基于排队论的超市收银排队系统分析与优化——以中山市五桂山镇和大福超市为例

【摘要】随着人们生活水平的逐渐提高，人们进行生产生活和消费的行为也日渐频繁，等待和排队的现象日益突显，给人们的日常生活带来了烦恼。大型的超市和商场是人口流动密集的场所，人口流动的频繁时期很容易出现收银结账阶段的超长队长以及较久的等待时间，这会给顾客的满意度以及超市的服务效率造成困扰。为了合理地配置社会资源，实现消费者与销售者双方的共赢，需要深入研究超市的收银排队系统，并进行优化。我们以中山市五桂山镇和大幅超市为研究对象，利用调查问卷和与超市方面沟通的方法获取了收银排队的相关数据，运用运筹学和排队论的相关知识，构建了排队系统的模型，针对选定的指标和目标函数进行优化，获得相应结果。

【关键词】排队系统；超市；目标函数

Analysis and Optimization of Queuing System of Supermarket Cashier Based on Queuing Theory-Taking Wuguishan Town and Dafu Supermarket in Zhongshan City as an Example

[Abstract] With the gradual improvement of people's living standards, people's production, life and consumption behavior is also increasingly frequent. The phenomenon of waiting and queuing is increasingly prominent which brings troubles to people's daily life. Large supermarkets and shopping malls are densely populated places. In the period of frequent population flow, it has tendency to have extremely long queue length and long waiting time in the checkout phase which will cause problems to customer satisfaction and service efficiency of supermarkets. In order to allocate social resources and achieve win-win situation between consumers and sellers rationally, it is necessary to deeply study the checkout and queuing system of supermarkets and optimize it. We choose He Dafu supermarket as the research object, which is located at Wugui Mountain Town in Zhongshan City. By using the method of questionnaire and communication with the supermarkets we obtain the relevant data of the cashier line. Using the related knowledge of operational research and queuing theory, the model of queuing system is constructed, and the optimization is carried out according to the selected indicators and objective function.

[Keywords] Queuing system; The supermarket; Objective function

目　　录

1　前言 1

2　选题目的及意义 2

2.1　选题目的 2

2.2　选题意义 2

3　研究现状及不足 3

3.1 国内研究现状 3

3.2 国外研究现状 3

3.3 已有研究不足 4

4　国内应用与发展趋势 5

4.1 国内研究应用 5

4.1.1 医院问诊系统 5

4.1.2 网络计算机系统 5

4.2 发展趋势 5

5　相关理论概述 6

5.1　排队研究的内容与目的 6

5.2　排队系统构成 6

5.3　经典排队系统介绍 7

5.4　排队系统的主要数量指标 7

6　超市收银排队模型的建立 9

6.1　超市收银排队系统模型的创建 9

6.1.1　超市收银排队系统的基本特征 9

6.1.2　模型假设与分布规律选择 9

6.1.3　模型建立 10

6.2　关于超市收银排队问题的数据收集与处理 11

6.2.1　顾客人流情况 11

6.2.2 超市收银员的服务时间.....12
6.2.3 顾客所能容忍的最长队长以及最长等待时间.....13
6.3 分布概率研究 14
6.3.1 顾客到达分布的研究.....14
6.3.2 服务时间服从分布的研究.....15
6.4 收银排队系统模型优化 15
7 总结 18
参考文献 18
致 谢 19

1 前言

新世纪以来，社会的快速发展以及人民经济水平的稳步提高都加速着人们生产生活与消费活动的频率。排队与等候已经成为了一个人们普遍遇到的问题，交通道路的堵塞与等待，医院受理问诊问题，用餐的排队取号以及超市的收银排队系统。这些常见且普遍的问题却隐藏着内在的系统运转规律，资源是否得到合理的配置、服务与管理体制是否恰当对该问题的处理和解决起到重要的作用。究其内在原理，与运筹学的分支排队论对应的理论知识密切相关。

从社会学角度，超市作为一个人口流动密集且频繁的重要场所，侧面反映了所在地范围内对于流动人口的吞纳与协调能力，而收银结账阶段也是最容易产生拥堵与冲突的。一个合理的收银服务制度与服务配置可以高效率地提高超市的运转速度，避免了双方在此产生矛盾与困扰。与公共交通相类似，大型公共场所的人流处理情况也直接影响了人们对于城市的形象以及城市的精神文明风貌的印象。

中山市是广东省的地级市，也是全国五个不设区的地级市之一，人杰地灵、名家辈出，是广府文化的代表城市之一。我们就地取材，选取了中山市五桂山镇的和大福超市，对其收银排队系统的问题进行了深入的探索研究，分析人流数据并优化，希望可以给当地的人民购物和超市收银活动带来一些有效的建议。

2 选题目的及意义

2.1 选题目的

随着人口的增长以及科技水平的提高，在人们的日常生活中，出现排队等候的现象也愈发常见。例如，车水马龙的十字路口漫长的堵车便也是现代人生活的烦恼处之一；即使是就餐、理发、就医等其他的必要活动也难免逃脱排队等候的现状。一般来说，从顾客角度和服务机构双方的角度出发，都不希望存在排队等候的现象。这样会降低服务机构的运行效率也使得顾客和消费者有了令人不悦的体验。究其原因，是服务机制和服务的配套设施不合理、不完善。单纯的增加成本投资确实可以满足客户需求和解决这个问题，但这无疑会增加相应的成本，给厂家带来相应的经济负担。如何在尽量减少投资的条件下实现合理分配是关键。对于超市商场的排队系统的分析及优化，对商场的管理理念与管理策略的改进也有着重要的意义，合理的服务机制有利于厂家与消费者的双赢。因此，如何运用科学的知识与理论处理好顾客等待和服务机构配置的问题是一个值得关注的重点话题。

2.2 选题意义

大型的超市和商场一直是一个人流密集但却受人青睐的地方，人们往往通过超市获得日常需求。但是，超市仍然存在着一些问题，高峰期的超长队列以及较久的等待时间一直是困扰人们的问题。而超市的服务机制也不够合理，闲暇时段的服务台冗余和繁忙时期的短缺是一个严重的问题。因此，优化大型超市收银排队服务系统，合理安排超市的服务人员，缩短收银结账队列便有了重大意义。这样，一方面可以节省大型超市或商场在服务系统配置方面的投资成本，以合理的方式提高服务的效率，缩短必要的收银结账时间，提高消费者满意度的同时有助于进一步提高超市厂家的获利额度；另一方面，对于商场购物的消费者而言，商场合理有效的收银机制可以缩短消费后的结账时间，使得消费过程更加便捷愉悦，减少了因为排队时长过久造成的矛盾与烦恼；其次，城市中超市商场这类大型公共场所的服务质量以及服务机制，是一个企业的形象及影响力的体现，同时也与一个城市自身的形象密切相关，侧面反映了这所城市的精神文化面貌。

3 研究现状及不足

3.1 国内研究现状

当下，排队论被广泛应用于生活中的各个方面，它可以运用在一切服务系统。为了使服务系统趋于合理化，近些年来，一些学者纷纷基于排队论对各类服务系统进行探究和提出相关的优化策略。

唐应辉,唐小我（2006）系统地介绍了排队系统的基础理论，重点阐述了几种典型排队系统的瞬态和稳态性质，以及基本的分析方法和技术[1]。

徐秀丽、田乃硕（2007）使用了生灭过程的方法重新分析了工作休假的M/M/1排队系统，清楚且明晰地展现了工作休假这一工程中存在的排队问题的背景和对应的随机分布规律[2]。

姜龙训，王中战等（2018）运用排队论比较了三种预防接种模式的工作效率，得出在门诊的疫苗接种办理流程中，多服务台单队并联模式更顺应日后前进方向的结论[3]。

丁和平，朱娟（2019）对某银行进行实地数据测定，得出其顾客到达率和服务率。以一定时间下的平均总耗费比较不同窗口数下的各指标情况，切实地提出

了多个缓解排队现象的方案[4]。

马占友（2011）等提出了一个新的算法，用Bernoulli闸门服务来模拟Geo/G/1双重假期模型[5]。

3.2 国外研究现状

1910 年，排队论的基本思想被首次提出。到了 70 年代，越来越多学者研究排队系统的某些参数随实际情况的变化而变化的排队模型。近几年来有关排队论的著作和论文越来越多，同时也有越来越多的学者都对排队论的优化及其性能分析做了比较深入的研究。

英国数学家D.G.肯德尔（2006）提出马尔可夫链理论，以及对排队队型的分类方法，为排队论奠定了理论基础[6]。

Banik、Gupta等（2006）分析了排队等待场地有限的GI/M/1/N休假排队模型，得出了队长分布和稳态等待时间分布[7]。

Boris M. Miller（2007）提出了用动态规划的方法来优化排队系统[8]。

Jau-Chuan Ke（2009）提出用直接搜索算法来优化服务台不稳定且是双重休假策略的M/M/C有限缓冲排队系统[9]。

3.3 已有研究不足

对于排队问题，一直备受国内外学者的关注。

王婷婷等（2014）运用模拟植物生长算法来动态地调整收银台的数量和种类，使顾客满意度达到一定水平，同时控制企业的运营成本，但没有针对不同人群、不同时间段对收银系统进行合理有效地调度[10]。

Boris[11]、So、Kim（1996）通过使用动态规划方法，在得到了明确条件的最优控制的情况下，最大程度上降低了成本，但他们没有考虑到顾客满意度问题，如果一味的以开放较少的收银台数量来降低成本，必然会导致顾客满意度下降。

王冠一等（2019）利用Witness 建立的超市收银排队系统仿真模型，分析了各个时间段的数据，通过合理设置收银台和快速通道的数量以及优化收银流程来达到综合优化目的，但是没有考虑为高购买量顾客开设专属通道的情况[12]。

4 国内应用与发展趋势

4.1 国内研究应用

4.1.1 医院问诊系统

医院的就医问诊也是排队问题的典型案例。和国外对排队论的探究比起来，国内开始研究的时间晚，起点低，整体的实力与国外仍存在一定的差距，但是我国对于民生相关的就医问题始终保持高度关注，这样使得我国在该方面仍然存在着巨大发展潜力。

4.1.2 网络计算机系统

网络和计算机作为一个新兴和极具活力的行业领域，其出现的相应问题也会涉及到排队论的相关理论知识。快速的网络传输以及信息交互使得如何合理配置计算机的资源十分重要。例如在计算机资源模型中，先到先服务的排队模型在慢慢被普及。所以说，采用一种M/M/-PS处理机共享的，并且用户属于不耐烦型的排队模型，更能够具有实际应用价值[13]。

4.2 发展趋势

排队论的发展历程已有半个多世纪，随着现代社会的发展，排队现象越加频繁，因此排队论在应用领域的重要作用也吸引了广大学者进行研究。针对对立达到和对立服务的问题，由于较为简单而相应研究已经十分成熟。但现实生活又发展衍生了许多新的方式方法和排队规则，这也要求研究排队论的学者需要有与时俱进的观念。新世纪以来，随着人工智能和大数据技术的广泛推广与应用，越来越多的领域与相关技术都开始与计算机和大数据处理进行结合。排队问题的处理也不例外，利用广泛的数据分析，可以为我们对规律的把握和预测起到重要的助力作用。总之，在全球的科学家、数学家、经济学家和社会学家的努力下，排队论已经发展成为一门成熟的理论。此外，排队论也在其他的领域中发挥着越来越重要的作用，排队论进入了交通运输、生产与库存管理等各个领域。

5 相关理论概述

5.1 排队研究的内容与目的

首先，我们明晰排队问题的本质在于随机性。以超市收银员和消费者为例，排队问题的关键在于特点的一个时间范围内，消费者从开始进入队列至结束收银服务所需花费的时间分布是否在合理的范围。一般来说，排队论所研究的排队系统中，顾客相继到达时间间隔和服务时间这两个量至少有一个是随机的。而研究排队问题，主要是针对选定的特定指标的研究分析与优化。在这里主要分成三个大类：

（1）排队系统的性态问题

研究排队系统的性态问题即研究排队行为中具体的概率规律。主要包括系统的队长（系统中的顾客总数）、顾客等待时间和逗留时间，以及他们在正常时期与节假日的概率分布规律。排队系统性态问题的研究处理是一个关键性问题，选择合理的指标，可以在不过多增加计算工作量的情况下获得较为准确有效的结果，也是后期分析所得数据结果并优化的基础所在。

（2）排队系统的统计推断

为了了解与掌握一个实际排队系统中系统运作的概率分布规律，需要采取合适的调查、测试手段，搜集具有代表性和有价值的数据，数据来源的样本必须具备代表性且有效。严谨的抽查方法、合理的样本选择以及准确的数据才能更大程度地降低分析结果的误差性，获得令人信服的结果。

（3）排队系统的优化问题

排队系统的优化是指在已有的体制配置下，通过调整可变参数（如收银台在不同时间的开放数量以及开放时间），经过已有模型的计算，获得设定的目标函数的最优解，即顾客与商场厂家双方利益的共赢。一个具有科学理论基础的合理的配置方案的提出，可以优化当地的系统运行环境，创造出更多的社会效益和经济价值。

5.2 排队系统构成

对于一般性的排队系统的基本组成部分，可以分成以下三个方面，该内容对于本文研究的超市收银排队系统同样适用：

输入过程：排队系统的输入过程是指顾客是按照怎样的规律到达系统的。包括：（1）顾客总体数目：可以是有限的，也可以设定为无限的；（2）顾客达到规则：独立单个进入队列还是可以多人成群进入队列；（3）相邻顾客间进入队列的时间间隔满足一个怎样的分布规律，是否具有独立性。

排队规则：排队规则是指顾客进入队列与离开所遵循的原则，如顾客是否一直在队列中还是一段时间后离开。服务人员对于队列中的顾客是按照怎样的顺序进行处理的，是否可以插队或其他服务。此处，常见的服务规则有：先到先服务(FCFS)、优先权服务(PS)和后到后服务(LCLS)等。

服务机构：是指服务台的加总数量。服务台的运作形式是否独立，服务过程的时间存在什么特点，是单次服务还是可以成批服务。

5.3 经典排队系统介绍

经典的排队系统在符号上是以连续的英文字母表示，之间使用斜线进行隔开：如A/B/C/D/E，A是顾客相继到达时间间隔的分布，B是服务时间的分布，C是并联服务台的个数，D表示系统的容量，即可容纳的最多顾客数，E表示顾客源中的顾客数目[14]。经典的排队系统模型如下：

*M/M/c/*表示输入过程满足Poisson流，服务时间服从负指数分布，平行进行服务的服务台共有c个，系统容量是无限制的等待模型。

*M/G/1/*表示输入过程满足Poisson流，顾客所需的服务时间独立并满足一般概率分布，系统只有一个服务台，系统容量无限制。

5.4 排队系统的主要数量指标

（1）队长与排队长

队长是指系统中的顾客数（排队等待的顾客数与正在接受服务的顾客数之和）；而排队长是系统中正在排队等待服务的顾客数，他们的数量在时间尺度上是随机的。

（2）等待时间与逗留时间

等待时间指的是从顾客到达时刻起到他开始接受服务止的这段时间，是个随机变量；逗留时间则是顾客从进入队列至离开队列全过程所经历的时间跨度。等待时间与逗留时间这个指标是顾客对于该服务行为满意度的重要标准。

（3）系统的忙期和闲期

排队系统中队列人数以及接受服务的人数在一个长的时间跨度上并非完全随机的，它是满足一定规律的，与现实生活中人们的行为习惯相吻合。当系统进入连续繁忙状态，服务人员工作强度增强，这段时间范围称为系统的忙期，与之对应的就是系统的闲期。在排队系统中，忙期和闲期总是交替出现的。

（4）输出过程

系统的输出过程即离去过程，指的是顾客在接受服务完毕之后离开所花费的时间，这个指标在一定程度上反应了整个系统的工作效率。

6 超市收银排队模型的建立

6.1 超市收银排队系统模型的创建

6.1.1超市收银排队系统的基本特征

我们首先考虑具有一般和普适性的超市收银服务过程所具备的共同特点。

（1）进入超市购买过商品的顾客必须经由收银台的结账服务后方可离开超市。对于收银排队服务的人数要求，超市是不加任何限制的，所以队列中的顾客人数原则上是 0。这是理论上的，实际生活中超市对人数的容纳是有一定限度的。

（2）顾客的到达，购物以及排队结账环节可以认为是随机且独立的。相互认识的顾客如果单独进行结账服务，则在收银系统中也可处理为相互独立；一起进行结账服务时也可将其视作一个顾客处理，同样满足独立性。

（3）超市中收银服务的工作人员可以认为是相互独立且不受影响的，他们都是并行操作的。

（4）超市作为一个公共场合，其收银服务机制是符合先到先服务的原则的，即使是超市的会员也需要与其他顾客一样排队结账，在排队结账服务中不存在优先性，这也是出于公平性的原则。收银服务时等待制的，即顾客在接受服务前可能需要进行排队等待。

（5）顾客在购物结束后会选择相对较短队伍进行排队，且排队的过程中可以选择进入其他的队列。

我们发现本文所研究的中山市五桂山镇和大福超市的收银服务系统也满足上述所阐述的这些特征，因此研究的系统对象可以认为是一个多服务台并行操作满足先到先服务原则的排队系统。

6.1.2模型假设与分布规律选择

通过前面的讲述，我们清楚已经有经典的排队系统模型来研究相应的问题，在这里我们并不需要从头进行模型假设、推导以及数据处理，可以利用现有的模型，在此基础上进行修改和调整。

基于前述超市收银所满足的部分特征，我们做出了以下的假设：

（1）顾客进入收银队列的时间是随机且独立的，排队队列中的队长（顾客人数）可以视作无限。

（2）顾客购物完进入付费环节时，首先挑选处于空闲状态的收银台进行结账业务，当所有的收银台都在工作状态时，顾客处于自身利益驱使会选择队列人数最短的队列进行排队，且排队过程中可以在不同的队列之间进行移动。

（3）服务台的工作人员按照先到先服务的原则进行服务行为，各服务台之间独立且并行操作，互相之间不受影响。虽然实际生活中，不同服务台的收银员的功率效率以及顾客每次的购物量都是随机且存在波动的，但考虑到在一个较长的时间跨度下，这个差距较小且并非重要因素，因为为了方便处理，假定各个服务台工作人员的工作效率相同。

结合给出的假设，我们选取了模型符合的规律分布，顾客的流动使用Poisson流进行描述，服务人员对顾客的服务时间满足负指数分布，因此我们可以使用*M/M/c/*的经典模型来描述超市的收银排队系统。

6.1.3模型建立

在确定使用M/M/c/模型来描述该问题之后，我们再明确部分符号使用。首先顾客流动满足的Poisson流参数取λ（λ>0），收银工作人员的服务时间服从参数μ（μ>0），此外我们取$\rho=\frac{\lambda}{\mu}$，$\rho_c=\frac{\lambda}{c\mu}$。我们设定顾客的平均等待时间为$\overline{W}_q$，平均等待队长用$\overline{N}_q$表示。

在此基础上有公式表达：

$$\overline{W}_q=\frac{\rho_c}{\lambda(1-\rho_c)^2}\cdot p_c \tag{6.1}$$

$$\overline{N}_q=\frac{\rho_c}{(1-\rho_c)^2}\cdot p_c \tag{6.2}$$

$$p_c=\frac{\rho_c}{c!}p_0, p_0=[\sum_{j=0}^{c-1}\frac{\rho^j}{j!}+\frac{c\rho_c}{c!(c-\rho)}]^{-1} \tag{6.3}$$

对于排队问题的关键是目标函数的选择，即我们认为最应该考虑的因素。在这里，我们认为影响顾客结账过程中最重要的因素是排队的队长以及所能容忍的最长等待时间两个指标。从现实角度出发，不同教育水平，年龄阶层以及素质水平的顾客对于这两个指标的具体数据是存在差异的。从统计学角度，我们以采集的数据为依据，计算获得这两个指标的平均值作为目标函数的指标。力求在超市收银排队系统达到稳定时，在排队队长以及排队时间均小于平均排队队长以及最长忍耐时间的条件下，计算服务台数的最小值。这样可以在不增加超市服务体制成本的基础上尽量满足顾客的结账需求。假设顾客所能容忍的最长平均等待时间为Tw、所能容忍自己所在队列的最长平均等待队长为L_w，则所能容忍的系统中最长平均等待队长为cL_w，由上面的分析知，

模型应满足的条件以及目标函数如下：

$$\begin{cases} \rho_c = \dfrac{\lambda}{c\mu} < 1 \\ \overline{W}_q = \dfrac{\rho_c}{\lambda(1-\rho_c)^2} \cdot p_c <= T_w \\ \overline{N}_q = \dfrac{\rho_c}{(1-\rho_c)^2} \cdot p_c <= cL_w \end{cases} \tag{6.4}$$

$$c^* = \min\left\{ \rho_c = \frac{\lambda}{c\mu} < 1, \overline{W}_q = \frac{\rho_c}{\lambda(1-\rho_c)^2} \cdot p_c <= T_w, \overline{N}_q = \frac{\rho_c}{(1-\rho_c)^2} \cdot p_c <= cL_w \right\} \tag{6.5}$$

6.2 关于超市收银排队问题的数据收集与处理

6.2.1顾客人流情况

我们选取了中山市五桂山镇和大福超市作为研究对象，首先分析其流体人数的变化情况。和大福超市的营业时间是早上八点至夜间十点，收银服务台数为 4 个。考虑到工作日与非工作日的人口流动情况存在着明显的差距，因此我们分别统计数据来进行分析。对于工作日与非工作日，我们采集了 7 天内的数据，之后计算平均值来普遍化推广。以下是相应的数据：

表 6.1 工作日与非工作日时间段顾客到达率与收银台开放数

时间段	工作日期间达到人数/个	开放的收银台数	非工作日期间到达人数/个	开放的收银台数

8:00-10:00	35.2	3	75.5	3
10:00-12:00	107.6	3	138.5	2
12:00-14:00	86.2	4	107.5	2
14:00-16:00	90.6	3	106.5	3
16:00-18:00	112.2	3	128.0	3
18:00-20:00	87.6	4	109.5	3
20:00-22:00	93.6	3	114.0	2

从表中的数据我们可以看出，生活在中山市五桂山镇附近的居民在和大福超市进行购物的时间基本存在两个高峰期，即上午 10:00-12:00 与邻近傍晚的 16:00-18:00 的高峰时段，这也是人们下班时间的高峰期，符合逻辑。但是从中也可以看到该超市不管在工作日还是非工作日的收银台开放的数目都不太合理。例如非工作日期间的 10:00-12:00 这段时间内，超市客流量是一天最大的时候，而此时的收银台只开放了 3 个，容易造成顾客排队时间过长且收银员服务强度过大的问题。上述数据为下面超市排队服务公式的计算提供了数据依据。

6.2.2超市收银员的服务时间

为了研究收银员的服务时间所满足的概率分布规律，我们随机抽取了 200 位顾客，针对他们在收银台结账时接受的服务时长进行了调查，并统计了相关数据整理如下表：

表 6.2 顾客结账时接受的服务时长统计表

服务时长/s	0-12	12-24	24-36	36-48	48-60	60-72	72-84
人数/个	36	34	30	17	17	14	11
服务时长/s	84-96	96-108	108-120	120-132	132-148	148-160	160-
人数/个	12	10	7	5	3	3	1

根据表 6.2 的原始数据，我们可以计算出收银员服务顾客的平均服务时间为 75 秒。从表中的数据我们可以看出，收银员的服务时间主要还是集中在 0-36s

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

https://d.book118.com/335242141242011211