-2t$，

$\therefore t=4$；

（3）如图 1 所示，当 M、N 均在 A 点右侧时，

由（1）（2）得点 M、点 N 分别所对应的数分别为 $-t$，$10-3t$，$AM=-t-(-6)=6-t$

∵点 P 为线段 AM 的中点，点 Q 为线段 BN 的中点，

$\therefore$点 P 和点 Q 表示的数分别为 $\frac{-6-t}{2}$，$\frac{10-3t+10}{2}=\frac{20-3t}{2}$，

$\therefore PQ=\frac{20-3t}{2}-\frac{-6-t}{2}=\frac{26-2t}{2}$

$\because PQ+AM=17$，

$\therefore \frac{26-2t}{2}+6-t=17$，

$\therefore t=1$；

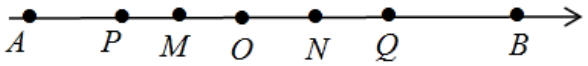


图1

如图 2 所示，当 N 在 A 点左侧，M 在 A 点右侧时，

同图 1 可知点 P 和点 Q 表示的数分别为 $\frac{-6-t}{2}$，$\frac{20-3t}{2}$，

$\therefore PQ=\frac{20-3t}{2}-\frac{-6-t}{2}=\frac{26-2t}{2}$

$\because PQ+AM=17$，

$\therefore \frac{26-2t}{2}+6-t=17$，

$\therefore t=1$，不符合题意；

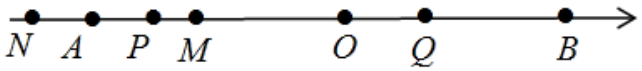


图2

如图 3 所示，当 M、N 都在 A 点左侧时，

同图 1 可得点 P 和点 Q 表示的数分别为 $\frac{-6-t}{2}$，$\frac{20-3t}{2}$，

$\therefore AM=t-6$，$PQ=\frac{20-3t}{2}-\frac{-6-t}{2}=\frac{26-2t}{2}$，

$\because PQ+AM=17$，

$\therefore \frac{26-2t}{2}+t-6=17$，此时方程无解；

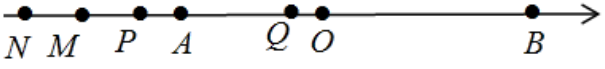


图3

如图 4 所示，当 M、N 都在 A 点左侧时，

同理可得点 P 和点 Q 表示的数分别为 $\frac{-6-t}{2}$，$\frac{20-3t}{2}$，

$\therefore AM=t-6$，$PQ=\dfrac{-6-t}{2}-\dfrac{20-3t}{2}=\dfrac{2t-26}{2}$，

$\because PQ+AM=17$，

$\therefore \dfrac{2t-26}{2}+t-6=17$，

解得$t=18$，

∴综上所述，当$PQ+AM=17$，t=1 或 18.



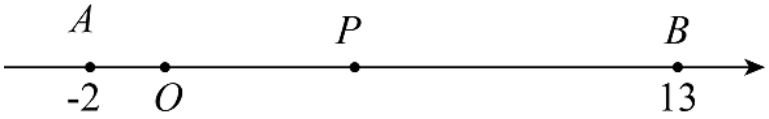
图4

【点睛】本题主要考查了用数轴表示有理数，数轴上两点的距离，数轴上的动点问题，熟知数轴的相关知识是解题的关键.

24.（2022 秋·全国·七年级期中）数轴体现了数形结合的数学思想，若数轴上点 A，B 表示的数分别为 a，b，则 A、B 两点之间的距离表示为 $AB=|a-b|$．如：点 A 表示的数为 2，点 B 表示的数为 3，则 $AB=|2-3|=1$．

问题提出：

(1)填空：如图，数轴上点 A 表示的数为−2，点 B 表示的数为 13，A、B 两点之间的距离 $AB=$_____，线段 AB 的中点表示的数为_____.



(2)拓展探究：若点 P 从点 A 出发，以每秒 3 个单位长度的速度沿数轴向右运动，同时点 Q 从点 B 出发．以每秒 2 个单位长度的速度向左运动．设运动时间为 t 秒（t>0）

①用含 t 的式子表示：t 秒后，点 P 表示的数为_____；点 Q 表示的数为_____；

②求当 t 为何值时，P、Q 两点相遇，并写出相遇点所表示的数.

(3)类比延伸：在（2）的条件下，如果 P、Q 两点相遇后按照原来的速度继续运动，当各自到达线段 AB 的端点后立即改变运动方向，并以原来的速度在线段 AB 上做往复运动，那么再经过多长时间 P、Q 两点第二次相遇．请直接写出所需要的时间和此时相遇点所表示的数.

【答案】(1)15；$\dfrac{11}{2}$

(2)①$-2+3t$；$13-2t$；②当 t 为 3 时，P、Q 两点相遇；相遇点所表示的数是 7

(3)所需要的时间为 9 秒；相遇点所表示的数是 1

【分析】（1）由 A 表示的数为−2，点 B 表示的数为 13，即得 AB＝15，线段 AB 的中点表示的数为$\frac{11}{2}$；

（2）①t 秒后，点 P 表示的数为−2＋3t，点 Q 表示的数为 13−2t；

②根据题意得：−2＋3t＝13−2t，即可解得 t＝3，相遇点所表示的数为−2＋3×3＝7；

（3）由已知返回途中，P 表示的数是 13−3（t−5），Q 表示的数是−2＋2（t−$\frac{15}{2}$），即得：13−3（t−5）＝−2＋2（t−$\frac{15}{2}$），可解得 t＝9，第二次相遇点所表示的数为：13−3×（9−5）＝1．

【详解】（1）∵A 表示的数为−2，点 B 表示的数为 13，

∴AB＝|13−（−2）|＝15，线段 AB 的中点表示的数为$\frac{13-2}{2}=\frac{11}{2}$；

故答案为：15；$\frac{11}{2}$．

（2）①t 秒后，点 P 表示的数为−2＋3t，点 Q 表示的数为 13−2t；

故答案为：−2＋3t；13−2t．

②根据题意得：−2＋3t＝13−2t，

解得 t＝3，

相遇点所表示的数为−2＋3×3＝7；

答：当 t 为 3 时，P，Q 两点相遇，相遇点所表示的数是 7．

（3）由已知得：P 运动 5 秒到 B，Q 运动$\frac{15}{2}$秒到 A，

返回途中，P 表示的数是 13−3（t−5），Q 表示的数是−2＋2（t−$\frac{15}{2}$），

根据题意得：13−3（t−5）＝−2＋2（t−$\frac{15}{2}$），

解得 t＝9，

第二次相遇点所表示的数为：13−3×（9−5）＝1，

答：所需要的时间为 9 秒，相遇点所表示的数是 1．

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，解题的关键是读懂题意，用含 t 的代数式表示运动后的点所表示的数．

25．（2022 秋·安徽蚌埠·七年级统考期中）已知：a 是单项式-xy^2 的系数，b 是最小的正整数，c 是多项式 $2m^2n-m^3n^2-m-2$ 的次数．请回答下列问题：

(1)请直接写出 a、b、c 的值．a＝_，b＝_，c＝_．

(2)数轴上，a、b、c 三个数所对应的点分别为 A、B、C，点 A、B、C 同时开始在数轴上运动，若点 A 以

每秒 1 个单位长度的速度向左运动，同时，点 B 和点 C 分别以每秒 1 个单位长度和 3 个单位长度的速度向右运动，假设 t 秒钟过后，若点 B 与点 C 之间的距离表示为 BC，点 A 与点 B 之间的距离表示为 AB，点 A 与点 C 之间的距离表示为 AC.

①t 秒钟过后，AC 的长度为_（用含 t 的关系式表示）；

②请问：$BC-AB$ 的值是否会随着时间 t 的变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求出其值.

【答案】(1)-1，1，5

(2)①$4t+6$；②不会变化，2

【分析】（1）根据题意即可求解；

（2）①分别表示出 t 秒后点 A 对应的数，点 B 对应的数，点 C 对应的数，即可表示出 AC；

（3）先求出 AB，BC 的值，再计算 $BC-AB$ 的值，可得 $BC-AB$ 的值是定值.

【详解】（1）解：由题意得，

单项式 $-xy^2$ 的系数 $a=-1$，

最小的正整数 $b=1$，

多项式 $2m^2n-m^3n^2-m-2$ 的次数 $c=5$；

故答案为：-1，1，5

（2）①t 秒后点 A 对应的数为 $a-t$，点 B 对应的数为 $b+t$，点 C 对应的数为 $c+3t$，

故 $AC=|c+3t-a+t|=|5+4t+1|=6+4t$；

故答案为：$6+4t$

②$\because BC=5+3t-(1+t)=4+2t$，

$AB=1+t-(-1-t)=2+2t$；

$\therefore BC-AB=4+2t-2-2t=2$，

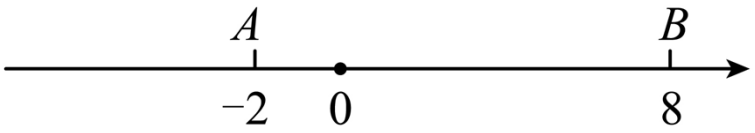
故 $BC-AB$ 的值不会随时间 t 的变化而改变．其值为 2.

【点睛】本题考查了数轴与绝对值，通过数轴把数和点对应起来，也就是把“数”和“形”结合起来，二者互相补充，相辅相成，把很多复杂的问题转化为简单的问题，在学习中要注意培养数形结合的数学思想.

26.（2022 秋·湖南岳阳·七年级统考期中）【背景知识】数轴是初中数学的一个重要工具，利用数轴可以将数与形完美地结合．研究数轴我们发现了许多重要的规律：若数轴上点 A、点 B 表示的数分别为 a、b，则 A，B 两点之间的距离 $AB=|a-b|$，线段 AB 的中点表示的数为 $\frac{a+b}{2}$.

【问题情境】如图，数轴上点 A 表示的数为 -2，点 B 表示的数为 8，点 P 从点 A 出发，以每秒 3 个单位长度的速度沿数轴向右匀速运动，同时点 Q 从点 B 出发，以每秒 2 个单位长度的速度向左匀速运动．设运

动时间为 t 秒（$t>0$）.



【综合运用】

(1)填空：

①A、B 两点间的距离 AB＝_____，线段 AB 的中点 C 表示的数为_____；

②用含 t 的代数式表示：t 秒后，点 P 表示的数为_____；点 Q 表示的数为_____；

(2)求当 t 为何值时，$PQ=\frac{1}{2}AB$；

(3)若点 M 为 PA 的中点，点 N 为 PB 的中点，点 P 在运动过程中，线段 MN 的长度是否发生变化？若变化，请说明理由；若不变，请求出线段 MN 的长.

【答案】(1)①10，3；②$-2+3t$，$8-2t$；

(2)1 或 3；

(3)不变，5.

【分析】（1）①根据题目所给的两点距离公式以及两点中点公式进行求解即可；②根据数轴上点 A 表示的数为 - 2，点 B 表示的数为 8，点 P 从点 A 出发，以每秒 3 个单位长度的速度沿数轴向右匀速运动，同时点 Q 从点 B 出发，以每秒 2 个单位长度的速度向左匀速运动，进行求解即可得到结果；

（2）由（1）②得 t 秒后，点 P 表示的数 $-2+3t$，点 Q 表示的数为 $8-2t$，则 $PQ=|5t-10|$，再由 $PQ=\frac{1}{2}AB=5$，可得 $|5t-10|=5$，由此求解即可；

（3）根据两点中点公式，分别求出点 M 表示的数，点 N 表示的数，即可得出线段 MN 的长度.

【详解】（1）解：① 由题意得：$AB=|-2-8|=10$，线段 AB 的中点 C 为 $\frac{-2+8}{2}=3$，

故答案为：10，3；

②由题意得：t 秒后，点 P 表示的数为：$-2+3t$，点 Q 表示的数为：$8-2t$；

故答案为：$-2+3t$，$8-2t$；

（2）解：$\because t$ 秒后，点 P 表示的数 $-2+3t$，点 Q 表示的数为 $8-2t$，

$\therefore PQ=|(-2+3t)-(8-2t)|=|5t-10|$，

又$\because PQ=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times10=5$，

$\therefore |5t-10|=5$，

解得：$t=1$ 或 3，

∴当 $t=1$ 或 3 时，$PQ=\frac{1}{2}AB$；

（3）解：不发生变化 ，理由如下：

∵点 M 为 PA 的中点，点 N 为 PB 的中点，

∴点 M 表示的数为 $\frac{-2+(-2+3t)}{2}=\frac{3t}{2}-2$，

点 N 表示的数为 $\frac{8+(-2+3t)}{2}=\frac{3t}{2}+3$，

$\therefore MN=\left|\left(\frac{3t}{2}-2\right)-\left(\frac{3t}{2}+3\right)\right|=5$.

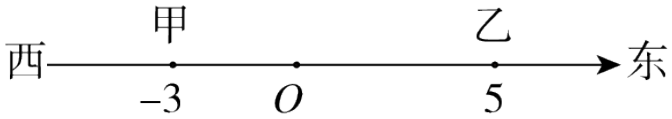
【点睛】本题主要考查了用数轴表示有理数，数轴上两点的距离，数轴上的动点问题，数轴上两点之间的中点表示方法，解题的关键在于理解题意，能够熟练掌握数轴上两点的距离计算公式.

27.（2022 秋·广东广州·七年级校考期中）如图，甲、乙两人(看成点)分别在数轴上表示-3 和 5 的位置，沿数轴做移动游戏，每次移动游戏规则：裁判先捂住一枚硬币， 再让两人猜向上一面是正是反，而后根据所猜结果进行移动.

①若都对或都错，则甲向东移动 1 个单位，同时乙向西移动 1 个单位；

②若甲对乙错，则甲向东移动 4 个单位，同时乙向东移动 2 个单位；

③若甲错乙对，则甲向西移动 2 个单位，同时乙向西移动 4 个单位.



(1)若经过第一次移动游戏，甲的位置停在了数轴的正半轴上，则甲、乙猜测的结果是_____(填“谁对谁错”)

(2)从如图的位置开始，若完成了 10 次移动游戏，发现甲、乙每次所猜结果均为一对一错，设乙猜对 n 次，且他最终停留的位置对应的数为 m.

①试用含 n 的代数式表示 m；

②该位置距离原点 O 最近时 n 的值为_

(3)从如图的位置开始，若进行了 k 次移动游戏后，甲与乙的位置相距 2 个单位，则 k 的值是_

【答案】(1)甲对乙错

(2)①$-6n+25$ ；②4

(3)3 或 5

【分析】（1）由题意知，甲只能向东移动才有可能停在数轴正半轴上，则只需考虑①与②的情形即可确定对错；

（2）①根据题意乙猜对 n 次，则乙猜错了（10-n）次，利用平移规则即可推算出结果；

②根据题意乙猜对 n 次，则乙猜错了（10-n）次，利用平移规则即可推算出结果；

（3）由题意可得刚开始两人的距离为 8，根据三种情况下计算出缩小的距离，即可算出缩小的总距离，分别除以 2 即可得到结果.

【详解】（1）解：∵甲、乙两人（看成点）分别在数轴-3 和 5 的位置上，

∴甲乙之间的距离为 8.

∵若甲乙都错，则甲向东移动 1 个单位，在同时乙向西移动 1 个单位，

∴第一次移动后甲的位置是-3+1=-2，停在了数轴的负半轴上，

∵若甲对乙错，则甲向东移动 4 个单位，同时乙向东移动 2 个单位，

∴第一次移动后甲的位置是-3+4=1，停在了数轴的正半轴上.

故答案为：甲对乙错；

（2）解：①∵乙猜对 n 次，

∴乙猜错了（10-n）次.

∵甲错乙对，乙向西移动 4 个单位，

∴乙猜对 n 次后，乙停留的位置对应的数为：5-4n.

∵若甲对乙错，乙向东移动 2 个单位，

∴乙猜错了（10-n）次后，乙停留的位置对应的数为：m=5-4n+2（10-n）=25-6n；

②∵n 为正整数，

∴当 n=4 时该位置距离原点 O 最近.

故答案为：4；

（3）解：k=3 或 k=5.

由题意可得刚开始两人的距离为 8，

∵若都对或都错，则甲向东移动 1 个单位，同时乙向西移动 1 个单位，

∴若都对或都错，移动后甲乙的距离缩小 2 个单位.

∵若甲对乙错，则甲向东移动 4 个单位，同时乙向东移动 2 个单位，

∴若甲对乙错，移动后甲乙的距离缩小 2 个单位.

∵若甲错乙对，则甲向西移动 2 个单位，同时乙向西移动 4 个单位，

∴若甲错乙对，移动后甲乙的距离缩小 2 个单位．

∴甲乙每移动一次甲乙的距离缩小 2 个单位．

∵甲与乙的位置相距 2 个单位，

∴甲乙共需缩小 6 个单位或 10 个单位．

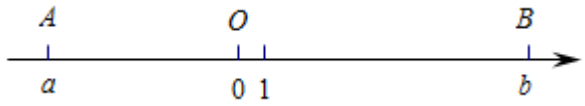
∵6÷2=3，10÷2=5，

∴k 的值为 3 或 5．

故答案为：3 或 5．

【点睛】本题主要考查了列代数式，数轴，本题是动点型题目，找出移动后甲乙距离变化的规律是解题的关键．

28．（2022 秋·湖南·七年级期中）已知多项式 $x^{10}-3x^5y^{14}+4xy^{29}-20$ 的常数项是 a，次数是 b，a、b 在数轴上分别表示的点是 A、B（如图），点 A 与点 B 之间的距离记作 AB．



(1)求 a，b 的值；

(2)动点 P 从数 1 对应的点开始向右运动，速度为每秒 1 个单位长度．同时点 A，B 在数轴上运动，点 A，B 的速度分别为每秒 2 个单位长度，每秒 3 个单位长度，运动时间为 t 秒．

①若点 A 向右运动，点 B 向左运动，$AP=PB$，求 t 的值；

②若点 A 向左运动，点 B 向右运动，问是否存在常数 m，使得 $2AP-m\cdot PB$ 的值为定值？若存在，求出 m 的值，且定值为多少？若不存在，说明理由．

【答案】(1)a=-20，b=30；

(2)①$t=\frac{8}{3}$ 或 10；②存在常数 m=3，使得 $2AP-m\cdot PB$ 的值为定值，定值为-45．

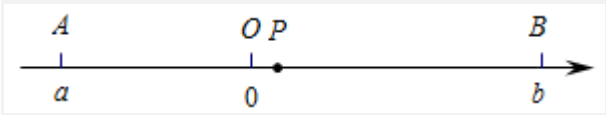
【分析】（1）根据多项式的常数项与多项式的次数的定义即可求出答案；

（2）①分两类情况来讨论:点 A、B 在相遇前时；点 A、B 在相遇时；依此可求 t 的值；②当运动 t 秒时，A 点表示的数为-20-2t，B 点表示的数为 30+3t，P 点表示的数为 1+t，可得 $2AP$-m×PB=(6-2m)t+(42-29m)，依此可求 m 的值．

【详解】（1）解:∵多项式 $x^{10}-3x^5y^{14}+4xy^{29}-20$ 的常数项是-20，次数是 30．

∴a=-20，b=30；

（2）解：①如下图所示:



当 t=0 时，AP=21，BP=29，

若点 A 向右运动，点 B 向左运动，则运动 t 秒时，A 点表示的数为-20+2t，B 点表示的数为 30-3t.

∵动点 P 从数 1 对应的点开始向右运动，速度为每秒 1 个单位长度，

∴运动 t 秒时，P 点表示的数为 1+t；

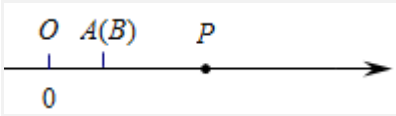
下面分两类情况来讨论:点 A、B 在相遇前时，

∵AP=PB，

∴1+t-(-20+2t)=30-3t-(1+t)，

解得 $t=\frac{8}{3}$；

点 A、B 在相遇时，AP=PB，此时 A 与 B 重台，



则-20+2t=30-3t，解得 t=10；

显然，点 A，B 在相遇后，BP 大于 AP，不符合条件.

综上所述，$t=\frac{8}{3}$ 或 10；

②当运动 t 秒时，A 点表示的数为-20-2t，B 点表示的数为 30+3t，P 点表示的数为 1+t，

2AP-m×PB

=2[(1+t)-(-20-2t)]-m[(30+3t)-(1+t)]

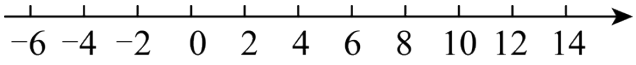
=(6-2m)t+(42-29m)，

当 6-2m=0 时，上式的值不随时间 t 的变化而改变.

∴存在常数 m=3，使得 $2AP-m\cdot PB$ 的值为定值，此时 $2AP-m\cdot PB$=42－29×3=-45 .

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用、数轴以及多项式的定义，根据多项式的定义，找出 a，b 的值以及找准等量关系，正确列出一元一次方程是解题的关键.

29.（2022 秋·浙江金华·七年级校考期中）已知 A、B 在数轴上对应的数分别用 a，b 表示，且 $|b+4|+(a-6)^2=0$，P 是数轴上的一个点.



(1)在数轴上标出 A、B 的位置，并求出 A、B 两点之间的距离.

(2)数轴上一点 C 距 A 点 7 个单位长度，其对应的数 c 满足 $|ac|=-ac$.

①写出 B，C 两点之间的距离.

②若 PB 表示点 P 与点 B 之间的距离，PC 表示点 P 与点 C 之间的距离，当 P 点满足 $PB=2PC$ 时，直接写出点 P 对应的数.

(3)动点 P 从点 B 开始第一次向左移动 1 个单位长度，第二次向右移动 3 个单位长度，第三次向左移动 5 个单位长度，第四次向右移动 7 个单位长度，依此类推…在这个移动过程中，点 P 和与 A 能重合吗？若能，请探索是第几次移动时重合，并写出算式说明；若不能，请说明理由.

【答案】(1)图见解析，10

(2)①3；②点 P 对应的数为 -2 或 2

(3)点 P 和与 A 能重合，第 10 次移动时重合，理由见解析

【分析】（1）由绝对值的非负性和偶次方的非负性可求出 a、b 的值，再根据两点间的距离公式进行计算即可得到答案；

（2）①由绝对值的定义得 $ac<0$，从而推断出 $c<0$，由两点间的距离即可求出点 C 所表示的数，从而即可得到答案；②分两种情况：当点 P 在 B、C 之间时；当点 P 在 C 的右侧时，根据 BC、PB、PC 之间的关系，分别求出点 P 表示的数即可得到答案；

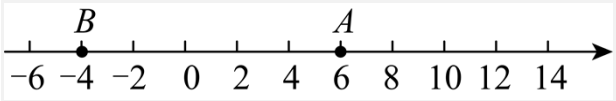
（3）先表示出移动 N 次后，点 P 对应的数为：$-4+(-1)+3+(-5)+\ldots+(-1)^{N}(2N-1)$，再分当 N 为偶数时，当 N 为奇数时，分别求解即可得到答案.

【详解】（1）解：$\because |b+4|+(a-6)^2=0$，$|b+4|\geq 0$，$(a-6)^2\geq 0$，

$\therefore b+4=0$，$a-6=0$，

解得：$a=6$，$b=-4$，

$\therefore$ 点 A 在数轴上对应的数为 6，点 B 在数轴上对应的数为 -4，画出图如下：



，

$\therefore AB=6-(-4)=6+4=10$；

（2）解：①由（1）可知：$b=-4$，$a=6>0$，

$\because |ac|=-ac$，

$\therefore ac<0$，

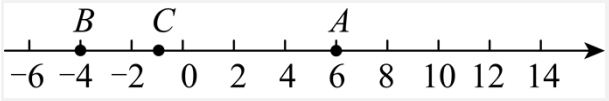
$\therefore c<0$，

$\because$ 数轴上一点 C 距 A 点 7 个单位长度，

∴点C在数轴上表示的数为：$6-7=-1$，

∴$BC=-1-(-4)=-1+4=3$；

②如图，A、B、C在数轴上的位置表示如下：



，

∵点P满足$PB=2PC$，

∴点P可能在B、C之间，也可能在C的右侧，

当点P在B、C之间时，$BC=PB+PC=2PC+PC=3PC=3$，

∴$PC=1$，

∴点P对应的数为：$-1-1=-2$，

当点P在C的右侧时，$BC=PB-PC=2PC-PC=PC=3$，

∴点P对应的数为：$-1+3=2$，

综上所述：点P对应的数为-2或2；

（3）解：点P和与A能重合，

理由如下：

∵动点P从点B开始第一次向左移动1个单位长度，第二次向右移动3个单位长度，第三次向左移动5个单位长度，第四次向右移动7个单位长度，依此类推…，

∴移动N次后，点P对应的数为：$-4+(-1)+3+(-5)+\ldots+(-1)^{N}(2N-1)$，

当N为偶数时，点P对应的数为：

$-4+[(-1)+3]+[(-5)+7]+\ldots+\{-[2(N-1)-1]+(2N-1)\}$

$=-4+2\times\frac{N}{2}=-4+N=6$，

∴$N=10$，

当N为奇数时，点P对应的数为：

$-4+[(-1)+3]+[(-5)+7]+\ldots+\{-[2(N-2)-1]+[2(N-1)-1]\}-(2N-1)$

$=-4+2\times\frac{N-1}{2}-(2N-1)$

$=-4+N-1-2N+1=6$，

∴$N=-10<0$，不符合题意，舍去，

∴综上所述，点P第10次移动时，点P与点A重合.

【点睛】本题主要考查了绝对值非负性的应用、数轴上两点之间的距离、用数轴上的点表示有理数、数轴上的动点问题，熟练掌握以上知识点，采用分类讨论的思想解题，是解此题的关键.

30.（2022秋·湖北黄冈·七年级校考期中）已知A，B两点在数轴上分别表示有理数a，b，A，B两点之间的距离表示为AB，在数轴上A，B两点之间的距离$AB=|a-b|$．已知数轴上A，B两点对应的数分别为－1，3，P为数轴上一动点.

(1)若点P到A，B两点之间的距离相等，则点P对应的数为_____.

(2)若点P到A，B两点的距离之和为6，则点P对应的数为_____.

(3)现在点A以2个单位长度/秒的速度运动，同时点B以0.5个单位长度/秒的速度运动，A和B的运动方向不限，当点A与点B之间的距离为3个单位长度时，求点B所对应的数是多少？

【答案】(1)1；

(2)4或-2；

(3)点B表示的数为$\frac{2}{3}$或$\frac{14}{5}$或$\frac{16}{3}$或$\frac{10}{3}$.

【分析】（1）根据数轴上两点间的距离计算方法进行计算即可得出答案；

（2）设点P对应的数为x，根据题意可得$|x+1|+|x-3|=6$；分类讨论，当$-1<x<3$时，②当$x>3$时，③当$x<-1$时，计算即可得出答案；

（3）设经过t秒，分情况讨论①当点A点B相向而行时，经过t秒，点A表示的数为$-1+2t$，点B表示的数为$3-0.5t$，即可得出$|(-1+2t)-(3-0.5t)|=3$，②当点A点B同向向右运动时，经过t秒，点A表示的数为$-1+2t$，点B表示的数为$3+0.5t$，则$|(-1+2t)-(3+0.5t)|=3$，③当点A点B同向向左运动时，求出t的值，即可算出点B对应的数.

【详解】（1）解：根据题意可得，

$AB=|-1-3|=4$，

因为点P到A，B两点之间的距离相等，所以点P到点-1和点3的距离为2，

则点P对应的数为：1；

故答案为：1；

（2）解：设点P对应的数为x，

则$|x+1|+|x-3|=6$；

①当$-1<x<3$时，最大值为4，不满足题意；

②当$x>3$时，解得：$x=4$；

③当$x<-1$时，解得：$x=-2$，

点 P 对应的数为 4 或 -2；

故答案为：4 或 -2；

（3）解：设经过 t 秒，

①当点 A 点 B 相向而行时，

经过 t 秒，点 A 表示的数为 $-1+2t$，点 B 表示的数为 $3-0.5t$，

则 $|(-1+2t)-(3-0.5t)|=3$，

解得 $t=\frac{14}{5}$ 或 $t=\frac{2}{5}$，

点 B 对应的数为 $3-\frac{1}{2}\times\frac{14}{3}=\frac{2}{3}$ 或 $3-\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{14}{5}$；

②当点 A 点 B 同向向右运动时，

经过 t 秒，点 A 表示的数为 $-1+2t$，点 B 表示的数为 $3+0.5t$，

则 $|(-1+2t)-(3+0.5t)|=3$，

解得：$t=\frac{14}{3}$ 或 $t=\frac{2}{3}$，

点 B 表示的数为 $3+\frac{1}{2}\times\frac{14}{3}=\frac{16}{3}$ 或 $3+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$；

③当点 A 点 B 同向向左运动时，

因为 $AB=4$，点 A 的运动速度大于点 B 的运动速度，

不能满足题意.

综上：点 B 表示的数为 $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{14}{5}$ 或 $\frac{16}{3}$ 或 $\frac{10}{3}$.

【点睛】本题主要考查了数轴上两点间的距离，解题的关键是熟练掌握数轴上两点间距离的计算方法进行求解.

31.（2022 秋·广东深圳·七年级深圳中学校联考期中）已知数轴上两点 A、B 对应的数分别是 $6,-8$，M、N、P 为数轴上三个动点，点 M 从 A 点出发，速度为每秒 2 个单位，点 N 从点 B 出发，速度为 M 点的 3 倍，点 P 从原点出发，速度为每秒 1 个单位.

(1)若点 M 向右运动，同时点 N 向左运动，求多长时间点 M 与点 N 相距 46 个单位？

(2)若点 M、N、P 同时都向右运动，求多长时间点 P 到点 M，N 的距离相等？

(3)当时间 t 满足 $t_1<t\le t_2$ 时，M、N 两点之间，N、P 两点之间，M、P 两点之间分别有 47 个、37 个、10 个整数点，请直接写出 t_1，t_2 的值.

【答案】(1)4；

(2)$\frac{7}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$；

(3)4 或$\frac{25}{6}$

【分析】（1）利用 M、N 之间的距离为最初的距离加上各自行驶的路程即可得到一个关于 t 的方程，解方程即可得出答案；

（2）先将 M，N，P 三点在数轴上的位置用含 t 的代数式表示出来，然后分点 N 在点 P 左侧和点 N 在点 P 右侧两种情况分别讨论即可；

（3）根据 M，N，P 之间整数点的个数，可以确定出 M，N，P 三点的位置，从而找到 t_1，t_2 的值．

【详解】（1）解：设运动时间为 t 秒，

由题意可得：$6+8+2t+6t=46$，

$\therefore t=4$，

∴运动 4 秒点 M 与点 N 相距 46 个单位；

（2）解：设运动时间为 t 秒，

由题意可知：M 点运动到 $6+2t$，N 点运动到 $-8+6t$，P 点运动到 t，

由 $MP=NP$ 得 $|t+6|=|5t-8|$，

解得 $t=\frac{7}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$，

∴运动 $\frac{1}{3}$s 或 $\frac{7}{2}$s 时点 P 到点 M，N 的距离相等；

（3）解：由题意可得：M、N、P 三点之间整数点的多少可看作它们之间距离的大小，

M、N 两点距离最大，M、P 两点距离最小，可得出 M、P 两点向右运动，N 点向左运动．

①当 $t_1=4s$ 时，P 在 4，M 在 14，N 在 -32，

再往前一点，MP 之间的距离即包含 10 个整数点，NP 之间有 37 个整数点；

②当 N 继续以 6 个单位每秒的速度向左移动，P 点向右运动，

若 N 点移动到 -33 时，此时 N、P 之间仍为 37 个整数点，

若 N 点过了 -33 时，此时 N、P 之间为 38 个整数点

故 $t_2=\frac{1}{6}+4=\frac{25}{6}$，

$\therefore t_1=4$，$t_2=\frac{25}{6}$．

【点睛】本题主要结合数轴考查了点在数轴上的移动，能够根据题中信息利用方程的思想建立关于 t 的方程是解题的关键．

32．（2022 秋·江苏南京·七年级统考期中）在数轴上点 A 和点 B 表示的数为 a、b，则 A 与 B 之间的距离为

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/335000223243011244