

福建省仙游一中 2025 届高三适应性调研考试数学试题

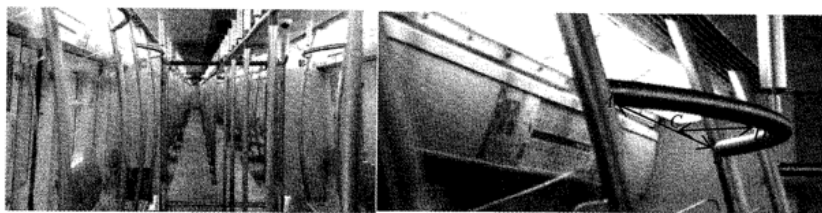
注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos \omega x (\omega > 0)$ 在 $[0, \pi]$ 上的值域为 $\left[\frac{3}{2}, \sqrt{3}\right]$, 则实数 ω 的取值范围为 ()
A. $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right]$ B. $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$ C. $\left[\frac{1}{6}, +\infty\right)$ D. $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right]$
2. 关于圆周率 π , 数学发展史上出现过许多很有创意的求法, 如著名的蒲丰实验和查理斯实验。受其启发, 我们也可以通过设计下面的实验来估计 π 的值: 先请全校 m 名同学每人随机写下一个都小于 1 的正实数对 (x, y) ; 再统计两数能与 1 构成钝角三角形三边的数对 (x, y) 的个数 a ; 最后再根据统计数 a 估计 π 的值, 那么可以估计 π 的值约为 ()
A. $\frac{4a}{m}$ B. $\frac{a+2}{m}$ C. $\frac{a+2m}{m}$ D. $\frac{4a+2m}{m}$
3. 用数学归纳法证明 $1 + 2 + 3 + \cdots + n^2 = \frac{n^4 + n^2}{2}$, 则当 $n = k + 1$ 时, 左端应在 $n = k$ 的基础上加上 ()
A. $k^2 + 1$ B. $(k + 1)^2$
C. $(k^2 + 1) + (k^2 + 2) + \cdots + (k + 1)^2$ D. $\frac{(k + 1)^4 + (k + 1)^2}{2}$
4. 设 a, b, c 为正数, 则“ $a + b > c$ ”是“ $a^2 + b^2 > c^2$ ”的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不修要条件
5. 已知函数 $f(x) = \frac{e \ln x}{x^2}$, 若关于 x 的方程 $[f(x)]^2 - mf(x) + \frac{1}{8} = 0$ 有 4 个不同的实数根, 则实数 m 的取值范围为 ()
A. $(0, \frac{3}{4})$ B. $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ C. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3}{4})$ D. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$
6. 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1\}$, $B = \{x | x^2 \leq a^2, a \in N^*\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的最小值为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 在很多地铁的车厢里，顶部的扶手是一根漂亮的弯管，如下图所示。将弯管形状近似地看成是圆弧，已知弯管向外的最大突出(图中 CD)有 15cm ，跨接了6个坐位的宽度(AB)，每个座位宽度为 43cm ，估计弯管的长度，下面的结果中最接近真实值的是()



- A. 250cm B. 260cm C. 295cm D. 305cm

8. 已知 $p: \exists x_0 > 1, \log_{\frac{1}{2}} x_0 > \frac{1}{2}$; $q: \forall x \in R, e^x > x$ ，则下列说法中正确的是()

- A. $p \vee q$ 是假命题 B. $p \wedge q$ 是真命题
C. $p \vee (\neg q)$ 是真命题 D. $p \wedge (\neg q)$ 是假命题

9. 已知复数 z 满足 $(1+2i)z = 4+3i$ ，则 z 的共轭复数是()

- A. $2-i$ B. $2+i$ C. $1+2i$ D. $1-2i$

10. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 E, F ，以 OF (O 为坐标原点) 为直径的圆 C 交双曲线于 A, B 两点，若直线 AE 与圆 C 相切，则该双曲线的离心率为()

- A. $\frac{\sqrt{2}+3\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

11. 已知函数 $f(x) = e^{\frac{x}{2}-1}$ ， $g(x) = \ln \frac{x}{2} + 1$ ，若 $f(m) = g(n)$ 成立，则 $n-m$ 的最小值为()

- A. 0 B. 4 C. $3e - \frac{1}{2}$ D. $\frac{5+\ln 6}{2}$

12. 设 a, b, c 为非零实数，且 $a > c, b > c$ ，则()

- A. $a+b > c$ B. $ab > c^2$ C. $\frac{a+b}{2} > c$ D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{2}{c}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 若 x, y 满足 $\begin{cases} x \leq 2 \\ y \geq 2x \\ x+y \geq 3 \end{cases}$ ，则 $x+2y$ 的最小值为_____.

14. 已知函数 $f(x) = ae^x + x^2 - 8x$ 的图象在 $(0, f(0))$ 处的切线斜率为 -4 ，则 $a =$ _____.

15. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，其图象关于直线 $x=1$ 对称，当 $x \in (0, 1]$ 时， $f(x) = -e^{ax}$ (其中 e

是自然对数的底数，若 $f(2020 - \ln 2) = 8$ ，则实数 a 的值为_____.

16. 已知正数 a, b 满足 $a+b=1$ ，则 $\frac{b}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值等于_____，此时 $a=_____$.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知 2 件次品和 3 件正品混放在一起，现需要通过检测将其区分，每次随机检测一件产品，检测后不放回，直到检测出 2 件次品或者检测出 3 件正品时检测结束.

(1) 求第一次检测出的是次品且第二次检测出的是正品的概率；

(2) 已知每检测一件产品需要费用 100 元，设 X 表示直到检测出 2 件次品或者检测出 3 件正品时所需要的检测费用 (单位：元)，求 X 的分布列.

18. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中， M 为直线 $y = x - 2$ 上动点，过点作 M 抛物线 $C: x^2 = y$ 的两条切线 MA ， MB ，切点分别为 A, B ， N 为 AB 的中点.

(1) 证明: $MN \perp x$ 轴；

(2) 直线 AB 是否恒过定点?若是，求出这个定点的坐标；若不是，请说明理由.

19. (12 分) 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，向量 $\vec{m} = (1, 2)$ ， $\vec{n} = \left(\cos 2A, \cos^2 \frac{A}{2} \right)$ ，且 $\vec{m} \cdot \vec{n} = 1$.

(1) 求角 A 的大小；

(2) 若 $b + c = 2a = 2\sqrt{3}$ ，求 $\sin\left(B - \frac{\pi}{4}\right)$ 的值

20. (12 分) 在极坐标系 Ox 中，曲线 C 的极坐标方程为 $\frac{\rho^2}{\sqrt{2} - \rho \sin \theta} = \sqrt{2} + \rho \sin \theta$ ，直线 l 的极坐标方程为

$\rho(\cos \theta - \sin \theta) = 1$ ，设 l 与 C 交于 A, B 两点， AB 中点为 M ， AB 的垂直平分线交 C 于 E, F . 以 O 为坐标原点，极轴为 x 轴的正半轴建立直角坐标系 xOy .

(1) 求 C 的直角坐标方程与点 M 的直角坐标；

(2) 求证: $|MA| \cdot |MB| = |ME| \cdot |MF|$.

21. (12 分) 已知椭圆: $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的四个顶点围成的四边形的面积为 $2\sqrt{15}$ ，原点到直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 的距离为 $\frac{\sqrt{30}}{4}$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/335320222201012123>