专题 09　三角函数拆角与恒等变形归类

题型盘点·直击高考

目录

题型一：诱导公式……1
题型二：辅助角：特殊角型……3
题型三：辅助角：非特殊角型……7
题型四：sinx±cosx 与 sinxcosx 型转化……11
题型五：齐次式转化……13
题型六：拆角：互补型拆角---缺……15
题型七：拆角：互余型拆角……17
题型八：拆角：二倍角型拆角……18
题型九：拆角：30 度型拆角……20
题型十：拆角：60 度型拆角……21
题型十一：拆角：正切型……23
题型十二：拆角：分式型……25
题型十三：对偶型恒等变形求值……27
题型十四：拆角求最值……29
题型十五：韦达定理型恒等变形求值……31
题型十六：恒等变形求角……33

题型突围·精准提分

题型一：诱导公式

指｜点｜迷｜津

诱导公式可简记为：**奇变偶不变，符号看象限．**

“奇”“偶”指的是“$k\cdot\frac{\pi}{2}+\alpha(k\in\mathbf{Z})$”中的 k 是奇数还是偶数．

“变”与“不变”是指函数的名称的变化，若 k 是奇数，则正、余弦互变；若 k 为偶数，则函数名称不变．

“符号看象限”指的是在“$k\cdot\frac{\pi}{2}+\alpha(k\in\mathbf{Z})$”中，将 α 看成锐角时，“$k\cdot\frac{\pi}{2}+\alpha(k\in\mathbf{Z})$”的终边所在的象限．

1．（23-24 高三 ·浙江·模拟）已知锐角 $\alpha\left(\alpha\neq 50^\circ\right)$ 满足 $3\cos\left(140^\circ-\alpha\right)\cdot\cos\alpha+\sin\left(100^\circ+\alpha\right)=\sin\left(\alpha-20^\circ\right)$，则 $\cos2\alpha=$（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$-\frac{1}{3}$　　C．$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

【答案】B

【分析】根据题意，结合三角函数的诱导公式和两角差的余弦公式，化简得到 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，再利用余弦的倍角公式，即可求解.

【详解】由 $3\cos\left(140^\circ-\alpha\right)\cdot\cos\alpha+\sin\left(100^\circ+\alpha\right)=\sin\left(\alpha-20^\circ\right)$，

可得 $3\cos\left(180^\circ-40^\circ-\alpha\right)\cdot\cos\alpha+\sin\left(180^\circ-80^\circ+\alpha\right)=\sin\left(\alpha-20^\circ\right)$，

可得 $-3\cos\left(40^\circ+\alpha\right)\cdot\cos\alpha+\sin\left(80^\circ-\alpha\right)=\sin\left(\alpha-20^\circ\right)$，

所以 $-3\cos\left(40^{\circ}+\alpha\right)\cdot\cos\alpha+\cos\left(10^{\circ}+\alpha\right)=\sin\left(\alpha-20^{\circ}\right)$

可得 $-3\cos\left(40^{\circ}+\alpha\right)\cdot\cos\alpha+\cos[30^{\circ}-(20^{\circ}-\alpha)]=\sin\left(\alpha-20^{\circ}\right)$

即 $-3\cos\left(40^{\circ}+\alpha\right)\cdot\cos\alpha+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos(20^{\circ}-\alpha)+\dfrac{1}{2}\sin(20^{\circ}-\alpha)=\sin\left(\alpha-20^{\circ}\right)$，

可得 $-3\cos\left(40^{\circ}+\alpha\right)\cdot\cos\alpha=\dfrac{3}{2}\sin\left(\alpha-20^{\circ}\right)-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos(\alpha-20^{\circ})=\sqrt{3}\sin(\alpha-20^{\circ}-30^{\circ})$

$=-\sqrt{3}\sin(50^{\circ}-\alpha)=-\sqrt{3}\cos(40^{\circ}+\alpha)$，

所以 $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\cos 2\alpha=2\cos\alpha-1=2\times(\dfrac{\sqrt{3}}{3})^{2}-1=-\dfrac{1}{3}$.

故选：B.

2.（23-24 高三 ·浙江宁波·模拟）已知 $\cos\left(140^{\circ}-\alpha\right)+\sin\left(110^{\circ}+\alpha\right)=\sin\left(130^{\circ}-\alpha\right)$，求 $\tan\alpha=$（　）

A．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$-\sqrt{3}$

【答案】D

【分析】利用三角函数诱导公式化简已知等式可得 $\cos\left(20^{\circ}+\alpha\right)=\cos\left(40^{\circ}-\alpha\right)+\cos\left(40^{\circ}+\alpha\right)$，再利用两角和差的余弦公式结合同角三角函数关系化简可得 $\tan\alpha=\dfrac{\cos 20^{\circ}-2\cos 40^{\circ}}{\sin 20^{\circ}}$，继而利用三角恒等变换，化简求值，即得答案.

【详解】由题意知，$\cos\left(140^{\circ}-\alpha\right)+\sin\left(110^{\circ}+\alpha\right)=\sin\left(130^{\circ}-\alpha\right)$

即 $-\cos\left(40^{\circ}+\alpha\right)+\cos\left(20^{\circ}+\alpha\right)=\cos\left(40^{\circ}-\alpha\right)$，

故 $\cos\left(20^{\circ}+\alpha\right)=\cos\left(40^{\circ}-\alpha\right)+\cos\left(40^{\circ}+\alpha\right)$，

即 $\cos 20^{\circ}\cos\alpha-\sin 20^{\circ}\sin\alpha=2\cos 40^{\circ}\cos\alpha$，

故 $\cos 20^{\circ}\cos\alpha-2\cos 40^{\circ}\cos\alpha=\sin 20^{\circ}\sin\alpha$，

即 $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{\cos 20^{\circ}-2\cos 40^{\circ}}{\sin 20^{\circ}}=\dfrac{\cos(30^{\circ}-10^{\circ})-2\cos(30^{\circ}+10^{\circ})}{\sin 20^{\circ}}$

$=\dfrac{-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos 10^{\circ}+\dfrac{3}{2}\sin 10^{\circ}}{\sin 20^{\circ}}=\dfrac{\sqrt{3}\sin(10^{\circ}-30^{\circ})}{\sin 20^{\circ}}=\dfrac{-\sqrt{3}\sin 20^{\circ}}{\sin 20^{\circ}}=-\sqrt{3}$，

故选：D

【点睛】关键点睛：解答本题的关键在于利用三角函数诱导公式以及两角和差的公式化简得出 $\tan\alpha$ 的表达式之后，要利用拆角的方法，继而结合三角恒等变换公式，化简求值即可.

3.（15-16 高三 ·吉林长春·模拟）设 $\cos(-80^{0})=m$，那么 $\tan 100^{0}=$

A．$\dfrac{\sqrt{1-m^{2}}}{m}$　　B．$-\dfrac{\sqrt{1-m^{2}}}{m}$　　C．$\dfrac{m}{\sqrt{1-m^{2}}}$　　D．$-\dfrac{m}{\sqrt{1-m^{2}}}$

【答案】B

【详解】试题分析：由诱导公式得 $\cos\left(-80^{0}\right)=\cos 80^{0}=m$，$\therefore\sin 80^{0}=\sqrt{1-\cos^{2}80^{0}}=\sqrt{1-m^{2}}$，

$\therefore\tan 80^{0}=\dfrac{\sin 80^{0}}{\cos 80^{0}}=\dfrac{\sqrt{1-m^{2}}}{m}$，$\therefore\tan 100^{0}=\tan\left(180^{0}-80^{0}\right)=-\tan 80^{0}=-\dfrac{\sqrt{1-m^{2}}}{m}$，故答案为 B.

考点：1、三角函数的诱导公式；2、同角三角函数的基本关系.

4.（安徽省阜阳市 2023-2024 学年高三模拟质量统测数学试题）若角 α 满足 $\cos(\dfrac{\pi}{3}+\alpha)=2\cos(\dfrac{\pi}{6}-\alpha)$，则 $\cos(2\alpha-\dfrac{\pi}{3})=$（　）

A．$-\dfrac{4}{5}$　　B．$-\dfrac{3}{5}$　　C．$\dfrac{4}{5}$　　D．$\dfrac{3}{5}$

【答案】B

【分析】根据给定条件，利用诱导公式求出$\tan(\alpha-\frac{\pi}{6})$，再利用二倍角的余弦公式，结合齐次式法求值.

【详解】由$\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)=2\cos(\frac{\pi}{6}-\alpha)$，得$\cos[\frac{\pi}{2}+(\alpha-\frac{\pi}{6})]=2\cos(\alpha-\frac{\pi}{6})$，

即$-\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})]=2\cos(\alpha-\frac{\pi}{6})$，则$\tan(\alpha-\frac{\pi}{6})=-2$

所以$\cos(2\alpha-\frac{\pi}{3})=\cos2(\alpha-\frac{\pi}{6})=\dfrac{\cos^2(\alpha-\frac{\pi}{6})-\sin^2(\alpha-\frac{\pi}{6})}{\cos^2(\alpha-\frac{\pi}{6})+\sin^2(\alpha-\frac{\pi}{6})}$

$=\dfrac{1-\tan^2(\alpha-\frac{\pi}{6})}{1+\tan^2(\alpha-\frac{\pi}{6})}=\dfrac{1-(-2)^2}{1+(-2)^2}=-\dfrac{3}{5}$.

故选：B

5.（2024·广东·二模）$\tan7.5°-\tan82.5°+2\tan15°=$（　）

A．-2　　B．-4　　C．$-2\sqrt{3}$　　D．$-4\sqrt{3}$

【答案】D

【分析】利用切化弦的思想，结合诱导公式及二倍角的正余弦公式计算得解.

【详解】$\tan7.5°-\tan82.5°+2\tan15°=\dfrac{\sin7.5°}{\cos7.5°}-\dfrac{\sin82.5°}{\cos82.5°}+2\tan15°$

$=\dfrac{\sin7.5°}{\cos7.5°}-\dfrac{\cos7.5°}{\sin7.5°}+2\tan15°=\dfrac{\sin^2 7.5°-\cos^2 7.5°}{\sin7.5°\cos7.5°}+2\tan15°$

$=-\dfrac{\cos15°}{\frac{1}{2}\sin15°}+\dfrac{2\sin15°}{\cos15°}=\dfrac{2(\sin^2 15°-\cos^2 15°)}{\sin15°\cos15°}=\dfrac{-4\cos30°}{\sin30°}=-4\sqrt{3}$.

故选：D

题型二：辅助角：特殊角型

指｜点｜迷｜津

辅助角

$a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+\varphi)$，其中 $\tan\varphi=\frac{b}{a}$.(不记正切这个，要会推导非特殊角的辅助角）

1.（2024·全国·模拟预测）已知函数$f(x)=\sqrt{3}\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$在$\left(\frac{\pi}{2},\ \pi\right)$上单调递增，则$\omega$的取值范围是（　）

A．$\left[\frac{4}{3},\frac{5}{3}\right]$　　B．$\left[\frac{5}{6},\frac{11}{6}\right]$　　C．$\left[\frac{5}{3},\frac{11}{6}\right]$　　D．$\left[\frac{7}{6},2\right]$

【答案】C

【分析】根据函数结构特征利用三角恒等变换公式将函数解析式化为一角一函数形式，再结合三角函数的图象与性质进行求解即可.

【详解】法一:由题$f(x)=\sqrt{3}\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$

$=2\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)=2\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$，令$\pi+2k\pi\le\omega x+\frac{\pi}{6}\le2\pi+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

因为$\omega>0$，所以$\dfrac{\frac{5\pi}{6}+2k\pi}{\omega}\le x\le\dfrac{\frac{11\pi}{6}+2k\pi}{\omega}$，$k\in\mathbf{Z}$，

因为$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$上单调递增，所以$\dfrac{\frac{5\pi}{6}+2k\pi}{\omega}\le\frac{\pi}{2}$且$\dfrac{\frac{11\pi}{6}+2k\pi}{\omega}\ge\pi$，

得$\frac{5}{3}+4k\le\omega\le\frac{11}{6}+2k$．由$\frac{5}{3}+4k\le\frac{11}{6}+2k$，得$k\le\frac{1}{12}$，

又$k\in\mathbf{Z}$且$\omega>0$，所以$k=0$，$\frac{5}{3}\le\omega\le\frac{11}{6}$．

故选:C.

法二:由题$f(x)=\sqrt{3}\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$

$=2\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}\right)=2\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$，

由$\frac{\pi}{2}<x<\pi$，得$\frac{\omega\pi}{2}+\frac{\pi}{6}<\omega x+\frac{\pi}{6}<\omega\pi+\frac{\pi}{6}$，

设$f(x)$的最小正周期为T，则由题意得$\pi-\frac{\pi}{2}\le\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}$，所以$0<\omega\le2$，

从而$\frac{\pi}{6}<\frac{\omega\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\le\pi+\frac{\pi}{6}$，结合函数$y=\cos x$在$[\pi,2\pi]$上单调递增，$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$上单调递增，得$\frac{\omega\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\ge\pi$，且$\omega\pi+\frac{\pi}{6}\le2\pi$，解得$\frac{5}{3}\le\omega\le\frac{11}{6}$．

故选:C.

2．（23-24高三·四川·阶段练习）若函数$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x$在区间$[0,a],[a,2a]$上的值域分别为$[m,n],[p,q]$，则下列命题错误的是（　）

A．若$[m,n]=[p,q]=[-1,1]$，则a的最小值为$\frac{4\pi}{3}$

B．若$[m,n]=[p,q]$，则a的最小值为$\frac{\pi}{3}$

C．若$m\ge q$，则a的取值范围为$\left[\frac{2\pi}{3},\pi\right)$

D．若$n\le p$，则a的取值范围为$\left(0,\frac{2\pi}{9}\right]$

【答案】C

【分析】将$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x$整合为$f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$，再针对选项逐项分析即可.

【详解】由题知$f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$，图像在$y$轴右侧的第一条对称轴为$x=\frac{\pi}{3}$，

y轴右侧的第二条对称轴为$x=\frac{2\pi}{3}$.

对于A，令$f(x)=-1,x=\frac{4}{3}\pi+2k\pi(k\in\mathbf{N})$，$f(x)=1,x=\frac{\pi}{3}+2k\pi(k\in\mathbf{N})$，

若$m=-1$，则$a+\frac{1}{6}\pi\ge\frac{3}{2}\pi\Rightarrow a\ge\frac{4}{3}\pi$，

取$a=\frac{4}{3}\pi$时$p=-1$，则$2a+\frac{\pi}{6}=\frac{17}{6}\pi$，此时必有$q=1$，

此时满足$[m,n]=[p,q]=[-1,1]$，A正确；

对于 B，因为$[m,n]=[p,q]$，若$a<\frac{\pi}{3}$，则$\frac{\pi}{6}<a+\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{2}$，$\frac{\pi}{6}<2a+\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}$

此时$m=\frac{1}{2},n=\sin\left(a+\frac{\pi}{6}\right)<1$，因为$[m,n]=[p,q]$，

故$2a+\frac{\pi}{6}>\frac{\pi}{2}$，故$p=\sin\left(2a+\frac{\pi}{6}\right)>\frac{1}{2}$，矛盾，故$a\geq\frac{\pi}{3}$，

当$a=\frac{\pi}{3}$时，$a+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，$2a+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$，

故$f(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$上的值域为$\left[\frac{1}{2},1\right]$，在$\left[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$的值域为$\left[\frac{1}{2},1\right]$，

符合题意，故a的最小值为$\frac{\pi}{3}$，B 正确；

对于 C，当$0<a<\frac{2\pi}{3}$时，$m=\frac{1}{2}$，此时$f(a)>\frac{1}{2}$，与条件$m\geq q$不符，

当$\frac{2\pi}{3}\leq a\leq\frac{4\pi}{3}$时，$\frac{5\pi}{6}\leq a+\frac{\pi}{6}\leq\frac{3\pi}{2}$，故$m=\sin\left(a+\frac{\pi}{6}\right)$，

因为$m\geq p$，故$2a\leq\frac{8\pi}{3}-a$即$a\leq\frac{8\pi}{9}$.

所以当$\frac{8\pi}{9}<a\leq\frac{4\pi}{3}$时，$m\geq p$不成立.

当$a\geq\frac{4\pi}{3}$时，$m=-1$，不满足条件$m\geq q$，C 错误；

对于 D，当$0<a\leq\frac{\pi}{3}$时，$a+\frac{\pi}{6}\leq\frac{\pi}{2}$，故$n=\sin\left(a+\frac{\pi}{6}\right)$，

因为$n\leq p$，故$2a\leq\frac{2\pi}{3}-a$即$0<a\leq\frac{2\pi}{9}$时，满足条件$n\leq p$，

当$a\geq\frac{\pi}{3}$时，$n=1$，不满足条件$n\leq p$，D 正确.

故选：C.

3．（22-23 高三 ·广西南宁·模拟）已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin^2\frac{\omega x}{2}+\frac{1}{2}\sin\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}\ (\omega>0)$，若$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$上无零点，则$\omega$的取值范围是（　）

A．$\left(0,\frac{2}{9}\right]\cup\left[\frac{8}{9},+\infty\right)$　　B．$\left(0,\frac{2}{9}\right]\cup\left[\frac{2}{3},\frac{8}{9}\right]$　　C．$\left(0,\frac{2}{9}\right]\cup\left[\frac{8}{9},1\right)$　　D．$\left(\frac{2}{9},\frac{8}{9}\right]\cup[1,+\infty)$

【答案】B

【分析】先结合二倍角公式和辅助角公式将函数进行化简，得$f(x)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)$，由于$f(x)$在$\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$上无零点，因此$\left(\frac{3\omega\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)-\left(\frac{\omega\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)\leq\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}$，且$\begin{cases}k\pi\leq\frac{\omega\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\\(k+1)\pi\geq\frac{3\omega\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\end{cases}$，$k\in Z$，在$\omega>0$的条件下，解不等式可得解.

【详解】$f(x)=\sqrt{3}\sin^2\frac{\omega x}{2}+\frac{1}{2}\sin\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}(1-\cos\omega x)+\frac{1}{2}\sin\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{1}{2}\sin\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega x=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)$，

由$\frac{\pi}{2}<x\left\langle\frac{3\pi}{2},\omega\right\rangle 0$，得$\frac{\omega\pi}{2}-\frac{\pi}{3}<\omega x-\frac{\pi}{3}<\frac{3\omega\pi}{2}-\frac{\pi}{3}$，

因为 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$ 上无零点，

所以 $\left(\frac{3\omega\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)-\left(\frac{\omega\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)\le\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}$，得 $\omega^2\le1$，

因为 $\omega>0$，所以 $0<\omega\le1$，

因为 $\begin{cases}k\pi\le\frac{\omega\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\\(k+1)\pi\ge\frac{3\omega\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\end{cases}$，$k\in Z$，所以解得 $2k+\frac{2}{3}\le\omega\le\frac{2k}{3}+\frac{8}{9},k\in Z$，

因为 $\begin{cases}2k+\frac{2}{3}\le\frac{2k}{3}+\frac{8}{9}\\\frac{2k}{3}+\frac{8}{9}>0\end{cases}$，所以解得 $-\frac{4}{3}<k\le\frac{1}{6}$，

因为 $k\in Z$，所以 $k=0$ 或 $k=-1$，

当 $k=0$ 时，$\frac{2}{3}\le\omega\le\frac{8}{9}$，当 $k=-1$ 时，$0<\omega\le\frac{2}{9}$，

所以 ω 的取值范围是 $\left(0,\frac{2}{9}\right]\cup\left[\frac{2}{3},\frac{8}{9}\right]$，

故选：B

【点睛】关键点点睛：此题考查三角函数的综合问题，考查三角恒等变换公式的应用，考查函数与方程，解题的关键是将函数在 $\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$ 上无零点，利用正弦函数的性质转化为关于 ω 的不等式组，从而可求得结果，考查数学转化思想和计算能力，属于较难题.

4．（22-23 高三 ·江西·阶段练习）已知函数 $f(x)=2\sin x|\cos x|+\sqrt{3}\cos2x$，则（　　）

A．$f(x)$ 的最小正周期是 π　　　　B．$f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$ 对称

C．$f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上有 4 个极值点　　　　D．$f(x)$ 在 $[\frac{13\pi}{6},\frac{5\pi}{2}]$ 上单调递减

【答案】D

【分析】根据给定条件，利用函数周期性、对称性定义判断 A，B；求导并探讨导数在 $(0,2\pi)$ 上的正负情况判断 C；探讨函数在 $[\frac{13\pi}{6},\frac{5\pi}{2}]$ 上单调性判断 D 作答.

【详解】函数 $f(x)=2\sin x|\cos x|+\sqrt{3}\cos2x$，

对于 A，$f(x+\pi)=2\sin(x+\pi)|\cos(x+\pi)|+\sqrt{3}\cos2(x+\pi)=-2\sin x|\cos x|+\sqrt{3}\cos2x\ne f(x)$，

即 π 不是 $f(x)$ 的周期，A 不正确；

对于 B，因为 $f(\pi)=2\sin\pi\,|\cos\pi\,|+\sqrt{3}\cos2\pi=\sqrt{3}$，而 $f(-\frac{5\pi}{6})=2\sin(-\frac{5\pi}{6})\,|\cos(-\frac{5\pi}{6})|+\sqrt{3}\cos(-\frac{5\pi}{3})=0$，

显然函数 $f(x)$ 图象上的点 $(\pi,\sqrt{3})$ 关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$ 的对称点 $(-\frac{5\pi}{6},\sqrt{3})$ 不在 $f(x)$ 的图象上，B 不正确；

对于 C，当 $0\le x\le\frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{3\pi}{2}\le x\le2\pi$ 时，$\cos x\ge0$，$f(x)=\sin2x+\sqrt{3}\cos2x=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，

此时 $\frac{\pi}{3}\le2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{4\pi}{3}$ 或 $\frac{10\pi}{3}\le2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{13\pi}{3}$，当 $2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$ 或 $2x+\frac{\pi}{3}=\frac{7\pi}{2}$，

即 $x=\frac{\pi}{12}$ 或 $x=\frac{19\pi}{12}$ 时，函数 $f(x)$ 取得最值，因此 $f(x)$ 在 $x=\frac{\pi}{12}$ 或 $x=\frac{19\pi}{12}$ 取极值，

当 $\frac{\pi}{2}<x<\frac{3\pi}{2}$ 时，$\cos x<0$，$f(x)=-\sin2x+\sqrt{3}\cos2x=-2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$，此时 $\frac{2\pi}{3}<2x-\frac{\pi}{3}<\frac{8\pi}{3}$，

当 $2x-\frac{\pi}{3}=\frac{3\pi}{2}$ 或 $2x-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{2}$，即 $x=\frac{11\pi}{12}$ 或 $x=\frac{17\pi}{12}$ 时，函数 $f(x)$ 取得最值，因此 $f(x)$ 在 $x=\frac{11\pi}{12}$ 或 $x=\frac{17\pi}{12}$ 取极值，

当 $\frac{\pi}{12}\le x\le\frac{\pi}{2}$ 时，$\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{4\pi}{3}$，函数 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 在 $[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减，

当 $\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{11\pi}{12}$ 时，$\frac{2\pi}{3}\le 2x-\frac{\pi}{3}\le\frac{3\pi}{2}$，函数 $f(x)=-2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 在 $[\frac{\pi}{2},\frac{11\pi}{12}]$ 上单调递增，

又函数 $f(x)$ 是定义域 **R** 上的连续函数，则 $x=\frac{\pi}{2}$ 是函数 $f(x)$ 的一个极小值点，

所以函数 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 上的极值点至少有 5 个，C 不正确；

对于 D，因为 $f(x+2\pi)=2\sin(x+2\pi)|\cos(x+2\pi)|+\sqrt{3}\cos2(x+2\pi)=f(x)$，则 2π 是函数 $f(x)$ 的一个周期，

当 $\frac{13\pi}{6}\le x\le\frac{5\pi}{2}$ 时，$\frac{\pi}{6}\le x-2\pi\le\frac{\pi}{2}$，由选项 C 知函数 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 在 $[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减，

因此函数 $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$ 上单调递减，所以 $f(x)$ 在 $[\frac{13\pi}{6},\frac{5\pi}{2}]$ 上单调递减，D 正确.

故选：D

5.（23-24 高三 辽宁·模拟）已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x$，若关于 x 的方程 $f(x)-1=0$ 在区间 $(0,2\pi]$ 上有且只有四个不相等的实数根，则正数 ω 的取值范围是（　　）

A. $\left[\frac{3}{2},\frac{7}{2}\right)$　　B. $\left(\frac{3}{2},\frac{25}{6}\right]$　　C. $\left(\frac{3}{2},\frac{13}{6}\right]$　　D. $\left[\frac{3}{2},\frac{13}{6}\right)$

【答案】D

【分析】化简函数为 $f(x)=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})$，根据题意，转化为 $\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$ 在区间 $(0,2\pi]$ 上有且只有四个不相等的实数根，求得 $x=\frac{\frac{\pi}{3}+2k\pi}{\omega}$ 或 $x=\frac{\pi+2k\pi}{\omega},k\in Z$，列出不等式组，即可求解.

【详解】由函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})$，

因为方程 $f(x)-1=0$ 在区间 $(0,2\pi]$ 上有且只有四个不相等的实数根，且 $\omega>0$，

可得 $\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$ 在区间 $(0,2\pi]$ 上有且只有四个不相等的实数根，

则 $\omega x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ 或 $\omega x-\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}+2k\pi,k\in Z$，

解得 $x=\frac{\frac{\pi}{3}+2k\pi}{\omega}$ 或 $x=\frac{\pi+2k\pi}{\omega},k\in Z$，$\begin{cases}\frac{3\pi}{\omega}\le 2\pi\\ \frac{13\pi}{3\omega}>2\pi\end{cases}$ 且 $\omega>0$，解得 $\frac{3}{2}\le\omega<\frac{13}{6}$，

所以实数 ω 的取值范围为 $[\frac{3}{2},\frac{13}{6})$.

故选：D.

题型三：辅助角：非特殊角型

指 | 点 | 迷 | 津

辅助角

$a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}[\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin\alpha+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\alpha]$ ； $\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2+\left(\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2=1$

(1)正弦形式$\sqrt{a^2+b^2}\sin(\alpha+\beta)$ ： $\sin\alpha\cdot\cos\beta\pm\cos\alpha\cdot\sin\beta=\sin(\alpha\pm\beta)$,

其中：$\cos\beta=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\sin\beta=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

(2)余弦形式$\sqrt{a^2+b^2}\cos(\alpha-\beta)$ ： $\cos\alpha\cdot\cos\beta\pm\sin\alpha\cdot\sin\beta=\cos(\alpha\mp\beta)$,

其中：$\sin\beta=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\cos\beta=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

辅助角范围满足：$-\sqrt{a^2+b^2}\le a\sin\alpha+b\cos\alpha\le\sqrt{a^2+b^2}$

1．（22-23 高三 上海宝山·阶段练习）若 $\tan\theta=\frac{b}{a}\left(-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$，$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)(0\le\varphi<2\pi)$，下列判断错误的是（　　）

A．当 $a>0,b>0$ 时，$\varphi=\theta$　　　B．当 $a>0,b<0$ 时，$\varphi=\theta+2\pi$

C．当 $a<0,b>0$ 时，$\varphi=\theta+\pi$　　　D．当 $a<0,b<0$ 时，$\varphi=\theta+2\pi$

【答案】D

【分析】根据给定条件，结合辅助角公式的变形，确定辅助角 φ 的取值作答.

【详解】由选项知，$ab\ne0$，$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x)$，

令 $\cos\varphi=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\sin\varphi=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$，有 $\tan\varphi=\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}=\frac{b}{a}=\tan\theta(-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2})$，$0\le\varphi<2\pi$，

则 $a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}(\sin x\cos\varphi+\cos x\sin\varphi)=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)$，

对于 A，当 $a>0,b>0$ 时，φ 为第一象限角，且 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，$0<\theta<\frac{\pi}{2}$，$\tan\varphi=\tan\theta$，则 $\varphi=\theta$，A 正确；

对于 B，当 $a>0,b<0$ 时，φ 为第四象限角，且 $\frac{3\pi}{2}<\varphi<2\pi$，$-\frac{\pi}{2}<\theta<0$，$\tan\varphi=\tan(\theta+2\pi)$，则 $\varphi=\theta+2\pi$，B 正确；

对于 C，当 $a<0,b>0$ 时，φ 为第二象限角，且 $\frac{\pi}{2}<\varphi<\pi$，$-\frac{\pi}{2}<\theta<0$，$\tan\varphi=\tan(\theta+\pi)$，则 $\varphi=\theta+\pi$，C 正确；

对于 D，当 $a<0,b<0$ 时，φ 为第三象限角，且 $\pi<\varphi<\frac{3\pi}{2}$，$0<\theta<\frac{\pi}{2}$，$\tan\varphi=\tan(\theta+\pi)$，则 $\varphi=\theta+\pi$，D 错误.

故选：D

2．（2023·河南·模拟预测）若关于 x 的方程 $\sin2x+2\cos2x=-2$ 在 $[0,\pi)$ 内有两个不同的解 α,β，则 $\cos(\alpha-\beta)$ 的值为（　　）

A．$-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【答案】D

【分析】利用辅助角公式化简已知方程，求得$\alpha-\beta$，进而求得$\cos(\alpha-\beta)$.

【详解】关于x的方程$\sin 2x+2\cos 2x=-2$在$[0,\pi)$内有两个不同的解α,β，

即$\frac{\sqrt{5}}{2}\sin(2x+\theta)=-1$（$\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{5},\sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，取$\theta$为锐角）

在$[0,\pi)$内有两个不同的解α,β，

即方程$\sin(2x+\theta)=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$在$[0,\pi)$内有两个不同的解$\alpha,\beta$.

不妨令$0\le\alpha<\beta<\pi$，由$x\in[0,\pi)$，则$2x+\theta\in[\theta,2\pi+\theta)$，

所以$\sin(2\alpha+\theta)=-\frac{2\sqrt{5}}{5},\sin(2\beta+\theta)=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

所以$\sin\theta=-\sin(2\alpha+\theta)=-\sin(2\beta+\theta)$．则$2\alpha+\theta=\pi+\theta,2\beta+\theta=2\pi-\theta$，

即$2\alpha-2\beta=-\pi+2\theta$，

所以$\alpha-\beta=-\frac{\pi}{2}+\theta,\cos(\alpha-\beta)=\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)=\sin\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故选：D.

3.（23-24 高三 ·江西赣州·模拟）已知$A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$是圆$x^2+y^2=2$上两点．若$x_1x_2+y_1y_2=-1$，则$x_1+x_2+y_1+y_2$的取值范围是（　）

A．$\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$　　　　B．$[-1,1]$

C．$[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$　　　　D．$[-2,2]$

【答案】D

【分析】利用$\cos\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}=-\frac{1}{2}$得向量$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$的夹角为$\frac{2\pi}{3}$，设$A\left(\sqrt{2}\cos\alpha,\sqrt{2}\sin\alpha\right),B\left(\sqrt{2}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right),\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)\right)$，利用两角和与差的公式、三角函数的现在化简$x_1+x_2+y_1+y_2$可得答案.

【详解】由题意$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=-1$，$\left|\overrightarrow{OA}\right|=\left|\overrightarrow{OB}\right|=\sqrt{2}$，

因为$\cos\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}=\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{\left|\overrightarrow{OA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OB}\right|}=-\frac{1}{2}$，$0\le\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\le\pi$，

所以向量$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$的夹角为$\frac{2\pi}{3}$，如图，

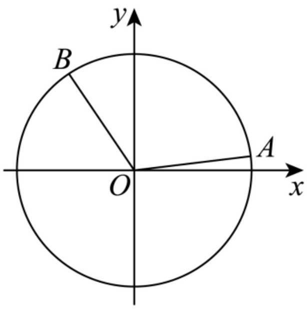
设$A\left(\sqrt{2}\cos\alpha,\sqrt{2}\sin\alpha\right),B\left(\sqrt{2}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right),\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)\right)$，

所以$x_1+x_2+y_1+y_2=\sqrt{2}\cos\alpha+\sqrt{2}\sin\alpha+\sqrt{2}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)+\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\left(1+\sqrt{3}\right)\cos\alpha+\left(1-\sqrt{3}\right)\sin\alpha\right]=2\sin\left(\alpha+\varphi\right)$，且$\tan\varphi=\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}=-2-\sqrt{3}$，

因为$-1\le\sin\left(\alpha+\varphi\right)\le1$，所以$-2\le x_1+x_2+y_1+y_2\le2$.

故选：D.



【点睛】关键点点睛：解题的关键点是求出向量$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$的夹角，设$A\left(\sqrt{2}\cos\alpha,\sqrt{2}\sin\alpha\right),B\left(\sqrt{2}\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right),\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)\right)$进行化简计算.

4.（2023·四川雅安·一模）已知函数$f(x)=3\sin\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)+4\sin\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)$，设$\forall x\in\mathbf{R},\exists x_0\in\mathbf{R},f(x)\le f\left(x_0\right)$，则$\tan\left(4x_0-\frac{2\pi}{3}\right)$等于（　）

A．$-\frac{4}{3}$　　B．$-\frac{3}{4}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．$\frac{4}{3}$

【答案】B

【分析】根据诱导公式得到$f(x)$最大值，即得到关于x_0的关系式，代入$\tan\left(4x_0-\frac{2\pi}{3}\right)$利用诱导公式即可.

【详解】$\because f(x)=3\sin\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)+4\sin\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)=3\sin(4x+\frac{\pi}{3})+4\sin(-\frac{\pi}{2}+4x+\frac{\pi}{3})$，

$\therefore f\left(x\right)=3\sin\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)-4\cos\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)$，

$\therefore f\left(x\right)=5\sin\left(4x+\frac{\pi}{3}-\varphi\right)\left(\tan\varphi=\frac{4}{3}\right)$，

$\therefore f(x)_{\max}=5$，

$\because \forall x\in\mathbf{R},\exists x_0\in\mathbf{R},f(x)\le f\left(x_0\right)$，

$\therefore 4x_0+\frac{\pi}{3}-\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi\left(k\in Z\right)$，

$\therefore \tan\left(4x_0-\frac{2\pi}{3}\right)=\tan\left(-\frac{\pi}{2}+2k\pi+\varphi\right)=-\frac{1}{\tan\varphi}=-\frac{3}{4}$.

故选：B.

5.（22-23高三 辽宁大连·模拟）已知函数$f(x)=a\sin\omega x+b\cos\omega x$（$a>0$，$b>0$，$\omega>0$）在区间$\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$上单调，且$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=-f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$，则不等式$f(x)+a>0$的解集是（　）

A．$\left(-\frac{\pi}{4}+k\pi,\frac{5\pi}{12}+k\pi\right)(k\in Z)$　　B．$\left(-\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{\pi}{4}+k\pi\right)(k\in Z)$

C．$\left(-\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi\right)(k\in Z)$　　D．$\left(k\pi,\frac{\pi}{6}+k\pi\right)(k\in Z)$

【答案】A

【分析】将$f(x)$化成$\sqrt{a^2+b^2}\sin(\omega x+\varphi)$的形式，根据单调性及周期性得到$\omega$的取值范围，根据等式关系得到各参数的关系，最后利用辅助角公式中的关系得到关于x的不等式，解出不等式即可.

【详解】$\because f(x)=a\sin\omega x+b\cos\omega x$，

$\therefore f(x)=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\omega x+\varphi)$，$\varphi\in(0,\frac{\pi}{2})$， Q $f(x)$在区间$[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$单调，$\therefore \frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\le\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}$，$\therefore \omega\le 3$，Q $f(\frac{\pi}{6})=-f(\frac{\pi}{2})$，$\therefore f\left(\frac{\pi}{3}\right)=0,\frac{\pi}{3}\omega+\varphi=k\pi,k\in Z$，

$\therefore \frac{1}{3}\omega\pi+\varphi=\pi$，Q $f(\frac{\pi}{2})=f(\frac{2\pi}{3})$，，$\therefore f\left(\frac{7\pi}{12}\right)=-1,\frac{7\pi}{12}\omega+\varphi=\frac{3\pi}{2}$ $\therefore \omega=2$，$\therefore \varphi=\frac{\pi}{3}$，

$\therefore f(x)=\sqrt{a^2+b^2}\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，$\therefore \frac{b}{a}=\sqrt{3}$，$\therefore b=\sqrt{3}a$，Q $f(x)+a>0$，$\therefore 2a\sin(2x+\frac{\pi}{3})+a>0$，

$\therefore -\frac{\pi}{6}+2k\pi<2x+\frac{\pi}{3}<\frac{7\pi}{6}+2k\pi,k\in Z$，$\therefore -\frac{\pi}{4}+k\pi<x<\frac{5\pi}{12}+k\pi,k\in Z$.故选：A.

【点睛】关键点定睛：本题难点在于单调性与周期性之间的关系以及辅助角公式的巧妙运用.

题型四：sinx± cosx 与 sinxcosx 型转化

指 | 点 | 迷 | 津

$\sin x\pm\cos x$ 与 $\sin x\cos x$

的函数中一般可设$t=sin\,x\pm cos\,x$进行换元．换元时注意新元的取值范围．

$\sin x\pm\cos x$,与$\sin x\bullet\cos x$ **之间的互化关系**

1. $(\sin x\pm\cos x)^2=1\pm 2\sin x\bullet\cos x$

2. 如果$x\in R$,则由辅助角可知$\sin x\pm\cos x\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$

1．（23-24 高三 ·湖北武汉·模拟）函数 $y=\sin x-\cos x+2\sin x\cos x$ 的最大值为（　　）

A．$\frac{5}{4}$　　B．2　　C．$\sqrt{5}$　　D．$1+\sqrt{2}$

【答案】A

【分析】设$t=\sin x-\cos x$，根据$\sin x-\cos x$，$\sin x\pm\cos x$之间的关系将原函数转化成二次函数的最值问题处理.

【详解】设$t=\sin x-\cos x$，根据辅助角公式，$t=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$，

由$t^2=\sin^2 x+\cos^2 x-2\sin x\cos x=1-2\sin x\cos x$，于是$2\sin x\cos x=1-t^2$，

故$y=t+1-t^2=-\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$，当$t=\frac{1}{2}$时，$y$取得最大值$\frac{5}{4}$.

故选：A

2．（23-24 高三 ·辽宁大连·阶段练习）若$\sin\theta,\cos\theta$是方程$x^2-mx+m=0$的两根，则m的值为（　　）

A．$1-\sqrt{2}$　　B．$1+\sqrt{2}$　　C．$1\pm\sqrt{2}$　　D．$-1-\sqrt{2}$

【答案】A

【分析】结合二次方程的韦达定理，利用同角三角函数基本关系列式求解即可.

【详解】由题设$\Delta=(-m)^2-4m\ge 0$，得$m\ge 4$或$m\le 0$.

由韦达定理得$\sin\theta+\cos\theta=m$且$\sin\theta\cos\theta=m$，

所以$(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cos\theta$，所以$m^2=1+2m$，即$m^2-2m-1=0$，

可得$m=1\pm\sqrt{2}$，又$m\ge 4$或$m\le 0$，所以$m=1-\sqrt{2}$.

故选：A

3．（2024·全国·模拟预测）已知$\cos\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{4}{7}$，则$\frac{2\sin^2\alpha+1+\cos 2\alpha-2\tan\alpha}{\sin\alpha}=$（　　）

A．$-\frac{112\sqrt{2}}{17}$　　B．$-\frac{56\sqrt{2}}{17}$　　C．$-\frac{224\sqrt{2}}{17}$　　D．$-\frac{28\sqrt{2}}{17}$

【答案】A

【分析】利用余弦的二倍角公式、同角间的三角函数关系变形，已知式由两角差的余弦公式展开化简得 $\sin\alpha-\cos\alpha$，再利用同角间三角函数关系变形得出 $\sin\alpha\cos\alpha$，代入待求式变形后的式子计算可得.

【详解】$\dfrac{2\sin^2\alpha+1+\cos2\alpha-2\tan\alpha}{\sin\alpha}=\dfrac{2\sin^2\alpha+2\cos^2\alpha-2\tan\alpha}{\sin\alpha}=\dfrac{2-2\tan\alpha}{\sin\alpha}=\dfrac{2-\dfrac{2\sin\alpha}{\cos\alpha}}{\sin\alpha}=\dfrac{4(\cos\alpha-\sin\alpha)}{2\sin\alpha\cos\alpha}$（※）

而 $\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}-\alpha\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha=\dfrac{4}{7}$，则 $\sin\alpha-\cos\alpha=\dfrac{4\sqrt{2}}{7}$，

两侧平方可得 $1-2\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{32}{49}$，则 $2\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{17}{49}$，

代入（※）式可知 $\dfrac{2\sin^2\alpha+1+\cos2\alpha-2\tan\alpha}{\sin\alpha}=-\dfrac{16\sqrt{2}}{7}\times\dfrac{49}{17}=-\dfrac{112\sqrt{2}}{17}$，

故选：A.

4.（23-24 高三 ·江苏苏州·阶段练习）已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\sin\alpha\cos\alpha$，则 $\sin(2025\pi-2\alpha)$ 的值为（　）

A. $2+2\sqrt{2}$　　B. $2-2\sqrt{2}$　　C. $2\pm2\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}\pm2$

【答案】B

【分析】令 $t=\sin\alpha+\cos\alpha$，则 $t\in\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$，从而得到 $\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{t^2-1}{2}$，依题意得到关于 t 的方程，求出 t 的值，再由二倍角公式及诱导公式计算可得.

【详解】令 $t=\sin\alpha+\cos\alpha$，

则 $t=\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha\right)=\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$，所以 $t\in\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$，

所以 $t^2=(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=1+2\sin\alpha\cos\alpha$，

所以 $\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{t^2-1}{2}$，所以 $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=t^2-1$，

由 $\sin\alpha+\cos\alpha=\sin\alpha\cos\alpha$，所以 $t=\dfrac{t^2-1}{2}$，解得 $t=1+\sqrt{2}$（舍去）或 $t=1-\sqrt{2}$，

所以 $\sin(2025\pi-2\alpha)=\sin(\pi-2\alpha)=\sin2\alpha=\left(1-\sqrt{2}\right)^2-1=2-2\sqrt{2}$.

故选：B

5.（23-24 高三 ·湖北武汉·模拟）已知 $\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，则函数 $y=\sin\theta-\cos\theta+2\sin\theta\cos\theta$ 的值域为（　）

A. $[-1,1]$　　B. $\left[-1-\sqrt{2},\dfrac{5}{4}\right]$　　C. $\left[1,\dfrac{5}{4}\right]$　　D. $\left[-1,\dfrac{5}{4}\right]$

【答案】D

【分析】令 $t=\sin\theta-\cos\theta=\sqrt{2}\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)\in[-1,1]$，可得出 $y=-t^2+t+1$，求出二次函数 $y=-t^2+t+1$ 在 $[-1,1]$ 上的值域即可得解.

【详解】因为 $\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，则 $-\dfrac{\pi}{4}\le\theta-\dfrac{\pi}{4}\le\dfrac{\pi}{4}$，则 $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\le\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)\le\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

令 $t=\sin\theta-\cos\theta=\sqrt{2}\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)\in[-1,1]$，

所以，$t^2=(\sin\theta-\cos\theta)^2=1-2\sin\theta\cos\theta$，则 $2\sin\theta\cos\theta=1-t^2$，

则 $y=\sin\theta-\cos\theta+2\sin\theta\cos\theta=t+1-t^2=-t^2+t+1$，

函数 $y=-t^2+t+1$ 在 $\left[-1,\dfrac{1}{2}\right]$ 上单调递增，在 $\left[\dfrac{1}{2},1\right]$ 上单调递减，

所以，$y_{\max}=-\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}+1=\frac{5}{4}$，

当$t=-1$时，$y=-1-1+1=-1$；当$t=1$时，$y=-1+1+1=1$，则$y_{\min}=-1$.

因此，当$\theta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，则函数$y=\sin\theta-\cos\theta+2\sin\theta\cos\theta$的值域为$\left[-1,\frac{5}{4}\right]$.

故选：D.

题型五：齐次式转化

指丨点丨迷丨津

正切齐次求值型

给正切，利用正余弦一次分式齐次特征，可以同除余弦化为正切

二次型求正切，充分运用“1”的代换：

（1）$x^2+y^2=1\Leftrightarrow\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$

（2）$x^2+y^2=R^2\Leftrightarrow\begin{cases}x=R\cos\alpha\\ y=\sin\alpha\end{cases}$

1.（2024·新疆·一模）已知：$\sin\left(20^\circ-\theta\right)+\sin\left(20^\circ+\theta\right)+\sin\left(40^\circ-\theta\right)=0$，则$\tan\theta=$（　　）

A．$-\sqrt{3}$　　B．$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\sqrt{3}$

【答案】D

【分析】利用三角恒等变换计算即可.

【详解】由$\sin\left(20^\circ-\theta\right)+\sin\left(20^\circ+\theta\right)+\sin\left(40^\circ-\theta\right)=0$

$\Rightarrow 2\sin20^\circ\cos\theta+\sin40^\circ\cos\theta=\cos40^\circ\sin\theta$，

则$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{2\sin20^\circ+\sin40^\circ}{\cos40^\circ}=\frac{2\sin20^\circ+\sin\left(60^\circ-20^\circ\right)}{\cos40^\circ}$

$=\frac{\frac{3}{2}\sin20^\circ+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos20^\circ}{\cos40^\circ}=\frac{\sqrt{3}\sin\left(20^\circ+30^\circ\right)}{\cos40^\circ}=\sqrt{3}$.

故选：D

【点睛】思路点睛：利用等式条件及正弦的和差角公式及同角三角函数的商数关系得出

$\tan\theta=\frac{2\sin20^\circ+\sin40^\circ}{\cos40^\circ}$，再根据特殊角及正弦的差角公式与诱导公式计算即可.

2.（23-24 高三 辽宁大连·模拟）已知α，β均为锐角，$\sin\alpha=2\sin\beta\cos\left(\alpha+\beta\right)$，则$\tan\alpha$取得最大值时，$\tan\left(\alpha+\beta\right)$的值为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．1

【答案】A

【分析】由$\sin\alpha=2\sin\beta\cos\left(\alpha+\beta\right)=2\sin\beta\cos\beta\cos\alpha-2\sin\alpha\sin^2\beta$，两边同时除以$\cos\alpha$得$\tan\alpha=2\sin\beta\cos\beta-2\tan\alpha\sin^2\beta$，再将$\tan\alpha$用$\tan\beta$表示，再结合基本不等式求出$\tan\alpha$的最大值及此时$\tan\beta$的值，再根据两角和的正切公式即可得解.

【详解】由$\sin\alpha=2\sin\beta\cos\left(\alpha+\beta\right)=2\sin\beta\cos\beta\cos\alpha-2\sin\alpha\sin^2\beta$，

两边同时除以$\cos\alpha$得$\tan\alpha=2\sin\beta\cos\beta-2\tan\alpha\sin^2\beta$，

所以 $\tan\alpha=\dfrac{2\sin\beta\cos\beta}{1+2\sin^2\beta}=\dfrac{2\sin\beta\cos\beta}{\cos^2\beta+3\sin^2\beta}=\dfrac{2\tan\beta}{1+3\tan^2\beta}=\dfrac{2}{3\tan\beta+\dfrac{1}{\tan\beta}}$，

因为 α， β 均为锐角，所以 $\tan\alpha>0,\tan\beta>0$，

则 $\tan\alpha=\dfrac{2}{3\tan\beta+\dfrac{1}{\tan\beta}}\le\dfrac{2}{2\sqrt{3\tan\beta\cdot\dfrac{1}{\tan\beta}}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

当且仅当 $3\tan\beta=\dfrac{1}{\tan\beta}$， 即 $\tan\beta=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 时取等号，

所以 $\tan\alpha$ 取得最大值时， $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}}{1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{3}$.

故选：A.

【点睛】关键点点睛：将已知变形成 $\tan\alpha=\dfrac{2\sin\beta\cos\beta}{1+2\sin^2\beta}=\dfrac{2\tan\beta}{1+3\tan^2\beta}$ 是解决本题的关键.

3.（20-21 高三 ·河南新乡·阶段练习）函数 $y=\dfrac{-1+\sin x}{\sin x+\cos x}\left(0\le x\le\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的最大值和最小值分别为（　）

A． $1,-1$　　B． $\dfrac{\sqrt{2}}{2},-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C． $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，0　　D． $0,-1$

【答案】D

【分析】根据二倍角公式和同角的基本关系化简可得 $y=\dfrac{-1+\sin x}{\sin x+\cos x}=\dfrac{-\tan^2\dfrac{x}{2}+2\tan\dfrac{x}{2}-1}{-\tan^2\dfrac{x}{2}+2\tan\dfrac{x}{2}+1}$， 再令 $\tan\dfrac{x}{2}=t$，

$t\in[0,1]$，可得 $y=1+\dfrac{2}{(t-1)^2-2}$， 再根据二次函数的性质即可求出结果.

【详解】设 $\tan\dfrac{x}{2}=t$， 则 $t\in[0,1]$，则

$$y=\frac{-1+\sin x}{\sin x+\cos x}=\frac{-\sin^2\frac{x}{2}+2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}-\cos^2\frac{x}{2}}{-\sin^2\frac{x}{2}+2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}}=\frac{-\tan^2\frac{x}{2}+2\tan\frac{x}{2}-1}{-\tan^2\frac{x}{2}+2\tan\frac{x}{2}+1}$$

$$=\frac{-t^2+2t-1}{-t^2+2t+1}=1+\frac{2}{t^2-2t-1}=1+\frac{2}{(t-1)^2-2},$$

由 $t\in[0,1]$，得 $-2\le(t-1)^2-2\le-1$， 所以 $-1\le1+\dfrac{2}{(t-1)^2-2}\le0$，

所以当 $t=0$，即 $x=0$ 时， $y_{\min}=-1$；当 $t=1$，即 $x=\dfrac{\pi}{4}$ 时， $y_{\max}=0$.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了二倍角公式、同角基本关系，以及换元法在求函数值域中的应用，属于中档题.

4.（2024·全国·模拟预测）已知 $\dfrac{2-2\cos\theta}{\sin\theta}=3$， 则 $\dfrac{1-\cos\theta-2\sin\theta}{1+\cos\theta+\sin\theta}=$（　）

A． $\dfrac{3}{10}$　　B． $-\dfrac{3}{10}$　　C． $\dfrac{3}{2}$　　D． $-\dfrac{3}{2}$

【答案】B

【分析】对于解法一：由二倍角公式解出 $\tan\dfrac{\theta}{2}$， 进而将所求分式利用三角恒等变换化为齐次式弦化切求解即可；对于解法二：将已知变形代入同角基本关系式，求解出 $\sin\theta$ 和 $\cos\theta$ 代入求解即可.

【详解】解法一:由题意可知，$\dfrac{2-2\cos\theta}{\sin\theta}=\dfrac{4\sin^2\dfrac{\theta}{2}}{2\sin\dfrac{\theta}{2}\cos\dfrac{\theta}{2}}=2\tan\dfrac{\theta}{2}=3$，

得 $\tan\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{3}{2}$，

由二倍角公式可知：$\dfrac{1-\cos\theta-2\sin\theta}{1+\cos\theta+\sin\theta}=\dfrac{2\sin^2\dfrac{\theta}{2}-4\sin\dfrac{\theta}{2}\cos\dfrac{\theta}{2}}{2\cos^2\dfrac{\theta}{2}+2\sin\dfrac{\theta}{2}\cos\dfrac{\theta}{2}}=\dfrac{\tan^2\dfrac{\theta}{2}-2\tan\dfrac{\theta}{2}}{1+\tan\dfrac{\theta}{2}}=\dfrac{\dfrac{9}{4}-2\times\dfrac{3}{2}}{1+\dfrac{3}{2}}=-\dfrac{3}{10}$.

故选：B.

解法二： 由 $\dfrac{2-2\cos\theta}{\sin\theta}=3$ 可得 $\cos\theta=\dfrac{2-3\sin\theta}{2}$，代入 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，得 $13\sin^2\theta=12\sin\theta$，

因为 $\sin\theta\neq0$，则 $\sin\theta=\dfrac{12}{13}$，则 $\cos\theta=-\dfrac{5}{13}$，则 $\dfrac{1-\cos\theta-2\sin\theta}{1+\cos\theta+\sin\theta}=\dfrac{1+\dfrac{5}{13}-2\times\dfrac{12}{13}}{1-\dfrac{5}{13}+\dfrac{12}{13}}=-\dfrac{3}{10}$. 故选：B.

5.（23-24 高三江苏南京·模拟）已知 $\sin\alpha+2\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，则 $\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=$（　）

A. -3　　B. $-\dfrac{1}{3}$　　C. $-\dfrac{3}{8}$　　D. $\dfrac{3}{8}$

【答案】C

【分析】首先由同角三角函数的基本关系式求得 $\tan\alpha=3$ 或 $\tan\alpha=-\dfrac{1}{3}$，再将 $\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}$ 化为 $\dfrac{\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$，代入 $\tan\alpha$ 的值即可得答案.

【详解】因为 $\sin\alpha+2\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，所以 $\sin^2\alpha+4\sin\alpha\cos\alpha+4\cos^2\alpha=\dfrac{5}{2}$，则

$\dfrac{\sin^2\alpha+4\sin\alpha\cos\alpha+4\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\dfrac{5}{2}$，

所以 $\dfrac{\tan^2\alpha+4\tan\alpha+4}{\tan^2\alpha+1}=\dfrac{5}{2}$，即 $3\tan^2\alpha-8\tan\alpha-3=0$，解得 $\tan\alpha=3$ 或 $\tan\alpha=-\dfrac{1}{3}$.

又 $\dfrac{\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}=\dfrac{\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$，将 $\tan\alpha=3$ 或 $\tan\alpha=-\dfrac{1}{3}$ 代入，

均得到 $\dfrac{\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=-\dfrac{3}{8}$.故选：C.

题型六：拆角：互补型拆角---缺

指 | 点 | 迷 | 津

角度“互补”与“广义互补余”可以用诱导公式转化：

1. “互补”：两个复合型角度相加为 180°，可以用诱导公式转化 $\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$

$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$

2. “广义互余”：两个复合型角度的和或者差为 180°+k360°，可以用诱导公式转化

1.（2022 秋·陕西商洛·高三陕西省山阳中学校联考）已知 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{2}{3}$，则 $\tan\left(\dfrac{2\pi}{3}-\alpha\right)=$

（　）

A．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$-\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D．$-\frac{\sqrt{5}}{3}$

【答案】A

【分析】根据同角的三角函数关系求出 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)$，结合诱导公式计算化简即可求解.

【详解】由 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，得 $\frac{\pi}{3}<\alpha+\frac{\pi}{3}<\frac{5\pi}{6}$，

则 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{1-\cos^2\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)}=\sqrt{1-\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{3}$，得 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{\sqrt{5}}{2}$，

所以 $\tan\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)=\tan\left[\pi-\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)\right]=-\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{5}}{2}$.故选：A.

2（2023 春·浙江宁波·高三校考阶段练习）已知 $\cos\left(\frac{\pi}{7}-x\right)=-\frac{2}{3}$，则 $\cos\left(\frac{6\pi}{7}+x\right)$ 等于（　）

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　C．$-\frac{2}{3}$　　D．$-\frac{\sqrt{5}}{3}$

【答案】A

【分析】通过 $\cos\left(\frac{6\pi}{7}+x\right)=\cos\left(\pi-\left(\frac{\pi}{7}-x\right)\right)$，利用诱导公式变形计算.

【详解】$\cos\left(\frac{6\pi}{7}+x\right)=\cos\left(\pi-\left(\frac{\pi}{7}-x\right)\right)=-\cos\left(\frac{\pi}{7}-x\right)=\frac{2}{3}$.

故选：A.

3.若 $\sin\left(-\frac{\pi}{7}-\theta\right)=\frac{3}{4}$，则 $\sin\left(\frac{6\pi}{7}-\theta\right)$ 的值为（　）

A．$-\frac{3}{4}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$-\frac{\sqrt{7}}{4}$　　D．$\frac{\sqrt{7}}{4}$

【答案】A

【分析】根据诱导公式直接计算即可得出结果.

【详解】因为 $\sin\left(\frac{6\pi}{7}-\theta\right)=\sin\left[\left(-\frac{\pi}{7}-\theta\right)+\pi\right]=-\sin\left(-\frac{\pi}{7}-\theta\right)=-\frac{3}{4}$.

故选 A.

4.（山东省青岛市青岛中学 2022-2023 学年 10 月月考）已知 $\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\frac{1}{3}$,且 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$,则

$\sin(\frac{\pi}{6}+\alpha)+\cos(\frac{2\pi}{3}+\alpha)=$______.

【答案】0

【分析】先用换元,再用诱导公式,将所求转化为换元后的三角函数,计算结果即可.

【详解】解:由题知,令 $\beta=\frac{\pi}{3}-\alpha,\beta\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$,所以 $\cos\beta=\frac{1}{3}$,

$\sin(\frac{\pi}{6}+\alpha)+\cos(\frac{2\pi}{3}+\alpha)=\sin(\frac{\pi}{2}-\beta)+\cos(\pi-\beta)=\cos\beta-\cos\beta=0$

故答案为:0

题型七：拆角：互余型拆角

指 | 点 | 迷 | 津

角度“互余”与“广义互余”可以用诱导公式转化：

1. “互余”：两个复合型角度相加为 90°，可以用诱导公式转化 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$

2. “广义互余”：两个复合型角度的和或者差为 90°+k360°，可以用诱导公式转化

1.（23-24 高三·河南洛阳·模拟）已知 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{5}}{3}$，则 $\cos\left(\alpha-\frac{5\pi}{12}\right)=$（　）

A．$\frac{2}{3}$　　B．$-\frac{2}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{3}$　　D．$-\frac{\sqrt{5}}{3}$

【答案】C

【分析】利用诱导公式即可求得答案.

【详解】由 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{5}}{3}$，可得 $\cos\left(\alpha-\frac{5\pi}{12}\right)=\cos\left(\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)-\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

故选：C.

2.（23-24 高三 广东梅州·模拟）已知 $\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta=\frac{2}{3},\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则 $\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=$（　）

A．$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B．$-\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

【答案】B

【分析】利用辅助角公式可得 $\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{3}$，即可由诱导公式求解.

【详解】由 $\sqrt{3}\sin\theta-\cos\theta=\frac{2}{3}$ 得 $2\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{2}{3}$，故 $\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{3}$，

$\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{3}$

故选：B

3.（23-24 高三下·山东威海·阶段练习）已知 $\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{4}{5}$，则 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=$（　）

A．$-\frac{4}{5}$　　B．- $\frac{3}{5}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{4}{5}$

【答案】A

【分析】利用诱导公式即可求解.

【详解】由 $\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{4}{5}$ 可得 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{4}{5}\Rightarrow\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{4}{5}$，

故选：A

4.（2024·浙江·模拟预测）已知 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{10}\right)=\frac{1}{3}$，则 $\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{5}\right)=$（　）

A．$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

【答案】C

【分析】利用角的变换，再结合诱导公式，即可求解.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/335144300314011313