

青海省玉树市 2024 年高考冲刺模拟数学试题

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 2019 年 10 月 1 日, 为了庆祝中华人民共和国成立 70 周年, 小明、小红、小金三人以国庆为主题各自独立完成一幅十字绣赠送给当地的村委会, 这三幅十字绣分别命名为“鸿福齐天”、“国富民强”、“兴国之路”, 为了弄清“国富民强”这一作品是谁制作的, 村支书对三人进行了问话, 得到回复如下:

小明说: “鸿福齐天”是我制作的;

小红说: “国富民强”不是小明制作的, 就是我制作的;

小金说: “兴国之路”不是我制作的,

若三人的说法有且仅有一人是正确的, 则“鸿福齐天”的制作者是 ()

- A. 小明 B. 小红 C. 小金 D. 小金或小明

2. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{|x|}$, 关于 x 的方程 $f^2(x) + (m+1)f(x) + m+4 = 0 (m \in \mathbf{R})$ 有四个相异的实数根, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $\left(-4, -e - \frac{4}{e+1}\right)$ B. $(-4, -3)$ C. $\left(-e - \frac{4}{e+1}, -3\right)$ D. $\left(-e - \frac{4}{e+1}, -\infty\right)$

3. 已知不等式组 $\begin{cases} y \leq x \\ y \geq -x \\ x \leq a \end{cases}$ 表示的平面区域 S 的面积为 9, 若点 $P(x, y) \in S$, 则 $z = 2x + y$ 的最大值为 ()

- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12

4. 在 $(1-x)^5 + (1-x)^6 + (1-x)^7 + (1-x)^8$ 的展开式中, 含 x^3 的项的系数是 ()

- A. 74 B. 121 C. -74 D. -121

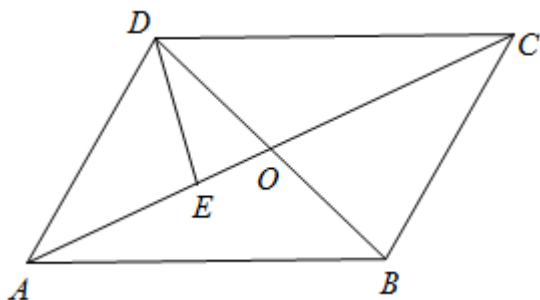
5. 设平面 α 与平面 β 相交于直线 m , 直线 a 在平面 α 内, 直线 b 在平面 β 内, 且 $b \perp m$ 则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $a \perp b$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 即不充分不必要条件

6. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 虚轴的两个端点分别为 B_1, B_2 , 若四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 的内切圆面积为 18π , 则双曲线焦距的最小值为 ()

- A. 8 B. 16 C. $6\sqrt{2}$ D. $12\sqrt{2}$

7. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , 且 $\vec{AE} = 2\vec{EO}$, 则 $\vec{ED} =$ ()



- A. $\frac{1}{3}\vec{AD} - \frac{2}{3}\vec{AB}$ B. $\frac{2}{3}\vec{AD} + \frac{1}{3}\vec{AB}$
C. $\frac{2}{3}\vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB}$ D. $\frac{1}{3}\vec{AD} + \frac{2}{3}\vec{AB}$

8. 直线 $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0$ 经过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点 F , 交椭圆于 M, N 两点, 交 y 轴于 P 点, 若 $\vec{PM} = 2\vec{PN}$, 则

则该椭圆的离心率是 ()

- A. $\sqrt{3} - 1$ B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ C. $2\sqrt{2} - 2$ D. $\sqrt{2} - 1$

9. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $\vec{a} = (1, -2), \vec{b} = (-3, t)$, 且 $\vec{a} \perp (\vec{a} + \vec{b})$, 则 $|\vec{b}| =$ ()

- A. 3 B. $\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 5

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-2)x, & x \geq 2 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1, & x < 2 \end{cases}$, 满足对任意的实数 $x_1 \neq x_2$, 都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 成立, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(1, +\infty)$ B. $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right]$ C. $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right)$ D. $\left(\frac{13}{8}, +\infty\right)$

11. 已知四棱锥 $S-ABCD$ 的底面为矩形, $SA \perp$ 底面 $ABCD$, 点 E 在线段 BC 上, 以 AD 为直径的圆过点 E . 若 $SA = \sqrt{3}AB = 3$, 则 $\triangle SED$ 的面积的最小值为 ()

- A. 9 B. 7 C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{7}{2}$

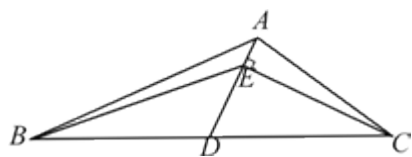
12. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一个焦点为 $F(c, 0)$ ($c > 0$), 且离心率等于 $\sqrt{5}$, 若该双曲线的一条渐近线被圆 $x^2 + y^2 - 2cx = 0$ 截得的弦长为 $2\sqrt{5}$, 则该双曲线的标准方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ B. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{100} = 1$
C. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$ D. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{25} = 1$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知函数 $f(x) = e^x + ax - 1$, 若 $x \geq 0, f(x) \geq 0$ 恒成立, 则 a 的取值范围是_____.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = 3, AC = 2, \angle BAC = 120^\circ$, D 为边 BC 的中点. 若 $CE \perp AD$, 垂足为 E , 则 $\vec{EB} \cdot \vec{EC}$ 的值为_____.



15. 等腰直角三角形 ABC 内有一点 P , $PA = 1, PB = \sqrt{2}, PC = 2, \angle A = 90^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 面积为_____.

16. 在四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ABD$ 与 $\triangle BDC$ 都是边长为 2 的等边三角形, 且平面 $ABD \perp$ 平面 BDC , 则该四面体外接球的体积为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 设数阵 $A_0 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, 其中 $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} \in \{1, 2, \dots, 6\}$. 设 $S = \{e_1, e_2, \dots, e_l\} \subseteq \{1, 2, \dots, 6\}$,

其中 $e_1 < e_2 < \dots < e_l, l \in \mathbb{N}^*$ 且 $l \leq 6$. 定义变换 φ_k 为“对于数阵的每一行, 若其中有 k 或 $-k$, 则将这一行中每个数都乘以 -1 ; 若其中没有 k 且没有 $-k$, 则这一行中所有数均保持不变” ($k = e_1, e_2, \dots, e_l$). $\varphi_S(A_0)$ 表示“将 A_0 经过 φ_{e_1} 变换得到 A_1 , 再将 A_1 经过 φ_{e_2} 变换得到 $A_2, \dots$, 以此类推, 最后将 A_{l-1} 经过 φ_{e_l} 变换得到 A_l ”, 记数阵 A_l 中四个数的和为 $T_S(A_0)$.

(1) 若 $A_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, 写出 A_0 经过 φ_2 变换后得到的数阵 A_1 ;

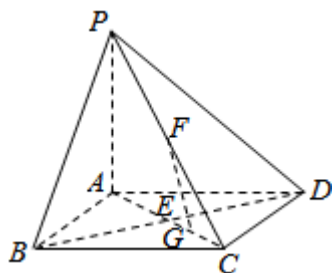
(2) 若 $A_0 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, S = \{1, 3\}$, 求 $T_S(A_0)$ 的值;

(3) 对任意确定的一个数阵 A_0 ，证明： $T_s(A_0)$ 的所有可能取值的和不超过 -4 。

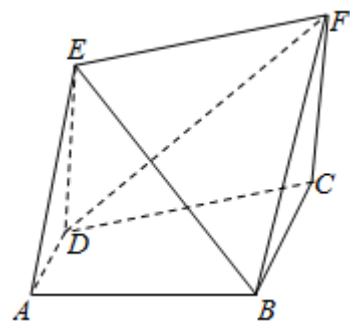
18. (12 分) 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ， BD 交 AC 于点 E ， F 是线段 PC 中点， G 为线段 EC 中点。

(I) 求证： $FG \parallel$ 平面 PBD ；

(II) 求证： $BD \perp FG$ 。



19. (12 分) 如图所示，直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD \perp AB$ ， $AB = BC = 2AD = 2$ ，四边形 $EDCF$ 为矩形， $CF = \sqrt{3}$ ，平面 $EDCF \perp$ 平面 $ABCD$ 。



(1) 求证： $DF \perp$ 平面 ABE ；

(2) 求平面 ABE 与平面 EFB 所成锐二面角的余弦值。

(3) 在线段 DF 上是否存在点 P ，使得直线 BP 与平面 ABE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ，若存在，求出线段 BP 的长，若不存在，请说明理由。

20. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边，并且 $b^2 + c^2 - a^2 = bc$ 。

(1) 已知_____，计算 $\triangle ABC$ 的面积；

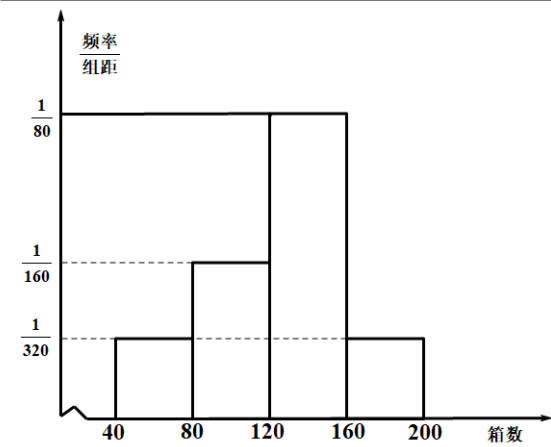
请① $a = \sqrt{7}$ ，② $b = 2$ ，③ $\sin C = 2 \sin B$ 这三个条件中任选两个，将问题 (1) 补充完整，并作答. 注意，只需选择其中的一种情况作答即可，如果选择多种情况作答，以第一种情况的解答计分。

(2) 求 $\cos B + \cos C$ 的最大值。

21. (12 分) 近几年一种新奇水果深受广大消费者的喜爱，一位农户发挥聪明才智，把这种露天种植的新奇水果搬到了大棚里，收到了很好的经济效益。根据资料显示，产出的新奇水果的箱数 x (单位：十箱) 与成本 y

(单位: 千元) 的关系如下:

x	1	3	4	1	2
y	5	1.5	2	2.5	8



y 与 x 可用回归方程 $\hat{y} = \hat{b} \lg x + \hat{a}$ (其中 $\hat{a}, \hat{b}$ 为常数) 进行模拟.

(I) 若该农户产出的该新奇水果的价格为 150 元/箱, 试预测该新奇水果 100 箱的利润是多少元. |.

(II) 据统计, 10 月份的连续 11 天中该农户每天为甲地配送的该新奇水果的箱数的频率分布直方图如图所示.

(i) 若从箱数在 $[40, 120)$ 内的天数中随机抽取 2 天, 估计恰有 1 天的水果箱数在 $[80, 120)$ 内的概率;

(ii) 求这 11 天该农户每天为甲地配送的该新奇水果的箱数的平均值. (每组用该组区间的中点值作代表)

参考数据与公式: 设 $t = \lg x$, 则

$\bar{t}$	$\bar{y}$	$\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2$
0.54	1.8	1.53	0.45

线性回归直线 $\hat{y} = \hat{b} \lg x + \hat{a}$ 中, $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{t}$.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = \ln x + \lambda \left(\frac{1}{x} - x \right)$ ($\lambda \in \mathbf{R}$).

(1) 当 $x > 1$ 时, 不等式 $f(x) < 0$ 恒成立, 求 λ 的最小值;

(2) 设数列 $a_n = \frac{1}{n}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 其前 n 项和为 S_n , 证明: $S_{2n} - S_n + \frac{a_n}{4} > \ln 2$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

将三个人制作的所有情况列举出来，再一一论证。

【详解】

依题意，三个人制作的所有情况如下所示：

	1	2	3	4	5	6
鸿福齐天	小明	小明	小红	小红	小金	小金
国富民强	小红	小金	小金	小明	小红	小明
兴国之路	小金	小红	小明	小金	小明	小红

若小明的说法正确，则均不满足；若小红的说法正确，则 4 满足；若小金的说法正确，则 3 满足。故“鸿福齐天”的制作者是小红，

故选：B.

【点睛】

本题考查推理与证明，还考查推理论证能力以及分类讨论思想，属于基础题。

2、A

【解析】

$$f(x) = \frac{e^x}{|x|} = \begin{cases} \frac{e^x}{x}, & x > 0 \\ -\frac{e^x}{x}, & x < 0 \end{cases}, \text{当 } x > 0 \text{ 时 } f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2} = 0, x=1, x \in (0,1) \text{ 时, } f(x) \text{ 单调递减, } x \in (1, +\infty) \text{ 时,}$$

$f(x)$ 单调递增, 且当 $x \in (0,1)$ 时, $f(x) \in (e, +\infty)$, 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f(x) \in (e, +\infty)$, 当 $x < 0$ 时,

$$f'(x) = -\frac{e^x(x-1)}{x^2} > 0 \text{ 恒成立, } x \in (-\infty, 0) \text{ 时, } f(x) \text{ 单调递增且 } f(x) \in (0, +\infty), \text{ 方程}$$

$f^2(x) + (m+1)f(x) + m+4 = 0 (m \in \mathbf{R})$ 有四个相异的实数根. 令 $f(x) = t, t^2 + (m+1)t + m+4 = 0$ 则

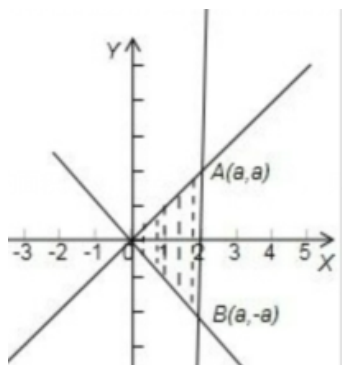
$$0 < t_1 < e, t_2 > e, \therefore e^2 + (m+1)e + m + 4 < 0, \text{ 且 } 0^2 + (m+1)0 + m + 4 > 0, \text{ 即 } m \in \left(-4, -e - \frac{4}{e+1}\right).$$

3、C

【解析】

分析：先画出满足约束条件对应的平面区域，利用平面区域的面积为9求出 $a=3$ ，然后分析平面区域多边形的各个顶点，即求出边界线的交点坐标，代入目标函数求得最大值。

详解：作出不等式组对应的平面区域如图所示：



则 $A(a,a), B(a,-a)$ ，所以平面区域的面积 $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = 9$ ，

解得 $a=3$ ，此时 $A(3,3), B(3,-3)$ ，

由图可得当 $z=2x+y$ 过点 $A(3,3)$ 时， $z=2x+y$ 取得最大值9，故选C。

点睛：该题考查的是有关线性规划的问题，在求解的过程中，首先需要正确画出约束条件对应的可行域，之后根据目标函数的形式，判断 z 的几何意义，之后画出一条直线，上下平移，判断哪个点是最优解，从而联立方程组，求得最优解的坐标，代入求值，要明确目标函数的形式大体上有三种：斜率型、截距型、距离型；根据不同的形式，应用相应的方法求解。

4、D

【解析】

根据 $(1-x)^5 + (1-x)^6 + (1-x)^7 + (1-x)^8$ ，利用通项公式得到含 x^3 的项为： $(C_5^3 + C_6^3 + C_7^3 + C_8^3)(-x)^3$ ，进而得到其系数，

【详解】

因为在 $(1-x)^5 + (1-x)^6 + (1-x)^7 + (1-x)^8$ ，

所以含 x^3 的项为： $(C_5^3 + C_6^3 + C_7^3 + C_8^3)(-x)^3$ ，

所以含 x^3 的项的系数是 $-(C_5^3 + C_6^3 + C_7^3 + C_8^3)$ ，

$$= -(10 + 20 + 35 + 56) = -121,$$

故选：D

【点睛】

本题主要考查二项展开式及通项公式和项的系数，还考查了运算求解的能力，属于基础题，

5、A

【解析】

试题分析： $\alpha \perp \beta$ ， $b \perp m \Rightarrow b \perp \alpha$ ，又直线 a 在平面 α 内，所以 $a \perp b$ ，但直线 a, m 不一定相交，所以“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $a \perp b$ ”的充分不必要条件，故选 A.

考点：充分条件、必要条件.

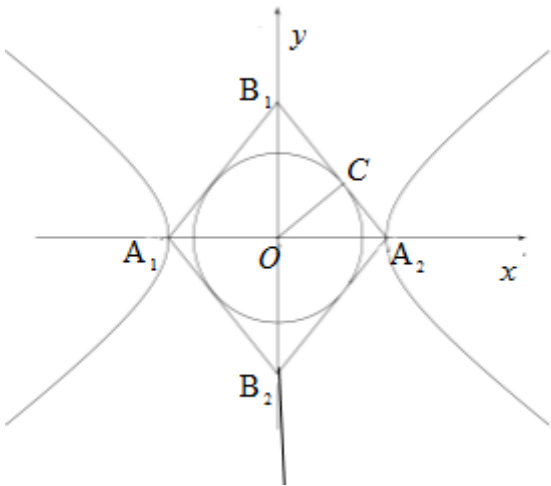
6、D

【解析】

根据题意画出几何关系，由四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 的内切圆面积求得半径，结合四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 面积关系求得 c 与 ab 等量关系，再根据基本不等式求得 c 的取值范围，即可确定双曲线焦距的最小值.

【详解】

根据题意，画出几何关系如下图所示：



设四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 的内切圆半径为 r ，双曲线半焦距为 c ，

$$\text{则 } |OA_2| = a, |OB_1| = b,$$

$$\text{所以 } |A_2B_1| = \sqrt{a^2 + b^2} = c,$$

四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 的内切圆面积为 18π ，

$$\text{则 } 18\pi = \pi r^2, \text{ 解得 } |OC| = r = 3\sqrt{2},$$

$$\text{则 } S_{\text{四边形}A_1B_1A_2B_2} = \frac{1}{2} \cdot |A_1A_2| \cdot |B_1B_2| = 4 \times \frac{1}{2} \cdot |A_2B_1| \cdot |OC|,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2b = 4 \times \frac{1}{2} \cdot c \cdot 3\sqrt{2}$$

$$\text{故由基本不等式可得 } c = \frac{ab}{3\sqrt{2}} \leq \frac{\frac{a^2+b^2}{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{c^2}{6\sqrt{2}}, \text{ 即 } c \geq 6\sqrt{2},$$

当且仅当 $a = b$ 时等号成立.

故焦距的最小值为 $12\sqrt{2}$.

故选: D

【点睛】

本题考查了双曲线的定义及其性质的简单应用, 圆锥曲线与基本不等式综合应用, 属于中档题.

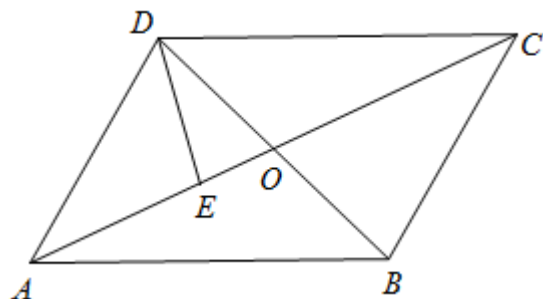
7、C

【解析】

画出图形, 以 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ 为基底将向量 $\overrightarrow{ED}$ 进行分解后可得结果.

【详解】

画出图形, 如下图.



选取 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ 为基底, 则 $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$,

$$\therefore \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} - \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.$$

故选 C.

【点睛】

应用平面向量基本定理应注意的问题

(1) 只要两个向量不共线, 就可以作为平面的一组基底, 基底可以有无穷多组, 在解决具体问题时, 合理选择基底会给解题带来方便.

(2) 利用已知向量表示未知向量, 实质就是利用平行四边形法则或三角形法则进行向量的加减运算或数乘运算.

8、A

【解析】

由直线 $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0$ 过椭圆的左焦点 F ，得到左焦点为 $F(-\sqrt{3}, 0)$ ，且 $a^2 - b^2 = 3$ ，

再由 $\overrightarrow{PF} = 2\overrightarrow{PO}$ ，求得 $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ，代入椭圆的方程，求得 $a^2 = \frac{3\sqrt{3}+6}{2}$ ，进而利用椭圆的离心率的计算公式，即可求解.

【详解】

由题意，直线 $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0$ 经过椭圆的左焦点 F ，令 $y = 0$ ，解得 $x = -\sqrt{3}$ ，

所以 $c = \sqrt{3}$ ，即椭圆的左焦点为 $F(-\sqrt{3}, 0)$ ，且 $a^2 - b^2 = 3$ ①

直线交 y 轴于 $P(0, 1)$ ，所以， $|PF| = \sqrt{3}$ ， $|OF| = 1$ ， $|OP| = 2$ ，

因为 $\overrightarrow{PF} = 2\overrightarrow{PO}$ ，所以 $|PF| = 3$ ，所以 $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ，

又由点 P 在椭圆上，得 $\frac{3}{a^2} + \frac{9}{b^2} = 4$ ②

由 ①②，可得 $4a^2 - 24a^2 + 9 = 0$ ，解得 $a^2 = \frac{3\sqrt{3}+6}{2}$ ，

所以 $a^2 = \frac{b^2}{3} = \frac{6}{3\sqrt{3}+6} = 4 - 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} - 1)^2$ ，

所以椭圆的离心率为 $e = \sqrt{3} - 1$.

故选 A.

【点睛】

本题考查了椭圆的几何性质——离心率的求解，其中求椭圆的离心率(或范围)，常见有两种方法：①求出 a, b ，代入公式 $e = \frac{c}{a}$ ；②只需要根据一个条件得到关于 a, b, c 的齐次式，转化为 a, b 的齐次式，然后转化为关于 e 的方程，即可得 e 的值(范围).

9、B

【解析】

先求出 $\vec{a} + \vec{b}$ ，再利用 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0$ 求出 t ，再求 $|\vec{b}|$.

【详解】

解： $\vec{a} + \vec{b} = (1, -2) + (-3, t) = (-2, t - 2)$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/336051154101010142>