

易错 03 函数及其图象

易 错 集 合

函数及其图象

- 二次函数的定义 易错点一: 忽略 $a \neq 0$
- 函数值比较大小 易错点二: 没有确定函数的增减性画出图象
- 多个函数图象识别 易错点三: 混淆不同函数间字母的意义
- 函数与不等式 易错点四: 不会结合不等号与图象关键点
- 二次函数图象与系数 易错点五: 混淆二次函数中系数的作用
- 平移变换 易错点六: ①混淆图象与点的平移; ②没有把 x 系数变成“1”
- 解决实际问题 易错点七: 忽略自变量的取值范围
- 含参最值问题 易错点八: 没有分类讨论
- 求几何问题 易错点九: 考虑不全面

易错点一: 忽略 $a \neq 0$

易 错 陷 阱

二次函数: 一般地, 形如 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的函数

易错提醒: 题目中未指明函数是一次还是二次, 要对函数进行分类讨论.

举 一 反 三

例 1. 若 $y = (m-1)x^{m^2+1} - 2mx + 1$ 是二次函数, 则 m 的值为 ()

- A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. 0

例 2. 若函数 $y = mx^2 - (m-3)x - 4$ 的图象与 x 轴只有一个交点, 则 m 的值为 ()

- A. 0 B. 1 或 9 C. -1 或 -9 D. 0 或 -1 或 -9

变式 1. 已知二次函数 $y = (m-2)x^{m^2-2} + 3x + 1$, 则 $m =$ _____.

变式 2. 已知函数 $y = kx^2 - 7x - 7$ 的图象和 x 轴有交点, 则 k 的取值范围是 ()

A. $k > -\frac{7}{4}$

B. $k \geq -\frac{7}{4}$ 且 $k \neq 0$

C. $k \geq -\frac{7}{4}$

D. $k > -\frac{7}{4}$ 且 $k \neq 0$

变式 3. 抛物线 $y = (m^2 - 2)x^2 - 4mx + n$ 的对称轴是 $x = 2$, 且它的最高点在直线 $y = x + 4$ 上, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

变式 4. 已知关于 x 的函数 $y = (a^2 + 3a + 2)x^2 + (a + 1)x + \frac{1}{4}$ 的图像与 x 轴总有交点, 求 a 的取值范围.



1. 若函数 $y = mx(x - 1) - x^2$ 是关于 x 的二次函数, 则 m 的取值范围是 ()

A. $m \neq 0$

B. $m \neq -1$

C. $m \neq 1$

D. $m \neq \pm 1$

2. 已知函数 $y = (m - 1)x^{m^2 - 1} + 5x + 3$ 是关于 x 的二次函数, 则 m 的值是 .

3. 若函数 $y = ax^2 - x + 1$ (a 为常数) 的图象与 x 轴只有一个交点, 那么 a 满足 ()

A. $a = \frac{1}{4}$

B. $a \leq \frac{1}{4}$

C. $a = 0$ 或 $a = -\frac{1}{4}$

D. $a = 0$ 或 $a = \frac{1}{4}$

4. 若函数 $y = (a - 1)x^2 - x + 1$ (a 为常数) 的图象与 x 轴有且只有一个交点, 那么 a 满足 ()

A. $a = \frac{5}{4}$ 且 $a \neq 1$

B. $a = \frac{5}{4}$

C. $a = 1$

D. $a = \frac{5}{4}$ 或 $a = 1$

5. 二次函数 $y = m^2x^2 + (2m + 1)x + 1$ 与 x 轴有交点, 则 m 的取值范围 .

6. 抛物线 $y = mx^2 - 2(m - 1)x + (m - 3)$ 与 x 轴有两个交点, 则 m 的取值范围是 .

7. 若二次函数 $y = (2 - m)x^{|m| - 3}$ 的图象开口向下, 求 m 的值.

晓丽的解题过程如下:

【解】 $\because y = (2 - m)x^{|m| - 3}$ 是二次函数, (第一步)

$\therefore |m| - 3 = 2$, 解得 $m = 5$ 或 $m = -5$. (第二步)

请问晓丽的解题过程正确吗? 如果不正确, 从第几步开始出现错误, 写出正确的解题过程.

易错点二: 没有确定函数的增减性画出图象



一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的增减性:

当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小

反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的增减性: 当 $k > 0$ 时, 在同一象限内, y 随 x 的增大而减小; 当 $k < 0$ 时, 在同

一象限内, y 随 x 的增大而增大

二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的增减性: 当 $a > 0$ 时, 在对称轴的左边, y 随 x 的增大而减小; 在对称轴的右边, y 随 x 的增大而增大;

当 $a < 0$ 时, 在对称轴的左边, y 随 x 的增大而增大; 在对称轴的右边, y 随 x 的增大而减小;

易错提醒: 先确定函数图像增减性, 再数形结合比较大小



例 3. 如果点 $A(\sqrt{3}, a)$, $B(2, b)$ 在函数 $y = \sqrt{2}x + 1$ 图像上, 则 a _____ b (请在横线上选择 $>$, $<$, $=$, $\leq$, $\geq$ 填写)

例 4. $A(-1, y_1)$, $B(1, y_2)$, $C(4, y_3)$ 三点都在二次函数 $y = a(x-3)^2 + k (a < 0)$ 的图象上, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系为 ()

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

变式 1. 已知 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) 是反比例函数 $y = \frac{2020}{x}$ 的图象上的三个点, 且 $x_1 < x_2 < 0$, $x_3 > 0$, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系是 ()

- A. $y_3 < y_1 < y_2$ B. $y_3 < y_2 < y_1$ C. $y_1 < y_2 < y_3$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

变式 2. 点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$ 都在直线 $y = -x + b$ 上, 则 y_1 与 y_2 的大小关系为 ()

- A. $y_1 = y_2$ B. $y_1 > y_2$ C. $y_1 < y_2$ D. 不能确定

变式 3. 若三点 $(-5, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(4, y_3)$ 都在双曲线 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 上, 则下列的不等关系正确的为 ()

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_3 < y_1 < y_2$ C. $y_2 < y_1 < y_3$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

变式 4. 已知点 $A(m-n, y_1)$, $B(m+n, y_2)$ 是抛物线 $y = -x^2 + 2mx + 5m - 1$ 上的两个点, 则 y_1 , y_2 的大小关系是 ()

A. $y_1 > y_2$

B. $y_1 < y_2$

C. $y_1 = y_2$

D. 与 m, n 的值有关



1. 若点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(2, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k^2+2}{x}$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是_____.

2. 已知点 $(-2, y_1), (3, y_2)$ 都在直线 $y = -2x + 1$ 上, 则 y_1 与 y_2 的大小关系为 ()

A. $y_1 > y_2$

B. $y_1 = y_2$

C. $y_1 < y_2$

D. 无法比较

3. 若点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(1, y_3)$ 都在二次函数 $y = -x^2 + x + 1$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

A. $y_1 < y_2 < y_3$

B. $y_2 < y_1 < y_3$

C. $y_2 < y_3 < y_1$

D. $y_3 < y_1 < y_2$

4. 如果两点 $A(1, y_1)$ 和 $B(2, y_2)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象上, 有下列几种选项: $y_2 < y_1 < 0$, $y_1 < y_2 < 0$, $y_1 > y_2 > 0$, $y_2 > y_1 > 0$, 其中可能正确的选项有 () 种.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

5. 若二次函数 $y = x^2 + x + 1$ 的图象, 经过 $A(-3, y_1)$, $B(-2, y_2)$, $C(\frac{1}{2}, y_3)$, 三点 y_1, y_2, y_3 大小关系是_____ (用“<”连接)

6. 已知点 $A(3, y_1)$, $B(\sqrt{2}, y_2)$, $C(0, y_3)$ 都在二次函数 $y = (x-1)^2 - 2$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是_____.

7. 已知二次函数 $y = a(x-1)^2 + 3$ 的图象开口向上, 若点 $A(-1, y_1), B(-2, y_2), C(5, y_3)$ 都在该函数图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是_____.

易错点三：混淆不同函数间字母的意义



在一次函数与二次函数图象识别题型中,

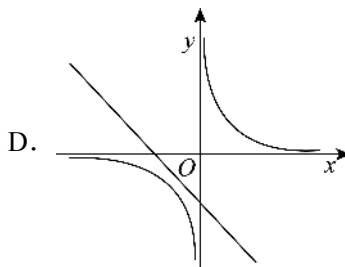
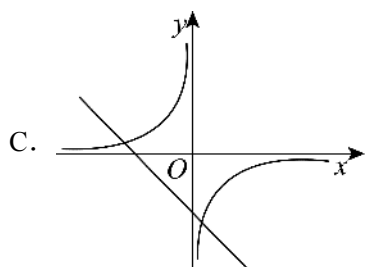
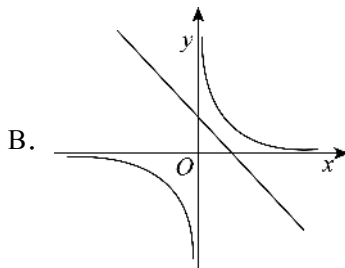
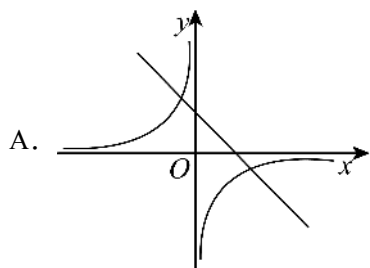
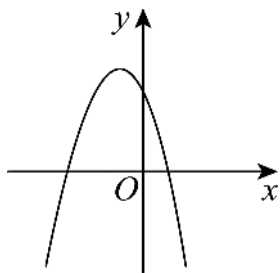
二次函数字母的意义: ① a 决定抛物线的开口方向和大小; ② b 和 a 共同决定对称轴的位置; ③ c 决定抛物线与 y 轴交点;

一次函数字母的意义： a 表示该直线的斜率、 b 表示该直线的截距。

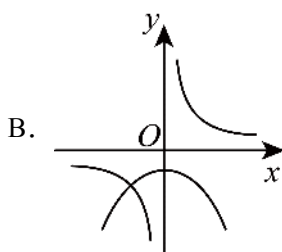
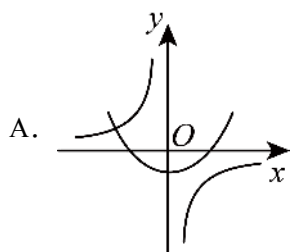
易错提醒：虽然字母相同，但在不同的函数中，代表的意义完全不同，切不可一概而论

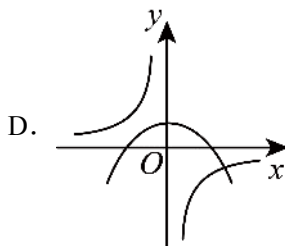
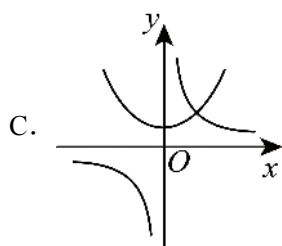


例 5. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，则反比例函数 $y = \frac{c}{x}$ 与一次函数 $y = ax + b$ 在同一平面直角坐标系内的图象可能是 ()

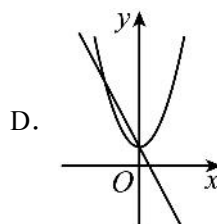
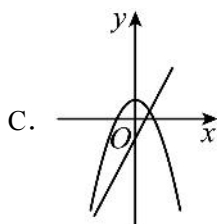
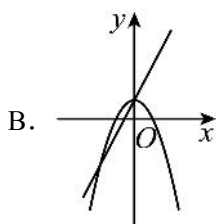
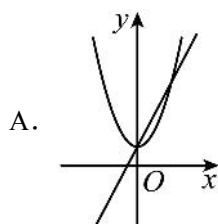


例 6. 反比例函数 $y = -\frac{k}{x}$ 与二次函数 $y = -kx^2 - k$ ($k \neq 0$) 在同一平面直角坐标系中的大致图象是 ()

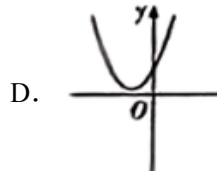
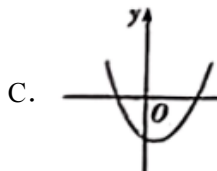
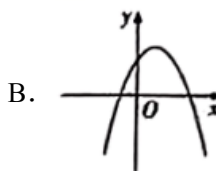
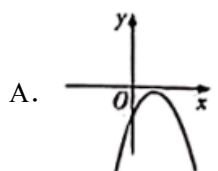
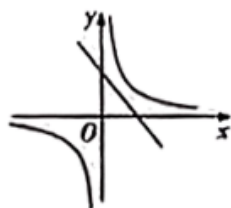




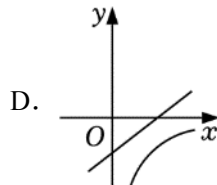
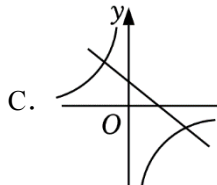
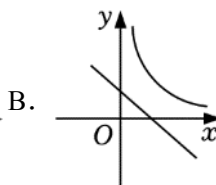
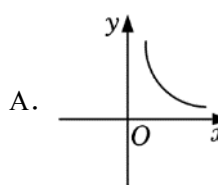
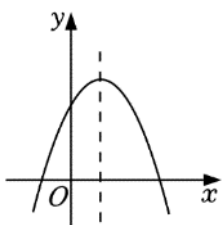
变式 1. 函数 $y = ax^2 + b (a \neq 0)$ 与函数 $y = ax + b (a \neq 0)$ 在同一平面直角坐标系中的图象可能是 ()



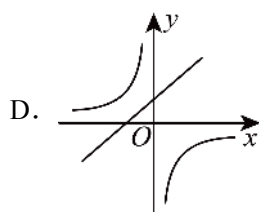
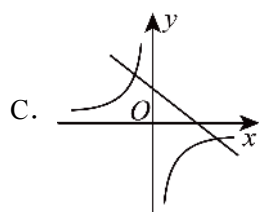
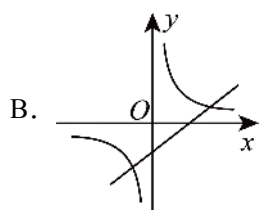
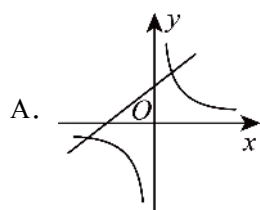
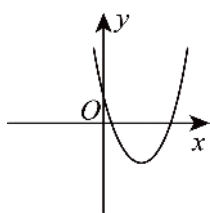
变式 2. 已知一次函数 $y = ax + b$ 和反比例函数 $y = \frac{c}{x}$ 的图象如图所示, 则二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象大致可能是 ()



变式 3. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示, 则反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 与一次函数 $y = -cx + b$ 在同一平面直角坐标系内的图象可能是 ()

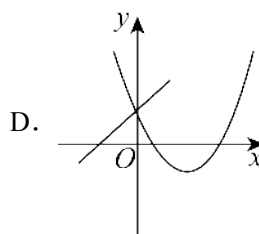
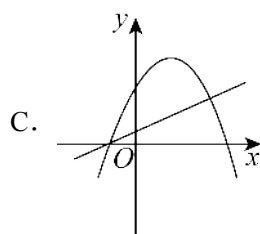
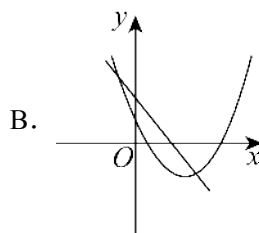
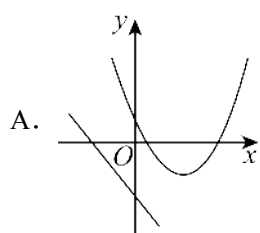


变式 4. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，则一次函数 $y = ax + c$ 与反比例函数 $y = \frac{c}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的大致图象为 ()

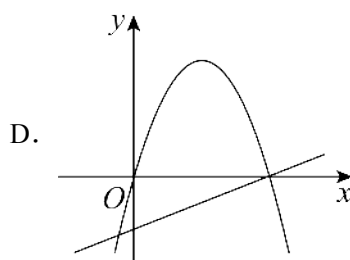
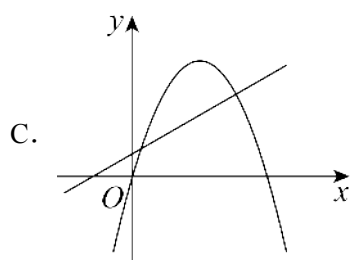
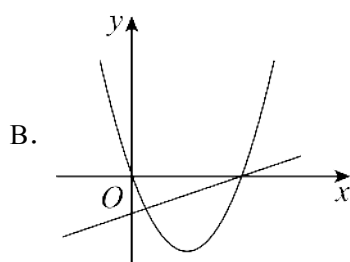
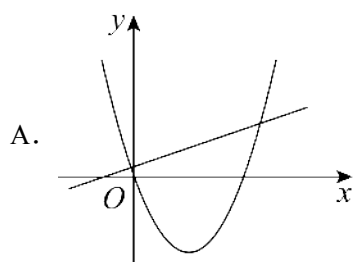


易错题通关

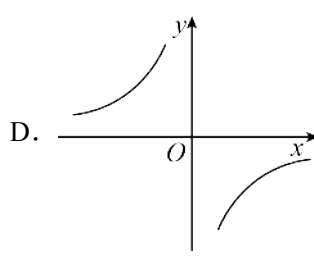
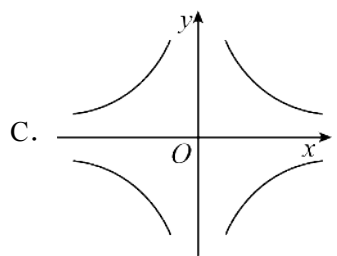
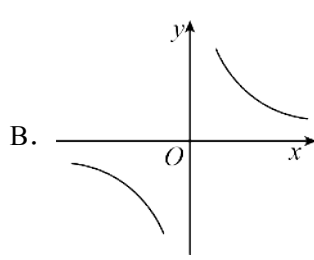
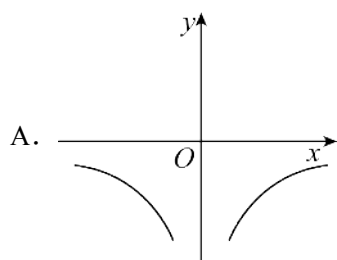
1. 二次函数 $y = a(x-2)^2 + c$ 与一次函数 $y = cx + a$ 在同一坐标系中的大致图象是 ()



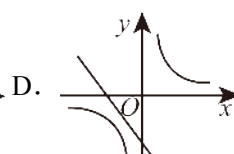
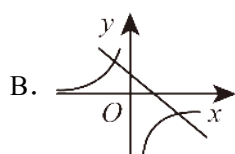
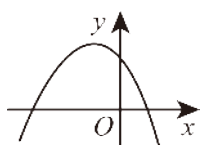
2. 一次函数 $y = ax + b$ 与二次函数 $y = ax^2 + bx$ 在同一平面直角坐标系中的图象可能是 ()



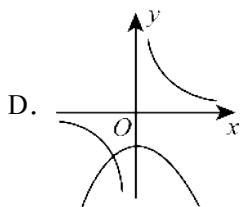
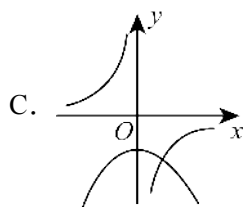
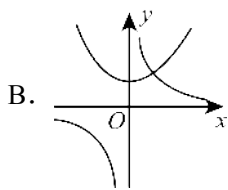
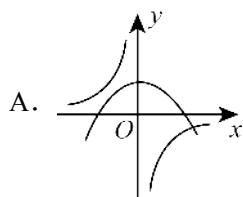
3. 已知二次函数 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象有最小值，则反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 的图象可能是 ()



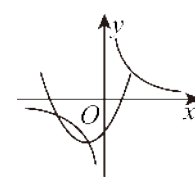
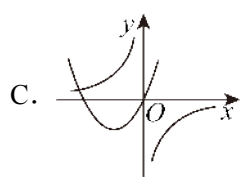
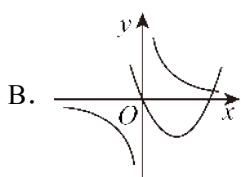
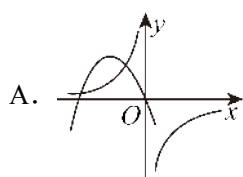
4. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图，则函数 $y = \frac{a+b}{x}$ 与函数 $y = bx + c (b \neq 0)$ 的图象可能是 ()



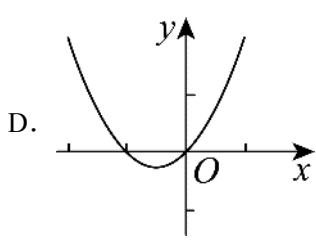
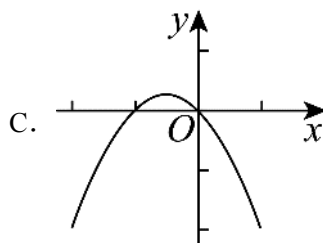
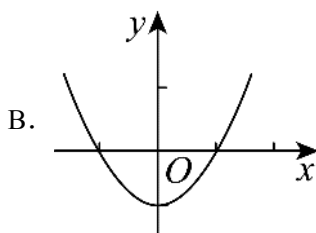
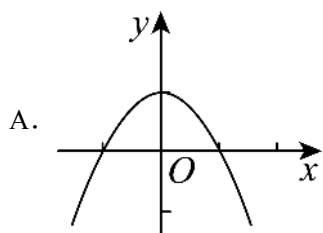
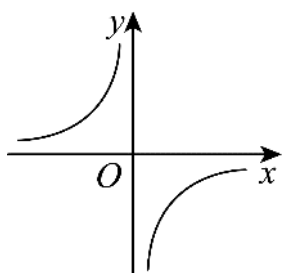
5. 函数 $y = ax^2 - a$ 与 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 在同一直角坐标系中的图象可能是 ()



6. 反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 与二次函数 $y = ax^2 + ax$ 在同一坐标轴中的图象大致是 ()



7. 函数 $y = \frac{k}{x} (x \neq 0)$ 的图象如图所示, 那么函数 $y = kx^2 - k$ 的图象大致是 ()



易错点四：不会结合不等号与图象关键点



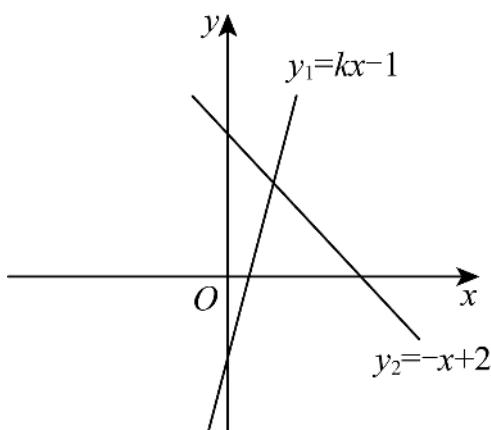
函数与不等式：可以看作当一个函数的函数值大（小）于另一个函数的函数值，通过两个函数的交点可

求自变量相应的取值范围

易错提醒：容易把这类题型与求函数解析式题型混淆，直接去求函数解析式，思路错误后容易出现求解不出解析式的情况，导致无法做出答案



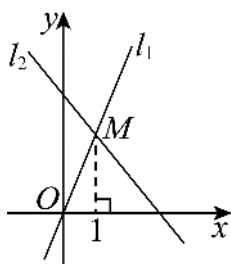
例 7. 一次函数 $y_1 = kx - 1$ ($k \neq 0$) 与 $y_2 = -x + 2$ 的图象如图所示，当 $x < 1$ 时， $y_1 < y_2$ ，则满足条件的 k 的取值范围是 ()



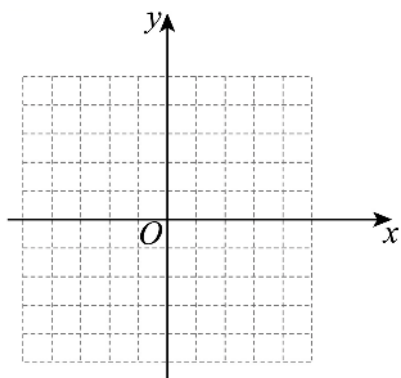
- A. $k > -1$ ，且 $k \neq 0$ B. $-1 \leq k \leq 2$ ，且 $k \neq 0$
C. $k \leq 2$ ，且 $k \neq 0$ D. $k < -1$ 或 $k > 2$

例 8. 已知关于直线 $x=1$ 对称的抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(2n+3, y_1)$ ， $B(n-1, y_2)$ 两点，且点 A，B 分别位于抛物线对称轴的两侧，则位于对称轴左侧的点是_____ (填 A 或 B)，若此时 $y_1 < y_2$ ，则 n 的取值范围是_____.

变式 1. 如图，直线 $l_1: y = 2x$ 与直线 $l_2: y = kx + 3$ 交于点 M，则不等式 $2x \geq kx + 3$ 的解集为_____.



变式 2. 已知一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 经过点 $B(0,1)$ ，与 x 轴交于点 A.

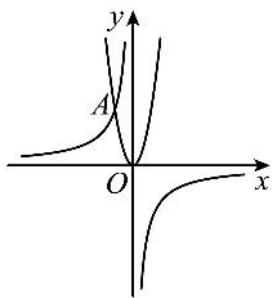


(1)求 b 的值和点 A 的坐标;

(2)画出此函数的图象;

(3)观察图象, 当 $-1 < -\frac{1}{2}x + b < 1$ 时, x 的取值范围是_____.

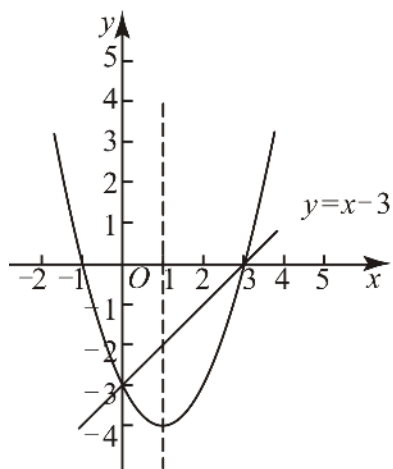
变式 3. 如图, 二次函数 $y = 2x^2$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 $A(-1, b)$.



(1)求 k 的值;

(2)根据图象, 写出二次函数值大于反比例函数值时 x 的取值范围.

变式 4. 如图所示, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象经过 $(-1, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(0, -3)$ 三点.



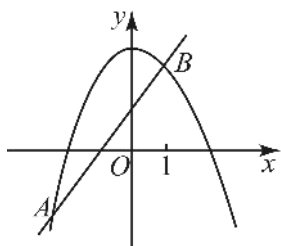
(1)求二次函数的解析式;

(2)方程 $ax^2 + bx + c = m$ 有两个实数根, m 的取值范围为_____.

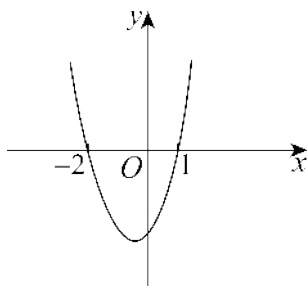
(3)不等式 $ax^2 + bx + c > x - 3$ 的解集为_____;



1. 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + c$ 与直线 $y = kx + m$ 交于 $A(-3, y_1)$, $B(1, y_2)$ 两点, 则关于 x 的不等式 $ax^2 + c \leq kx + m$ 的解集是 ()

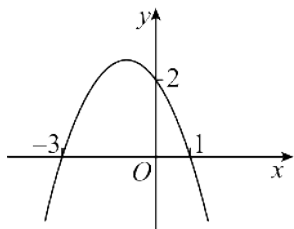


- A. $-3 \leq x \leq 1$ B. $-1 \leq x \leq 3$
C. $x \geq 1$ 或 $x \leq -3$ D. $x \geq 3$ 或 $x \leq -1$
2. 二次函数 $y = x^2 + x - 2$ 的图象如图所示, 则当函数值 $y > 0$ 时, x 的取值范围是 ()

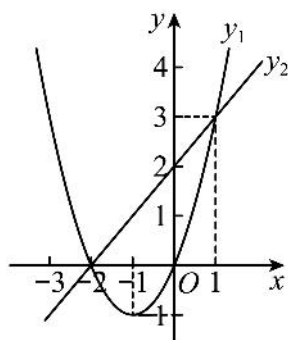


- A. $x < -2$ B. $x > 1$ C. $-2 < x < 1$ D. $x < -2$ 或 $x > 1$
3. 已知直线 $y_1 = ax - 4a$ 经过抛物线 $y_2 = bx^2 - 4bx$ 的顶点, 且当 $x < 0$ 时, $y_1 > y_2$, 则当 $y_1 < y_2$ 时, x 的取值范围是_____.

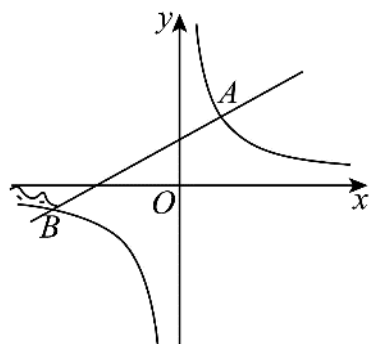
4. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 交 x 轴于点 $(-3, 0)$, $(1, 0)$, 交 y 轴于点 $(0, 2)$, 则关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是_____.



5. 如图是二次函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 和一次函数 $y_2 = mx + n$ ($m \neq 0$) 的图象, 当 $y_2 > y_1$ 时, x 的取值范围是_____.



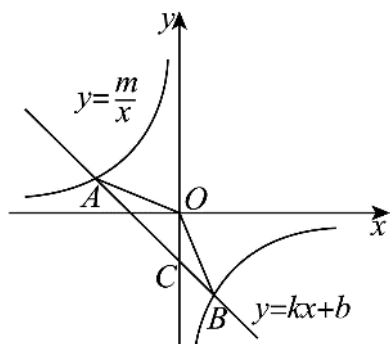
6. 如图, 一次函数 $y_1 = \frac{1}{2}x + 1$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 $A(m, 2)$ 和 B 两点.



(1) 求点 B 的坐标.

(2) 根据图象直接写出 $y_1 < y_2$ 的自变量 x 的范围.

7. 如图, 已知 $A(-3, 2)$, $B(n, -3)$ 是一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象的两个交点.



(1) 求反比例函数和一次函数的解析式;

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) 根据图象直接写出 $kx + b > \frac{m}{x}$ 时 x 的取值范围;

易错点五：混淆二次函数中系数的意义



在二次函数中：① a 决定抛物线的开口方向和大小：当 $a > 0$ 时，抛物线向上开口；当 $a < 0$ 时，抛物线向下开口；

② b 和 a 共同决定对称轴的位置：当 a 与 b 同号时，对称轴在 y 轴左边；当 a 与 b 异号时，对称轴在 y 轴右边。

③ c 决定抛物线与 y 轴交点，抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$ 。

易错提醒：需熟悉二次函数中系数代表的意义



例 9. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a < 0$) 与 x 轴的一个交点为 $A(x_1, 0)$, $-2 < x_1 < -1$, 其对称轴是直线 $x = 1$. 有下列结论 ① $bc > 0$; ② $8a + c < 0$; ③ $5a + b + 2c > 0$. 其中, 正确结论的个数是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

例 10. 已知二次函数 $y = ax^2 + 2ax + c$ (a, c 为常数且 $a < 0$) 经过 $(1, m)$, 且 $mc < 0$, 下列结论: ① $c > 0$;

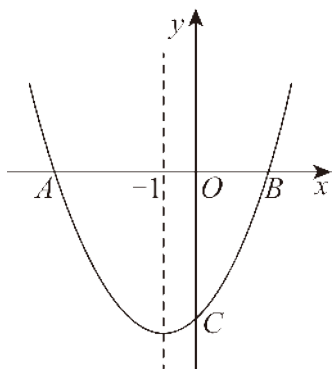
② $a < -\frac{c}{3}$; ③ 若关于 x 的方程 $ax^2 + 2ax = p - c$ ($p > 0$) 有整数解, 则符合条件的 p 的值有 2 个; ④ 当

$a \leq x \leq a + 3$ 时, 二次函数的最大值为 c , 则 $a = -4$.

其中一定正确的有 _____. (填序号即可)

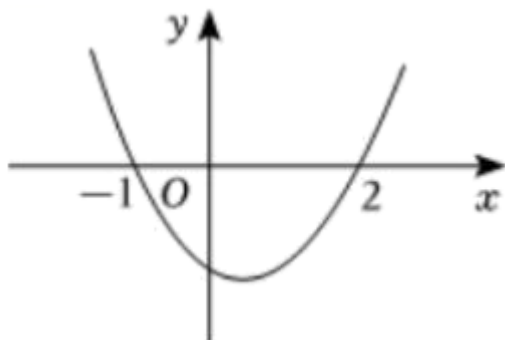
变式 1. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 A, B , 与 y 轴交于点 C , 对称轴为直线 $x = -1$. 若

点 A 的坐标为 $(-4, 0)$, 有下列结论: ① $abc > 0$; ② $2a - b = 0$; ③ $4a + c < 2b$; ④ 点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 在抛物线上, 当 $x_1 > x_2 > -1$ 时, $y_1 < y_2$. 其中, 正确结论的个数是 ()



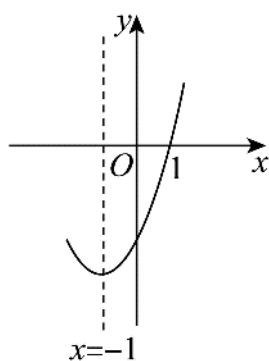
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

变式 2. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 与 y 轴负半轴相交, 下列描述不正确的为 ()



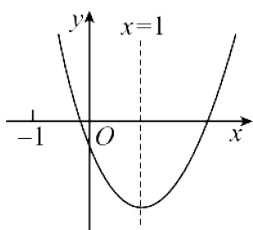
- A. 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$
- B. 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根的判别式 $b^2 - 4ac > 0$
- C. 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大
- D. 不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $-1 < x < 2$

变式 3. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象的一部分, 对于下列结论: ① $abc < 0$; ② $b > 2a$; ③ $a + b + c = 0$; ④关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根分别为 -3 和 1 ; 其中正确的有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

变式 4. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像如图所示, 对称轴为 $x = 1$, 给出下列结论: ① $abc > 0$; ② $b^2 = 4ac$; ③ $4a + 2b + c > 0$; ④ $3a + c > 0$, 其中正确的结论有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



1. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示. 下列结论:

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/337125054135006116>