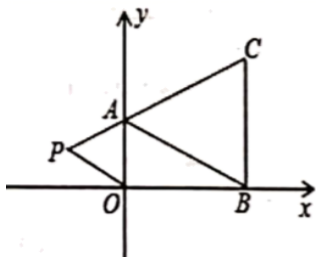


一、解答题

1. 如图，在下面直角坐标系中，已知 $A(0, a)$, $B(b, 0)$, $C(b, c)$ 三点，其中 a, b, c 满足关系式 $|a-2| + \sqrt{b-3} + (c-4)^2 = 0$.



(1) 求 a, b, c 的值;

(2) 如果在第二象限内有一点 $P\left(m, \frac{1}{2}\right)$, 请用含 m 的式子表示四边形 $ABOP$ 的面积;

(3) 在 (2) 的条件下，是否存在点 P , 使四边形 $ABOP$ 的面积与三角形 ABC 的面积相等? 若存在，求出点 P 的坐标，若不存在，请说明理由.

2. 如图1，点 E 在直线 AB, DC 之间，且 $\angle DEB + \angle ABE - \angle CDE = 180^\circ$.

(1) 求证: $AB \parallel DC$;

(2) 若点 F 是直线 BA 上的一点，且 $\angle BEF = \angle BFE$, EG 平分 $\angle DEB$ 交直线 AB 于点 G , 若 $\angle D = 20^\circ$, 求 $\angle FEG$ 的度数;

(3) 如图3，点 N 是直线 AB, DC 外一点，且满足 $\angle CDM = \frac{1}{4}\angle CDE$, $\angle ABN = \frac{1}{4}\angle ABE$, ND 与 BE 交于点 M . 已知 $\angle CDM = \alpha (0^\circ < \alpha < 12^\circ)$, 且 $BN \parallel DE$, 则 $\angle NMB$ 的度数为 _____ (请直接写出答案，用含 α 的式子表示).

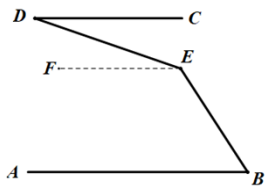


图1

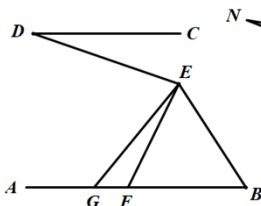


图2

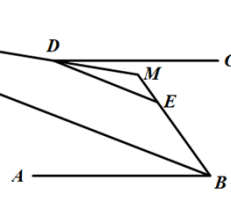


图3

3. 已知 $AB \parallel CD$.

(1) 如图1， E 为 AB, CD 之间一点，连接 BE, DE , 得到 $\angle BED$. 求证: $\angle BED = \angle B + \angle D$;

(2) 如图，连接 AD, BC , BF 平分 $\angle ABC$, DF 平分 $\angle ADC$, 且 BF, DF 所在的直线交于点 F .

① 如图2，当点 B 在点 A 的左侧时，若 $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$, 求 $\angle BFD$ 的度数.

② 如图3，当点 B 在点 A 的右侧时，设 $\angle ABC = \alpha$, $\angle ADC = \beta$, 请你求出 $\angle BFD$ 的度数. (用含有 α, β 的式子表示)

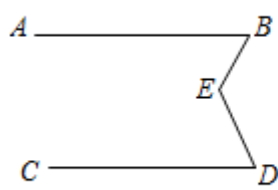


图1

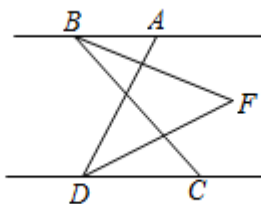


图2

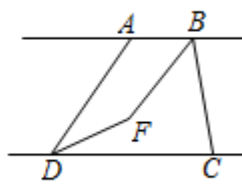


图3

4. 如图1, 已知直线 $m \parallel n$, AB

是一个平面镜, 光线从直线 m 上的点 O 射出, 在平面镜 AB 上经点 P 反射后, 到达直线 n 上的点 Q . 我们称 OP 为入射光线, PQ 为反射光线, 镜面反射有如下性质: 入射光线与平面镜的夹角等于反射光线与平面镜的夹角, 即 $\angle OPA = \angle QPB$.

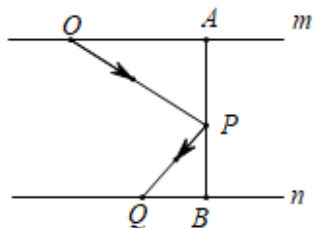


图1

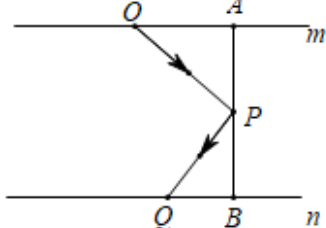


图2

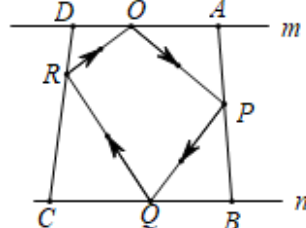


图3

(1) 如图1, 若 $\angle OPQ = 82^\circ$, 求 $\angle OPA$ 的度数;

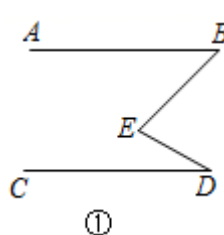
(2) 如图2, 若 $\angle AOP = 43^\circ$, $\angle BQP = 49^\circ$, 求 $\angle OPA$ 的度数;

(3) 如图3, 再放置3块平面镜, 其中两块平面镜在直线 m 和 n 上, 另一块在两直线之间, 四块平面镜构成四边形 $ABCD$, 光线从点 O 以适当的角度射出后, 其传播路径为 $O \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow O \rightarrow P \rightarrow \dots$ 试判断 $\angle OPQ$ 和 $\angle ORQ$ 的数量关系, 并说明理由.

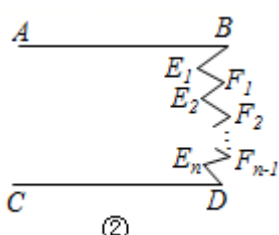
5. (1) 如图①, 若 $\angle B + \angle D = \angle E$, 则直线 AB 与 CD 有什么位置关系? 请证明 (不需要注明理由).

(2) 如图②中, $AB \parallel CD$, 又能得出什么结论? 请直接写出结论_____.

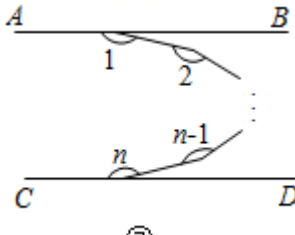
(3) 如图③, 已知 $AB \parallel CD$, 则 $\angle 1 + \angle 2 + \dots + \angle n-1 + \angle n$ 的度数为_____.



①



②



③

6. 已知, $AE \parallel BD$, $\angle A = \angle D$.

(1) 如图1, 求证: $AB \parallel CD$;

(2) 如图2, 作 $\angle BAE$ 的平分线交 CD 于点 F , 点 G 为 AB 上一点, 连接 FG , 若 $\angle CFG$ 的平分线交线段 AG 于点 H , 连接 AC , 若 $\angle ACE = \angle BAC + \angle BGM$, 过点 H 作 $HM \perp FH$ 交 FG 的延长线于点 M , 且 $3\angle E - 5\angle AFH = 18^\circ$, 求 $\angle EAF + \angle GMH$ 的度数.

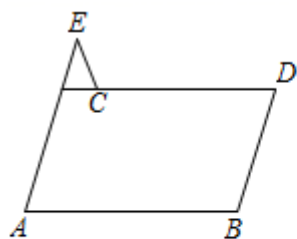


图1

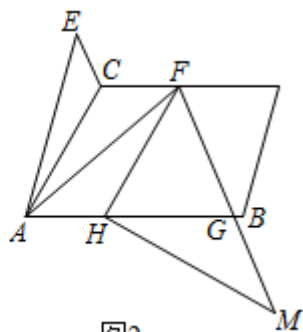


图2

7. 探究与应用:

观察下列各式:

$$1+3=\underline{\hspace{1cm}}^2$$

$$1+3+5=\underline{\hspace{1cm}}^2$$

$$1+3+5+7=\underline{\hspace{1cm}}^2$$

$$1+3+5+7+9=\underline{\hspace{1cm}}^2$$

.....

问题: (1) 在横线上填上适当的数;

(2) 写出一个能反映此计算一般规律的式子;

(3) 根据规律计算: $(-1) + (-3) + (-5) + (-7) + \dots + (-2019)$. (结果用科学记数法表示)

8. (阅读材料)

数学家华罗庚在一次出国访问途中, 看到飞机上邻座的乘客阅读的杂志上有一道智力题: 求59319的立方根. 华罗庚脱口而出: “39”. 邻座的乘客十分惊奇, 忙问其中计算的奥妙. 你知道怎样迅速准确的计算出结果吗? 请你按下面的步骤试一试:

第一步: $\because \sqrt[3]{1000} = 10$, $\sqrt[3]{1000000} = 100$, $1000 < 59319 < 1000000$,

$$\therefore 10 < \sqrt[3]{59319} < 100.$$

$\therefore$ 能确定59319的立方根是个两位数.

第二步: $\because 59319$ 的个位数是9, $9^3 = 729$

$\therefore$ 能确定59319的立方根的个位数是9.

第三步: 如果划去59319后面的三位319得到数59,

$$\text{而 } \sqrt[3]{27} < \sqrt[3]{59} < \sqrt[3]{64}, \text{ 则 } 3 < \sqrt[3]{59} < 4, \text{ 可得 } 30 < \sqrt[3]{59319} < 40,$$

由此能确定59319的立方根的十位数是3, 因此59319的立方根是39.

(解答问题)

根据上面材料, 解答下面的问题

(1) 求110592的立方根, 写出步骤.

(2) 填空: $\sqrt[3]{21952} = \underline{\hspace{1cm}}$.

9. 我们知道, 任意一个正整数 n 都可以进行这样的分解: $n = p \times q$ (p, q 是正整数, 且 $p \leq q$), 在 n 的所有这种分解中, 如果 p, q 两因数之差的绝对值最小, 我们就称 $p \times q$ 是 n 的

完美分解. 并规定: $F(n) = \frac{p}{q}$.

例如18可以分解成 1×18 , 2×9 或 3×6 , 因为 $18-1 > 9-2 > 6-3$, 所以 3×6 是18的完美分解,

$$\text{所以 } F(18) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

(1) $F(13) = \underline{\hspace{1cm}}$, $F(24) = \underline{\hspace{1cm}}$;

(2) 如果一个两位正整数 t , 其个位数字是 a , 十位数字为 $b-1$, 交换其个位上的数与十位上的数得到的新数减去原来的两位正整数所得的差为36, 那么我们称这个数为“和谐数”, 求所有“和谐数”;

(3) 在(2)所得“和谐数”中, 求 $F(t)$ 的最大值.

10. 对非负实数 x “四舍五入”到各位的值记为 $\langle x \rangle$. 即: 当 n 为非负整数时, 如果 $n - \frac{1}{2} \leq x <$

$$n + \frac{1}{2}, \text{ 则 } \langle x \rangle = n; \text{ 反之, 当 } n \text{ 为非负整数时, 如果 } \langle x \rangle = n, \text{ 则 } n - \frac{1}{2} \leq x < n + \frac{1}{2}.$$

例如: $\langle 0 \rangle = \langle 0.48 \rangle = 0$, $\langle 0.64 \rangle = \langle 1.49 \rangle = 1$, $\langle 3.5 \rangle = \langle 4.12 \rangle = 4$.

(1) 计算: $\langle 1.87 \rangle = \underline{\hspace{1cm}}$; $\langle \pi \rangle = \underline{\hspace{1cm}}$;

(2) ①求满足 $\langle x-1 \rangle = 2$ 的实数 x 的取值范围,

②求满足 $\langle x \rangle = \frac{4}{3}x$ 的所有非负实数 x 的值;

(3) 若关于 x 的方程 $\frac{1 - \langle a \rangle x}{2} + x - 2 = -\frac{1}{2}$ 有正整数解, 求非负实数 a 的取值范围.

11. 阅读下列材料: 小明为了计算 $1+2+2^2+\dots+2^{2019}+2^{2020}$ 的值, 采用以下方法:

$$\text{设 } s = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2019} + 2^{2020} \quad \text{①}$$

$$\text{则 } 2s = 2 + 2^2 + \dots + 2^{2020} + 2^{2021} \quad \text{②}$$

$$\text{②}-\text{①得, } 2s - s = s = 2^{2021} - 1$$

请仿照小明的方法解决以下问题:

(1) $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^9 = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) $3 + 3^2 + \dots + 3^{20} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) 求 $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^n$ 的和 ($a > 1$, n 是正整数, 请写出计算过程).

12. 已知, 在计算: $N + (N+1) + (N+2)$ 的过程中, 如果存在正整数 N , 使得各个数位均不产生进位, 那么称这样的正整数 N 为“本位数”. 例如: 2和30都是“本位数”, 因为 $2+3+4=9$ 没有进位, $30+31+32=93$ 没有进位; 15和91都不是“本位数”, 因为 $15+16+17=48$, 个位产生进位, $91+92+93=276$, 十位产生进位. 则根据上面给出的材料:

(1) 下列数中, 如果是“本位数”请在后面的括号内打“√”, 如果不是“本位数”请在后面的括号内画“×”.

106 (); 111 (); 400 (); 2015 ().

(2) 在所有的四位数中, 最大的“本位数”是 , 最小的“本位数”是 .

(3) 在所有三位数中, “本位数”一共有多少个?

13. 已知A、B两点的坐标分别为 $A(-2,1)$, $B(-4,-1)$, 将线段AB水平向右平移到DC, 连接AD, BC, 得四边形ABCD, 且 $S_{\text{四边形ABCD}} = 12$.

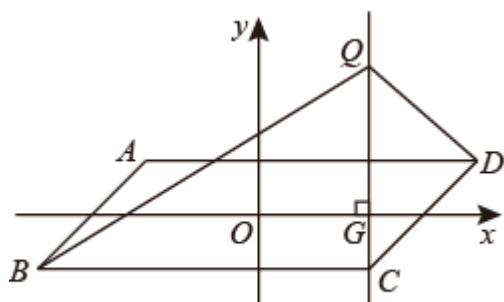


图1

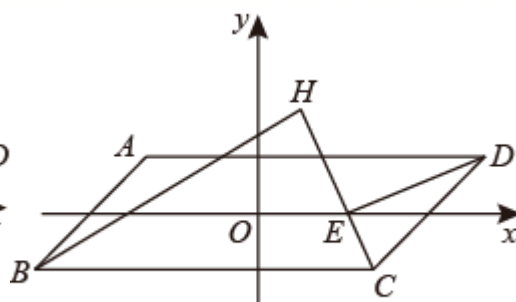


图2

(1) 点C的坐标为____，点D的坐标为____；

(2) 如图1， $CG \perp x$ 轴于G，CG上有一动点Q，连接BQ、DQ，求BQ+DQ最小时Q点位置及其坐标，并说明理由；

(3) 如图2，E为x轴上一点，若DE平分 $\angle ADC$ ，且 $DE \perp HC$ 于E， $\angle ABH = \frac{1}{4} \angle ABC$ ，求 $\angle BHC$ 与 $\angle A$ 之间的数量关系。

14. 综合与实践课上，同学们以“一个直角三角形和两条平行线”为背景开展数学活动，如图，已知两直线a,b，且 $a \parallel b$ ， $\triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle BCA = 90^\circ$ ，操作发现：

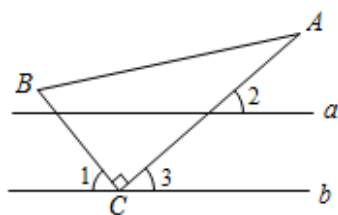


图1

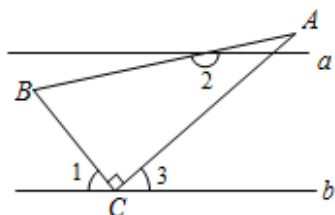


图2

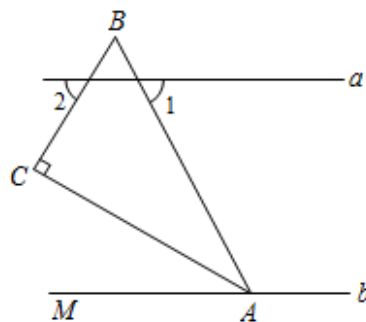


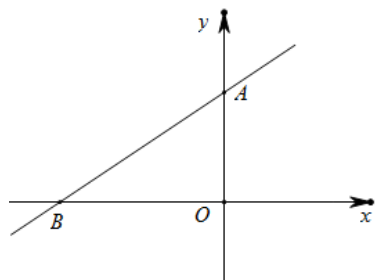
图3

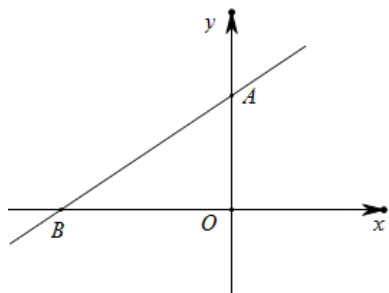
(1) 如图1. 若 $\angle 1 = 48^\circ$ ，求 $\angle 2$ 的度数；

(2) 如图2，若 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle 1$ 的度数不确定，同学们把直线a向上平移，并把 $\angle 2$ 的位置改变，发现 $\angle 2 - \angle 1 = 120^\circ$ ，请说明理由。

(3) 如图3，若 $\angle A = 30^\circ$ ，AC平分 $\angle BAM$ ，此时发现 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 又存在新的数量关系，请写出 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的数量关系并说明理由。

15. 如图，已知 $A(0, a)$ ， $B(b, 0)$ ，且满足 $|a-4| + \sqrt{b+6} = 0$ 。





(1) 求 A 、 B 两点的坐标；

(2) 点 $C(m, n)$ 在线段 AB 上， m 、 n 满足 $n - m = 5$ ，点 D 在 y 轴负半轴上，连 CD 交 x 轴的负半轴于点 M ，且 $S_{\triangle MBC} = S_{\triangle MOD}$ ，求点 D 的坐标；

(3) 平移直线 AB ，交 x 轴正半轴于 E ，交 y 轴于 F ， P 为直线 EF 上第三象限内的点，过 P 作 $PG \perp x$ 轴于 G ，若 $A_{\triangle PAB} = 20$ ，且 $GE = 12$ ，求点 P 的坐标.

16. 某电器超市销售每台进价分别为200元、170元的A、B两种型号的电风扇，下表是近两周的销售情况：

(进价、售价均保持不变，利润 = 销售收入 - 进货成本)

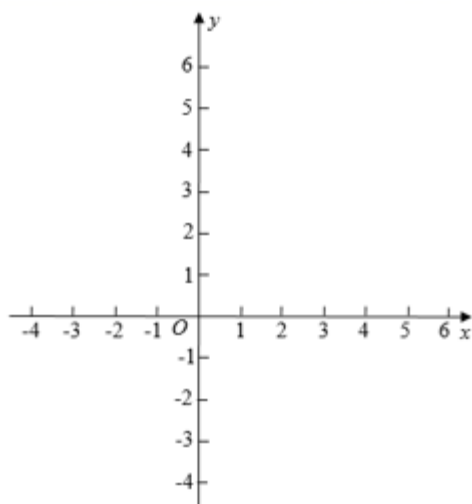
(1) 求A、B两种型号的电风扇的销售单价；

销售时段	销售数量		销售收入
	A 种型号	B 种型号	
第一周	3 台	5 台	1800
第二周	4 台	10 台	3100

(2) 若超市准备用不多于5400元的金额再采购这两种型号的电风扇共30台，求A种型号的电风扇最多能采购多少台？

(3) 在(2)的条件下，超市销售完这30台电风扇能否实现利润为1400元的目标？若能，请给出相应的采购方案；若不能，请说明理由.

17. 在平面直角坐标系 xOy 中描出下列两组点，分别将每组里的点用线段依次连接起来.



第一组： $A(-3, 3)$ 、 $C(4, 3)$ ；

第二组： $D(-2, -1)$ 、 $E(2, -1)$.

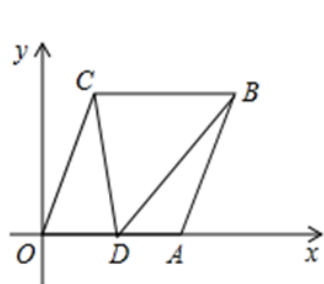
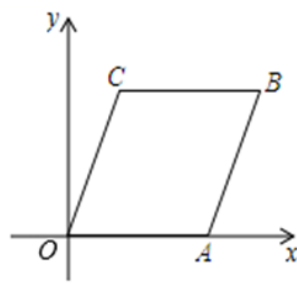
(1) 线段 AC 与线段 DE 的位置关系是；

(2) 在(1)的条件下, 线段 AC 、 DE 分别与 y 轴交于点 B 、 F . 若点 M 为射线 OB 上一动点 (不与点 O 、 B 重合).

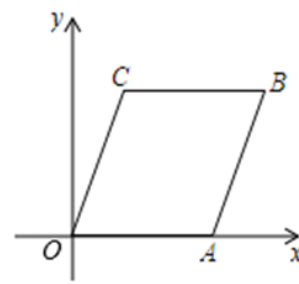
① 当点 M 在线段 OB 上运动时, 连接 AM 、 DM , 补全图形, 用等式表示 $\angle CAM$ 、 $\angle AMD$ 、 $\angle MDE$ 之间的数量关系, 并证明.

② 当 $\triangle ACM$ 与 $\triangle DEM$ 面积相等时, 求点 M 的坐标.

18. 如图所示, 在直角坐标系 xOy 中, 已知 $A(6,0)$, $B(8,6)$, 将线段 OA 平移至 CB , 连接 OC 、 AB 、 CD 、 BD , 且 $OC \parallel AB$, 点 D 在 x 轴上移动 (不与点 O 、 A 重合).



备用图1



备用图2

(1) 直接写出点 C 的坐标;

(2) 点 D 在运动过程中, 是否存在 $\triangle ODC$ 的面积是 $\triangle ABD$ 的面积 3 倍, 如果存在请求出点 D 的坐标, 如果不存在请说明理由;

(3) 点 D 在运动过程中, 请写出 $\angle OCD$ 、 $\angle ABD$ 、 $\angle BDC$ 三者之间存在怎样的数量关系, 并说明理由.

19. (阅读感悟)

一些关于方程组的问题, 若求的结果不是每一个未知数的值, 而是关于未知数的式子的值, 如以下问题: 已知实数 x , y 满足 $3x - y = 5$ ①, $2x + 3y = 7$ ②, 求 $x - 4y$ 和 $7x + 5y$ 的值.

本题的常规思路是将①②两式联立组成方程组, 解得 x , y 的值再代入欲求值的式子得到答案, 常规思路运算量比较大. 其实, 仔细观察两个方程未知数的系数之间的关系, 本题还可以通过适当变形整体求得式子的值, 如由①-②可得 $x - 4y = -2$, 由①+② $\times 2$ 可得 $7x + 5y = 19$. 这样的解题思想就是通常所说的“整体思想”.

(解决问题)

(1) 已知二元一次方程组 $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x + 3y = 12 \end{cases}$, 则 $x - y = \underline{\hspace{1cm}}$, $x + y = \underline{\hspace{1cm}}$.

(2) 某班开展安全教育知识竞赛需购买奖品, 买 5 支铅笔、3 块橡皮、2 本日记本共需 32 元, 买 9 支铅笔、5 块橡皮、3 本日记本共需 58 元, 则购买 20 支铅笔、20 块橡皮、20 本日记本共需多少元?

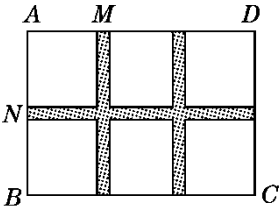
(3) 对于实数 x , y , 定义新运算: $x \circledast y = ax + by + c$, 其中 a , b , c 是常数, 等式右边是通常的加法和乘法运算. 已知 $1 \circledast 4 = 16$, $1 \circledast 5 = 21$, 求 $1 \circledast 1$ 的值.

20. 已知: 用 3 辆 A 型车和 2 辆 B 型车载满货物一次可运货 17 吨; 用 2 辆 A 型车和 3 辆 B 型车载满货物一次可运货 18 吨, 某物流公刊现有 35 吨货物, 计划同时租用 A 型车 a 辆, B 型车 b 辆, 一次运完, 且恰好每辆车都载满货物.

根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 辆A型车和 辆B型车都载满货物一次可分别运货多少吨？
- (2) 请你帮该物流公司设计租车方案；
- (3) 若A型车每辆需租金200元 / 次，B型车每辆需租金240元 / 次，请选出最省钱的租车方案，并求出最少租车费。

21. 某校规划在一块长AD为18 m、宽AB为13 m的长方形场地ABCD上，设计分别与AD，AB平行的横向通道和纵向通道，其余部分铺上草皮，如图所示，若设计三条通道，一条横向，两条纵向，且它们的宽度相等，其余六块草坪相同，其中一块草坪两边之比AM:AN=8:9，问通道的宽是多少？

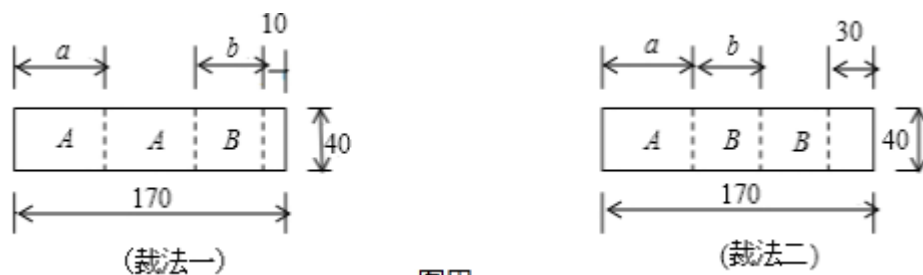


22. 为鼓励市民节约用水，某市居民生活用水按阶梯式水价计费．下表是该市居民“一户一表”生活用水阶梯式计费价格表的部分信息，请解答：

自来水销售价格	
每户每月用水量	单位：元/吨
15吨及以下	a
超过15吨但不超过25吨的部分	b
超过25吨的部分	5

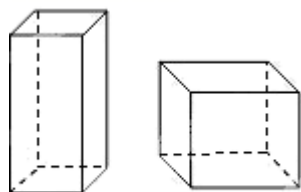
- (1) 小王家今年3月份用水20吨，要交水费_____元；（用 a ， b 的代数式表示）
- (2) 小王家今年4月份用水21吨，交水费48元；邻居小李家4月份用水27吨，交水费70元，求 a ， b 的值．
- (3) 在第（2）题的条件下，若交水费76.5元，求本月用水量．
- (4) 在第（2）题的条件下，小王家5月份用水量与4月份用水量相同，却发现要比4月份多交9.6元钱水费，小李告诉小王说：“水价调整了，表中表示单位的 a ， b 的值分别上调了整数角钱（没超过1元），其他都没变．”到底上调了多少角钱呢？请你帮小王求出符合条件的所有可能情况．

23. 我市某包装生产企业承接了一批上海世博会的礼品盒制作业务，为了确保质量，该企业进行试生产．他们购得规格是170cm×40cm的标准板材作为原材料，每张标准板材再按照裁法一或裁法二裁下A型与B型两种板材．如图甲，（单位：cm）



图甲

- (1) 列出方程(组)，求出图甲中 a 与 b 的值；
- (2) 在试生产阶段，若将30张标准板材用裁法一裁剪，4张标准板材用裁法二裁剪，再将得到的A型与B型板材做侧面和底面，做成图乙的竖式与横式两种礼品盒。



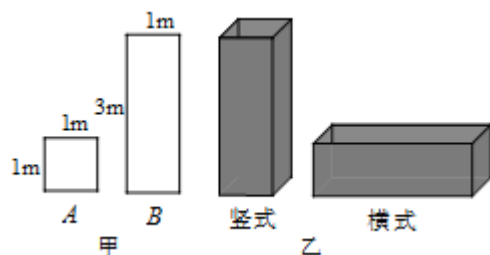
图乙

- ①两种裁法共产生A型板材_____张，B型板材_____张；
- ②已知①中的A型板材和B型板材恰好做成竖式有盖礼品盒 x 个，横式无盖礼品盒的 y 个，求 x 、 y 的值。

24. 某小区准备新建60个停车位，以解决小区停车难的问题。已知新建2个地上停车位和3个地下停车位共需1.7万元；新建4个地上停车位和2个地下停车位共需1.4万元，

- (1) 该小区新建1个地上停车位和1个地下停车位各需多少万元？
- (2) 若该小区新建车位的投资金额超过14万元而不超过15万元，问共有几种建造方案？
- (3) 对(2)中的几种建造方案中，哪种方案的投资最少？并求出最少投资金额。

25. 某工厂准备用图甲所示的A型正方形板材和B型长方形板材，制作成图乙所示的竖式和横式两种无盖箱子。



- (1) 若现有A型板材150张，B型板材300张，可制作竖式和横式两种无盖箱子各多少个？
- (2) 若该工厂准备用不超过24000元资金去购买A、B两种型号板材，制作竖式、横式箱子共100个，已知A型板材每张20元，B型板材每张60元，问最多可以制作竖式箱子多少个？
- (3) 若该工厂新购得65张规格为 $3\text{m} \times 3\text{m}$ 的C型正方形板材，将其全部切割成A型或B型板材(不计损耗)，用切割的板材制作两种类型的箱子，要求竖式箱子不少于10个，且材料恰好用完，则最多可以制作竖式箱子多少个？

26. 使方程(组)与不等式(组)同时成立的未知数的值称为此方程(组)和不等式(组)的“理想解”。

例：已知方程 $2x - 3 = 1$ 与不等式 $x + 3 > 0$ ，当 $x = 2$ 时， $2x - 3 = 2 \times 2 - 3 = 1$ ， x

$+3=2+3=5>0$ 同时成立, 则称 $x=2$ 是方程 $2x-3=1$ 与不等式 $x+3>0$ 的“理想解”.

(1) 已知① $x-\frac{1}{2}>\frac{3}{2}$, ② $2(x+3)<4$, ③ $\frac{x-1}{2}<3$, 试判断方程 $2x+3=1$ 的解是否是它们中某个不等式的“理想解”, 写出过程;

(2) 若 $\begin{cases} x=x_0 \\ y=y_0 \end{cases}$ 是方程 $x-2y=4$ 与不等式 $\begin{cases} x>3 \\ y<1 \end{cases}$ 的“理想解”, 求 x_0+2y_0 的取值范围.

27. 阅读下列材料:

问题: 已知 $x-y=2$, 且 $x>1$, $y<0$

解: $\because x-y=2. \therefore x=y+2$,

又 $\because x>1 \therefore y+2>1$

$\therefore y>-1$

又 $\because y<0$

$\therefore -1<y<0$ ①

$\therefore -1+2<y+2<0+2$

即 $1<x<2$ ②

①+②得 $-1+1<x+y<0+2$

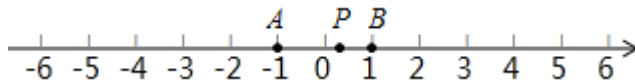
$\therefore x+y$ 的取值范围是 $0<x+y<2$

请按照上述方法, 完成下列问题:

(1) 已知 $x-y=3$, 且 $x>-1$, $y<0$, 则 x 的取值范围是____; $x+y$ 的取值范围是____;

(2) 已知 $x-y=a$, 且 $x<-b$, $y>2b$, 根据上述做法得到 $-2<3x-y<10$, 求 a 、 b 的值.

28. 如图, 数轴上两点 A 、 B 对应的数分别是 -1 , 1 , 点 P 是线段 AB 上一动点, 给出如下定义: 如果在数轴上存在动点 Q , 满足 $|PQ|=2$, 那么我们把这样的点 Q 表示的数称为连动数, 特别地, 当点 Q 表示的数是整数时我们称为连动整数.



(1) 在 -2.5 , 0 , 2 , 3.5 四个数中, 连动数有____; (直接写出结果)

(2) 若 k 使得方程组 $\begin{cases} 3x+2y=k+1 \\ 4x+3y=k-1 \end{cases}$ 中的 x , y 均为连动数, 求 k 所有可能的取值;

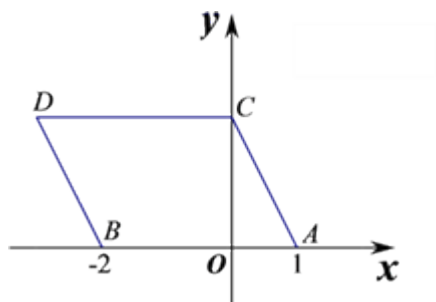
(3) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{2x-6}{3} > x-3 \\ \frac{x+3}{2} \leq x-a \end{cases}$ 的解集中恰好有4个连动整数, 求这4个连动整数的值及 a 的取值范围.

29. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 、 B 的坐标分别为 $(1, 0)$ 、 $(-2, 0)$, 现同时将点 A 、 B 分别向上平移2个单位, 再向左平移1个单位, 分别得到点 A' 、 B' 的对应点 C 、 D , 连接 AC 、 BD 、 CD .

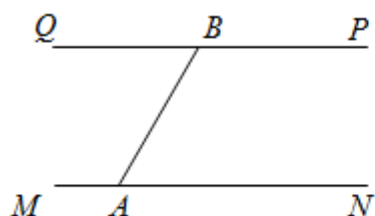
(1) 若在 y 轴上存在点 M , 连接 MA 、 MB , 使 $S_{\triangle ABM}=S_{\square ABDC}$, 求出点 M 的坐标;

(2) 若点 P 在线段 BD 上运动, 连接 PC 、 PO , 求 $S=S_{\triangle PCD}+S_{\triangle POB}$ 的取值范围;

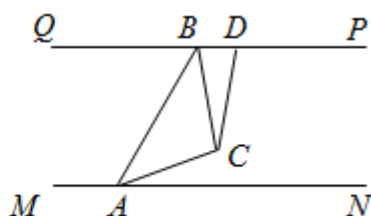
(3) 若 P 在直线 BD 上运动, 请直接写出 $\angle CPO$ 、 $\angle DCP$ 、 $\angle BOP$ 的数量关系.



30. 我区防汛指挥部在一河道的危险地带两岸各安置一探照灯，便于夜间查看江水及两岸河堤的情况．如图1，灯A光射线自AM顺时针旋转至AN便立即逆时针旋转至AM，如此循环灯B光射线自BP顺时针旋转至BQ便立即逆时针旋转至BP，如此循环．两灯交叉照射且不间断巡视．若灯A转动的速度是 a 度/秒，灯B转动的速度是 b 度/秒，且 a, b 满足 $(a-4b)^2 + (a+b-5)^2 = 0$ ．若这一带江水两岸河堤相互平行，即 $PQ \parallel MN$ ，且 $\angle BAN = 60^\circ$ ．根据相关信息，解答下列问题．



(图1)



(图2)

(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 若灯B的光射线先转动24秒，灯A的光射线才开始转动，在灯B的光射线到达BQ之前，灯A转动几秒，两灯的光射线互相平行？

(3) 如图2，若两灯同时开始转动照射，在灯A的光射线到达AN之前，若两灯射出的光射线交于点C，过点C作 $CD \perp AC$ 交PQ于点D，则在转动的过程中， $\angle BAC$ 与 $\angle BCD$ 间的数量关系是否发生变化？若不变，请求出这两角间的数量关系；若改变，请求出各角的取值范围．

【参考答案】***试卷处理标记，请不要删除

一、解答题

1. (1) $a=2$, $b=3$, $c=4$; (2) $S_{\text{四边形ABOP}} = 3-m$; (3) 存在, $P(-3, \frac{1}{2})$.

【分析】

(1) 根据非负数的性质，即可解答；

(2) 四边形ABOP的面积= $\triangle APO$ 的面积+ $\triangle AOB$ 的面积，即可解答；

(3) 存在，根据面积相等求出 m 的值，即可解答．

【详解】

解：(1) 由已知 $|a-2| + \sqrt{b-3} + (c-4)^2 = 0$ 可得：

$$a-2=0, b-3=0, c-4=0,$$

解得: $a=2, b=3, c=4$;

$$(2) \because a=2, b=3, c=4,$$

$$\therefore A(0, 2), B(3, 0), C(3, 4),$$

$$\therefore OA=2, OB=3,$$

$$\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3,$$

$$S_{\triangle APO} = \frac{1}{2} \times 2 \times (-m) = -m,$$

$$\therefore S_{\text{四边形ABOP}} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle APO} = 3 + (-m) = 3 - m$$

(3) 存在,

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6,$$

$$\text{若 } S_{\text{四边形ABOP}} = S_{\triangle ABC} = 3 - m = 6, \text{ 则 } m = -3,$$

$$\therefore \text{存在点 } P(-3, \frac{1}{2}) \text{ 使 } S_{\text{四边形ABOP}} = S_{\triangle ABC}.$$

【点睛】

本题考查了坐标与图形性质, 解决本题的关键是根据非负数的性质求出 a, b, c .

2. (1) 见解析; (2) 10° ; (3) $180^\circ - 15\alpha$

【分析】

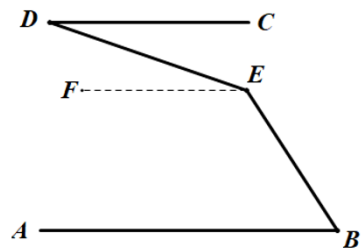
(1) 过点 E 作 $EF \parallel CD$, 根据平行线的性质, 两直线平行, 内错角相等, 得出 $\angle CDE = \angle DEF$, 结合已知条件 $\angle DEB + \angle ABE - \angle CDE = 180^\circ$, 得出 $\angle FEB + \angle ABE = 180^\circ$, 即可证明;

(2) 过点 E 作 $HE \parallel CD$, 设 $\angle GEF = x, \angle FEB = \angle EFB = y$,
由 (1) 得 $AB \parallel CD$, 则 $AB \parallel CD \parallel HE$, 由平行线的性质, 得出 $\angle DEF = \angle D + \angle EFB = 20^\circ + y$, 再由 EG 平分 $\angle DEB$, 得出 $\angle DEG = \angle GEB = \angle GEF + \angle FEB = x + y$, 则 $\angle DEF = \angle DEG + \angle GEF = 2x + y$, 则可列出关于 x 和 y 的方程, 即可求得 x , 即 $\angle GEF$ 的度数;

(3) 过点 N 作 $NP \parallel CD$, 过点 M 作 $QM \parallel CD$, 由 (1) 得 $AB \parallel CD$, 则 $NP \parallel CD \parallel AB \parallel QM$, 根据 $\angle CDM = \frac{1}{4} \angle CDE$ 和 $\angle CDM = \alpha$, 得出 $\angle MDE = 3\alpha$, 根据 $CD \parallel PN \parallel QM, DE \parallel NB$, 得出 $\angle PND = \angle CDM = \angle DMQ = \alpha, \angle EDM = \angle BNM = 3\alpha$, 即 $\angle BNP = 4\alpha$, 根据 $NP \parallel AB$, 得出 $\angle PNB = \angle ABN = 4\alpha$, 再由 $\angle ABN = \frac{1}{4} \angle ABE$, 得出 $\angle ABM = 16\alpha$, 由 $AB \parallel QM$, 得出 $\angle QMB = 180^\circ - 16\alpha$, 因为 $\angle NMB = \angle NMQ + \angle QMB$, 代入 α 的式子即可求出 $\angle BMN$.

【详解】

(1) 过点 E 作 $EF \parallel CD$, 如图,



$\because EF \parallel CD,$

$\therefore \angle CDE = \angle DEF,$

$\therefore \angle DEB - \angle CDE = \angle DEB - \angle DEF = \angle FEB,$

$\because \angle DEB + \angle ABE - \angle CDE = 180^\circ,$

$\therefore \angle FEB + \angle ABE = 180^\circ,$

$\therefore EF \parallel AB,$

$\therefore CD \parallel AB;$

(2) 过点E作HE∥CD, 如图,

设 $\angle GEF = x, \angle FEB = \angle EFB = y,$

由(1)得 $AB \parallel CD$, 则 $AB \parallel CD \parallel HE,$

$\therefore \angle D = \angle DEH = 20^\circ, \angle HEF = \angle EFB = y,$

$\therefore \angle DEF = \angle DEH + \angle HEF = \angle D + \angle EFB = 20^\circ + y,$

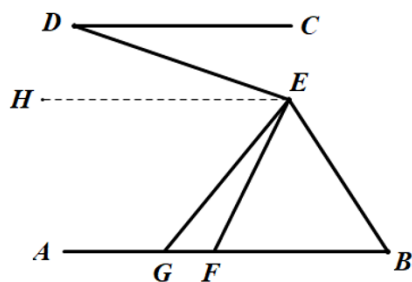
又 $\because EG$ 平分 $\angle DEB,$

$\therefore \angle DEG = \angle GEB = \angle GEF + \angle FEB = x + y,$

$\therefore \angle DEF = \angle DEG + \angle GEF = x + y + x = 2x + y,$

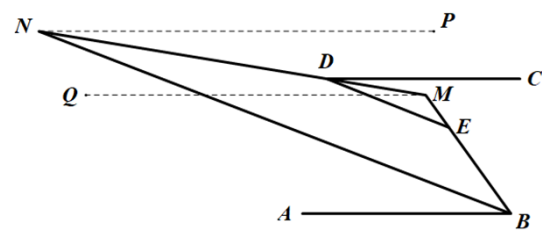
即 $2x + y = 20^\circ + y,$

解得: $x = 10^\circ$, 即 $\angle GEF = 10^\circ$;



(3) 过点N作NP∥CD, 过点M作QM∥CD, 如图,

由(1)得 $AB \parallel CD$, 则 $NP \parallel CD \parallel AB \parallel QM,$



$\because NP \parallel CD, CD \parallel QM, \angle CDM = \alpha,$

$\therefore \angle PND = \angle CDM = \angle DMQ = \alpha,$

$$\begin{aligned}
&\because \angle CDM = \frac{1}{4} \angle CDE, \\
&\therefore \angle MDE = 3\angle CDM = 3\alpha, \\
&\because BN \parallel DE, \\
&\therefore \angle MDE = \angle BNM = 3\alpha, \\
&\therefore \angle PNB = \angle PND + \angle BNM = \alpha + 3\alpha = 4\alpha, \\
&\because PN \parallel AB, \\
&\therefore \angle PNB = \angle NBA = 4\alpha, \\
&\because \angle ABN = \frac{1}{4} \angle ABE, \\
&\therefore \angle ABM = 4\angle ABN = 4 \times 4\alpha = 16\alpha, \\
&\because AB \parallel QM, \\
&\therefore \angle ABM + \angle QMB = 180^\circ, \\
&\therefore \angle QMB = 180^\circ - \angle ABM = 180^\circ - 16\alpha, \\
&\therefore \angle NMB = \angle NMQ + \angle QMB = \alpha + 180^\circ - 16\alpha = 180 - 15\alpha.
\end{aligned}$$

【点睛】

本题考查平行线的性质，角平分线的定义，解决问题的关键是作平行线构造相等的角，利用两直线平行，内错角相等，同位角相等来计算和推导角之间的关系。

3. (1) 见解析; (2) 55° ; (3) $180^\circ - \frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}\beta$

【分析】

(1) 根据平行线的判定定理与性质定理解答即可;

(2) ①如图2, 过点 F 作 $FE \parallel AB$, 当点 B 在点 A 的左侧时, 根据 $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$, 根据平行线的性质及角平分线的定义即可求 $\angle BFD$ 的度数;

②如图3, 过点 F 作 $EF \parallel AB$, 当点 B 在点 A 的右侧时, $\angle ABC = \alpha$, $\angle ADC = \beta$, 根据平行线的性质及角平分线的定义即可求出 $\angle BFD$ 的度数.

【详解】

解: (1) 如图1, 过点 E 作 $EF \parallel AB$,

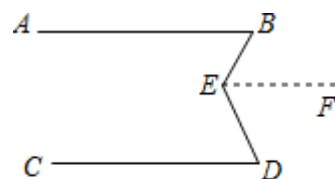


图1

则有 $\angle BEF = \angle B$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore EF \parallel CD$,

$\therefore \angle FED = \angle D$,

$\therefore \angle BED = \angle BEF + \angle FED = \angle B + \angle D$;

(2) ①如图2, 过点 F 作 $FE \parallel AB$,

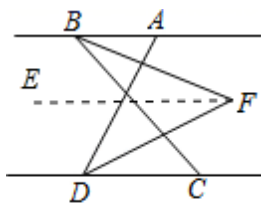


图2

有 $\angle BFE = \angle FBA$.

Q $AB \parallel CD$,

$\therefore EF \parallel CD$.

$\therefore \angle EFD = \angle FDC$.

$\therefore \angle BFE + \angle EFD = \angle FBA + \angle FDC$.

即 $\angle BFD = \angle FBA + \angle FDC$,

Q BF 平分 $\angle ABC$, DF 平分 $\angle ADC$,

$\therefore \angle FBA = \frac{1}{2} \angle ABC = 25^\circ$, $\angle FDC = \frac{1}{2} \angle ADC = 30^\circ$,

$\therefore \angle BFD = \angle FBA + \angle FDC = 55^\circ$.

答: $\angle BFD$ 的度数为 55° ;

②如图3, 过点 F 作 $FE \parallel AB$,

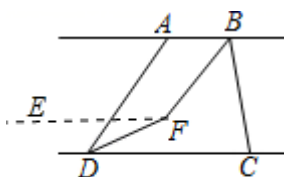


图3

有 $\angle BFE + \angle FBA = 180^\circ$.

$\therefore \angle BFE = 180^\circ - \angle FBA$,

Q $AB \parallel CD$,

$\therefore EF \parallel CD$.

$\therefore \angle EFD = \angle FDC$.

$\therefore \angle BFE + \angle EFD = 180^\circ - \angle FBA + \angle FDC$.

即 $\angle BFD = 180^\circ - \angle FBA + \angle FDC$,

Q BF 平分 $\angle ABC$, DF 平分 $\angle ADC$,

$\therefore \angle FBA = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \alpha$, $\angle FDC = \frac{1}{2} \angle ADC = \frac{1}{2} \beta$,

$\therefore \angle BFD = 180^\circ - \angle FBA + \angle FDC = 180^\circ - \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} \beta$.

答: $\angle BFD$ 的度数为 $180^\circ - \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} \beta$.

【点睛】

本题考查了平行线的判定与性质, 解决本题的关键是熟练掌握平行线的判定与性质.

4. (1) 49° , (2) 44° , (3) $\angle OPQ = \angle ORQ$

【分析】

- (1) 根据 $\angle OPA = \angle QPB$ ，可求出 $\angle OPA$ 的度数；
 (2) 由 $\angle AOP = 43^\circ$ ， $\angle BQP = 49^\circ$ 可求出 $\angle OPQ$ 的度数，转化为(1)来解决问题；
 (3) 由(2)推理可知： $\angle OPQ = \angle AOP + \angle BQP$ ， $\angle ORQ = \angle DOR + \angle RQC$ ，从而 $\angle OPQ = \angle ORQ$ 。

【详解】

解：(1) $\because \angle OPA = \angle QPB$ ， $\angle OPQ = 82^\circ$ ，

$$\therefore \angle OPA = (180^\circ - \angle OPQ) \times \frac{1}{2} = (180^\circ - 82^\circ) \times \frac{1}{2} = 49^\circ,$$

(2) 作 $PC \parallel m$ ，

$\because m \parallel n$ ，

$\therefore m \parallel PC \parallel n$ ，

$\therefore \angle AOP = \angle OPC = 43^\circ$ ，

$\angle BQP = \angle QPC = 49^\circ$ ，

$\therefore \angle OPQ = \angle OPC + \angle QPC = 43^\circ + 49^\circ = 92^\circ$ ，

$$\therefore \angle OPA = (180^\circ - \angle OPQ) \times \frac{1}{2} = (180^\circ - 92^\circ) \times \frac{1}{2} = 44^\circ,$$

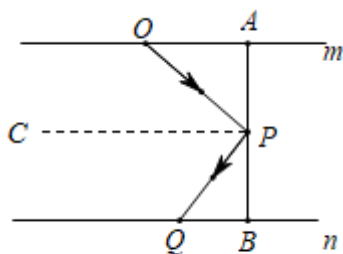


图2

(3) $\angle OPQ = \angle ORQ$ 。

理由如下：由(2)可知： $\angle OPQ = \angle AOP + \angle BQP$ ， $\angle ORQ = \angle DOR + \angle RQC$ ，

$\because$ 入射光线与平面镜的夹角等于反射光线与平面镜的夹角，

$\therefore \angle AOP = \angle DOR$ ， $\angle BQP = \angle RQC$ ，

$\therefore \angle OPQ = \angle ORQ$ 。

【点睛】

本题主要考查了平行线的性质和入射角等于反射角的规定，解决本题的关键是注意问题的设置环环相扣、前为后用的设置目的。

5. (1) $AB \parallel CD$ ，证明见解析；(2) $\angle E_1 + \angle E_2 + \dots + \angle E_n = \angle B + \angle F_1 + \angle F_2 + \dots + \angle F_{n-1} + \angle D$ ；(3) $(n-1) \cdot 180^\circ$

【分析】

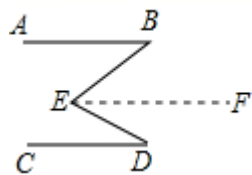
(1) 过点E作 $EF \parallel AB$ ，利用平行线的性质则可得出 $\angle B = \angle BEF$ ，再由已知及平行线的判定即可得出 $AB \parallel CD$ ；

(2) 如图，过点E作 $EM \parallel AB$ ，过点F作 $FN \parallel AB$ ，过点G作 $GH \parallel AB$ ，根据探究(1)的证明过程及方法，可推出 $\angle E + \angle G = \angle B + \angle F + \angle D$ ，则可由此得出规律，并得出 $\angle E_1 + \angle E_2 + \dots + \angle E_n = \angle B + \angle F_1 + \angle F_2 + \dots + \angle F_{n-1} + \angle D$ ；

(3) 如图，过点M作 $EF \parallel AB$ ，过点N作 $GH \parallel AB$ ，则可由平行线的性质得出 $\angle 1 + \angle 2 + \angle MNG = 180^\circ \times 2$ ，依此即可得出此题结论。

【详解】

解：（1）过点E作 $EF \parallel AB$,



$$\therefore \angle B = \angle BEF.$$

$$\because \angle BEF + \angle FED = \angle BED,$$

$$\therefore \angle B + \angle FED = \angle BED.$$

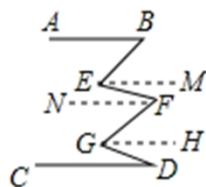
$$\because \angle B + \angle D = \angle E \text{ (已知)},$$

$$\therefore \angle FED = \angle D.$$

$$\therefore CD \parallel EF \text{ (内错角相等, 两直线平行)}.$$

$$\therefore AB \parallel CD.$$

（2）过点E作 $EM \parallel AB$, 过点F作 $FN \parallel AB$, 过点G作 $GH \parallel AB$,



$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \parallel EM \parallel FN \parallel GH \parallel CD,$$

$$\therefore \angle B = \angle BEM, \angle MEF = \angle EFN, \angle NFG = \angle FGH, \angle HGD = \angle D,$$

$$\therefore \angle BEF + \angle FGD = \angle BEM + \angle MEF + \angle FGH + \angle HGD = \angle B + \angle EFN + \angle NFG + \angle D = \angle B + \angle EFG + \angle D,$$

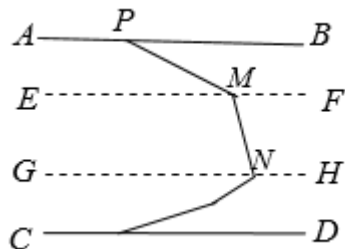
$$\text{即 } \angle E + \angle G = \angle B + \angle F + \angle D.$$

由此可得：开口朝左的所有角度之和与开口朝右的所有角度之和相等，

$$\therefore \angle E_1 + \angle E_2 + \dots + \angle E_n = \angle B + \angle F_1 + \angle F_2 + \dots + \angle F_{n-1} + \angle D.$$

$$\text{故答案为：} \angle E_1 + \angle E_2 + \dots + \angle E_n = \angle B + \angle F_1 + \angle F_2 + \dots + \angle F_{n-1} + \angle D.$$

（3）如图，过点M作 $EF \parallel AB$, 过点N作 $GH \parallel AB$,



$$\therefore \angle APM + \angle PME = 180^\circ,$$

$$\because EF \parallel AB, GH \parallel AB,$$

$$\therefore EF \parallel GH,$$

$$\therefore \angle EMN + \angle MNG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle MNG = 180^\circ \times 2,$$

依次类推： $\angle 1 + \angle 2 + \dots + \angle n - 1 + \angle n = (n - 1) \cdot 180^\circ$ 。

故答案为： $(n - 1) \cdot 180^\circ$ 。

【点睛】

本题考查了平行线的性质与判定，属于基础题，关键是过E点作AB（或CD）的平行线，把复杂的图形化归为基本图形。

6. （1）见解析；（2） 72°

【分析】

（1）根据平行线的性质得出 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ，再根据等量代换可得 $\angle B + \angle D = 180^\circ$ ，最后根据平行线的判定即可得证；

（2）过点E作 $EP \parallel CD$ ，延长DC至Q，过点M作 $MN \parallel AB$ ，根据平行线的性质及等量代换可得出 $\angle ECQ = \angle BGM = \angle DFG$ ，再根据平角的含义得出 $\angle ECF = \angle CFG$ ，然后根据平行线的性质及角平分线的定义可推出 $\angle BHF = \angle CFH$ ， $\angle CFA = \angle FAB$ ；设

$\angle FAB = \alpha$ ， $\angle CFH = \beta$ ，根据角的和差可得出 $\angle AEC = 2\angle AFH$ ，结合已知条件

$3\angle AEC - 5\angle AFH = 180^\circ$ 可求得 $\angle AFH = 18^\circ$ ，最后根据垂线的含义及平行线的性质，即可得出答案。

【详解】

（1）证明：Q $AE \parallel BD$

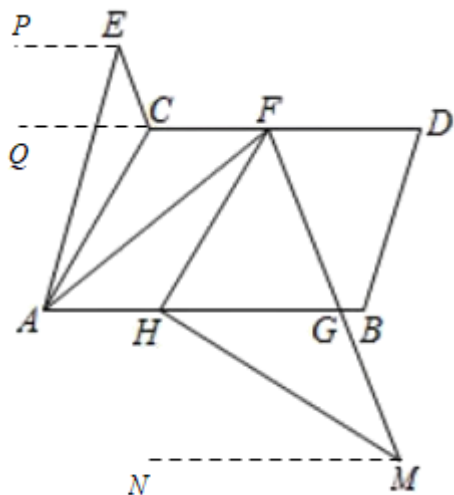
$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$

Q $\angle A = \angle D$

$\therefore \angle B + \angle D = 180^\circ$

$\therefore AB \parallel CD$ ；

（2）过点E作 $EP \parallel CD$ ，延长DC至Q，过点M作 $MN \parallel AB$



Q $AB \parallel CD$

$\therefore \angle QCA = \angle CAB$ ， $\angle BGM = \angle DFG$ ， $\angle CFH = \angle BHF$ ， $\angle CFA = \angle FAG$

Q $\angle ACE = \angle BAC + \angle BGM$

$\therefore \angle ECQ + \angle QCA = \angle BAC + \angle BGM$

$\therefore \angle ECQ = \angle BGM = \angle DFG$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/336150225232010224>