大学数学习题及答案

一 填空题:

1 一阶微分方程的通解的图像是___________维空间上的一族曲线.

2 二阶线性齐次微分方程的两个解 $y_1(x);y_2(x)$为方程的基本解组充分必要条件是________.

3 方程 的基本解组是_________.

4 一个不可延展解的存在区间一定是___________区间.

5 方程 的常数解是________.

6 方程 一个非零解为 $x_1(t)$,经过变换_______

7 若 $4_{(t)}$是线性方程组 的基解矩阵, 则此方程组的任一解 $4_{(t)}$=___________.

8 一曲线上每一占切线的斜率为该点横坐标的 2 倍,则此曲线方程为________.

9 满足_____________条件的解,称为微分方程的特解.

10 如果在微分方程中,自变量的个数只有一个我们称这种微分方程为_________.

11 一阶线性方程 有积分因子( ).

12 求解方程 的解是( ).

13 已知(为恰当方程,则 =____________.

14 , , 由存在唯一性定理其解的存在区间是( ).

15 方程 的通解是( ).

16 方程 的阶数为_______________.

17 若向量函数 在区间 D 上线性相关,则它们的伏朗斯基行列式 w (x)=____________.

18 若 P(X)是方程组 的基本解方阵则该方程组的通解可表示为_________.

19．方程 所有常数解是____________________.

20．方程 的基本解组是____________________.

21．方程 满足解的存在唯一性定理条件的区域是____________________.

22．函数组 在区间 I 上线性无关的__________________条件是它们的朗斯基行列式在区间 I 上不恒等于零．

23．若 是二阶线性齐次微分方程的基本解组，则它们__________________共同零点．

二 单项选择:

1 方程 满足初值问题解存在且唯一定理条件的区域是( ).

(A)上半平面 (B) 平面 (C)下半平面 (D)除 y 轴外的全平面

2 方程 ( ) 奇解.

(A) 有一个 (B) 有两个 (C) 无 (D) 有无数个

3 在下列函数中是微分方程 的解的函数是( ).

(A) (B) (C) (D)

4 方程 的一个特解 形如( ).

(A) (B) (C) (D)

5 连续可微是保证方程 解存在且唯一的( )条件.

（A）必要 （B）充分 (C) 充分必要 (D)必要非充分

6 二阶线性非齐次微分方程的所有解( ).

(A)构成一个 2 维线性空间 (B)构成一个 3 维线性空间

(C)不能构成一个线性空间 (D)构成一个无限维线性空间

7 方程 过点(0,0)有( ).

(A) 无数个解 (B)只有一个解 (C)只有两个解 (D)只有三个解

8 初值问题 x , 在区间, 上的解是( ).

(A) (B) (C) (D)

9 方程 是( ).

(A) 一阶非线性方程 (B)一阶线性方程

(C)超越方程 (D)二阶线性方程

10 方程 的通解是( ).

(A) (B) (C) (D)

11 方程 的一个基本解组是( ).

(A) (B) (C) (D)

12 若 y1 和 y2 是方程 的两个解,则 （e_1,e_2 为任意常数）

(A) 是该方程的通解 (B)是该方程的解
(C) 不一定是该方程的通解 (D)是该方程的特解

13 方程 过点(0,0)的解为 ,此解存在( ).

(A) (B) (C) (D)

14 方程 是( ) .

(A) 可分离变量方程 (B) 齐次方程 (C)全微分方程 (D) 线性非齐次方程

15 微分方程 的通解是( ).

(A) (B) (C) (D)

16 在下列函数中是微分方程 的解的函数是( ).

(A) (B) (C) (D)

17 方程 的一个数解 形如( ).

(A) (B) (C) (D)

18 初值问题 在区间 上的解是( ).

(A) (B) (C) (D)

19．方程 的奇解是（ ）.

（A） （B） （C） （D）

20. 方程　　过点　　共有（　　）个解.

（A）一　　（B）无数　　（C）两　　（D）三

21. 阶线性齐次微分方程基本解组中解的个数恰好是（　　）个.

（A）　　（B）-1　　（C）+1　　（D）+2

22. 一阶线性非齐次微分方程组的任两个非零解之差（　　）.

（A）不是其对应齐次微分方程组的解　　（B）是非齐次微分方程组的解

（C）是其对应齐次微分方程组的解　　（D）是非齐次微分方程组的通解

23. 如果　，　　都在　平面上连续，那么方程　　的任一解的存在区间（　　）.

（A）必为　　（B）必为　　（C）必为　　（D）将因解而定

三 求下列方程的解:

1 求下列方程的通解或通积分:

(1)　　(2)　　(3)　　(4)

(5)

2 求方程的解

3 解方程:　　并求出满足初始条件:当 x=0 时,y=2 的特解

4 求方程:

5 求方程:　　的通解

6 求　　的通解.

7 求解方程:

8 求方程:　　的解

9 求方程 的通解

10 求下列方程组的通解

11 求初值问题 的解的存在区间并求出第二次近似解

12 求方程的通解

(1) (2) (3) (三种方法)

(4)

13 计算方程 的通解

14 计算方程

15 求下列常系数线性微分方程:

16 试求 x 的基解矩阵

17 试求矩阵 的特征值和对应的特征向量.

18 试求矩阵 的特征值和特征向量

19 解方程组

20．求下列方程组的通解

.

四 名词解释

1 微分方程　　2 常微分方程、偏微分方程　　3 变量分离方程

4 伯努利方程　　5 　条件　　6 线性相关

五 证明题

1 在方程 　中已知 p(x);q(x)在 　上连续

求证:该方程的任一非零解在 xoy 平面上不能与 x 轴相切.

2 设 $x_1(t)$、$x_2(t)$分别是非齐次性线方程

证明：$x_1(t)+x_2(t)$是方程 　的解。

3 设 f (x)在[0；+]上连续且 f (x)=0 求证：方程 　的一切解 y(x)；

均有 y (x)=0

4 在方程 　中 p(x)、q(x)在（ ）上连续；求证：若 p(x)恒不为零；则该方程的任一基本解组的朗斯基行列式 w（x）是（ ）上的严格单调函数。

5 证明：$x_1(t)+x_2(t)$是方程 　的解。

6 证明：函数组 　（其中当 　时 　）在任意区间（a ,b）上线性无关。

7．在方程 　中，已知 ， 在 　上连续，且 ．求证：对任意 和 ，满足初值条件 　的解 　的存在区间必为 　.

8．在方程 　中，已知 ， 在 　上连续．求证：该方程的任一非零解在 　平面上不能与 x 轴相切．

练习题答案

一 填空题:

1、 2

2、 线性无关（或：它们的朗斯基行列式不等于零）

3、 e^x ; xe^x

4、 开

5、

6、

7、 ,c 为常数列向量

8、 $y=x^2+c$

9、 初始

10、常微分方程

11、e p(x)dx

12、$x^2+y^2=c$; c 为任意正常数

13、/

14、

15、

16、4

17、0

18、 ；其中 c 是确定的 n 维常数列向量

19.

20.

21. ，（或不含 x 轴的上半平面）

22．充分

23．没有

二 单项选择

1、D 2、C 3、C 4、D 5、B 6、C 7、A 8、D 9、A 10、C

11、D 12、B 13、D 14、D 15、B 16、C 17、D 18、D 19．D 20．B 21．A

22.C 23．D

三 求下列方程的解

1 (1）解：当 时，分离变量取不定积分，得

通积分为　$1ny= Ce^x$

（2）解：令 $y= xu$，则　　代入原方程，得

分离变量，取不定积分，得

（　）

通积分为：

（3）　解：　方程两端同乘以 y^{-5},得

令 $y^{-4}= z$ ，则　　代入上式，得

通解为

原方程通解为

（4）　解：　因为　　，　所以原方程是全微分方程。

取（x_0,y_0）＝（0，0）原方程的通积分为

即

（5）　解：原方程是克莱洛方程，通解为：　$y = cx+2c^3$

2　解：设　　则方程化为　　，积分后得 $y = ct$　即

于是 $x=c_1t^5+c_2t^3+c_3t^2+c_4t+c_5$　　其中　c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 为任意常数

＝

$= f_1(t) + f_2(t)$

故 $x_1(t)+x_2(t)$为方程　　$=f1(t)+f2\ (t)$的解。

3 解： 将变量分离，得到

两边积分，即得

因而，通解为

这里 c 是任意常数。以 x=0 , y=1 代入通解中以决定任意常数 c，得到

$$c = -1$$

因而，所求特解为

4 解：以 及 代入，则原方程变为

即

将上式分离变量,即有

两边积分,得到

这里 是任意函数,整理后,得到

令 ,得到 $\sin u = cx$

5 解: 令 $z = y^{-1}$ 得

代入原方程得到

这是线性方程,求得它的通解为

代回原来的变量 y，得到

这就是原方程的通解。此外，方程还有解 $y=0$ 。

6 解： 这里 $M=3x^2+6xy^2$.$N=6x^2y+4y^3$ ，这时

因此方程是恰当方程。现在求 u ，使它同时满足如下两个方程

由（1）对 x 积分，得到

为了确定 ，将（3）对 y 求导数，并使它满足（2)，即得

于是

$=4y^4$

积分后可得

$=y^4$

将 代入（3)，得到

$$u=x^3+3x^2y^2+y^4$$

因此，方程的通解为

$$x^3+3x^2y^2+y^4=c$$

这里 c 是任意常数

7 解：特征方程 即特征根 i 是重根，因此方程有四个实值解 cost、tcost 、sint 、tsint

故通解为 $x=(c_1+c_2t)\cos t+(c_3+c_4t)\sin$ 其中 c_1 ; c_2 ; c_3 ; c_4 为任意常数

8 解： 令 则方程化为：

积分后得 $y=ct$ 即 于是 $x=c_1t^5+c_2t^3+c_3t^2+c_4t^1+c_5$