2023-2024学年福建省龙岩市连城一中新高三起点调研测试数学试题试卷

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．集合 $A=\left\{x\middle|x^2-x-2\le 0\right\}$，$B=\left\{x\middle|x-1<0\right\}$，则 $A\cup B$=( )

A．$\left\{x\middle|x<1\right\}$　　B．$\left\{x\middle|-1\le x<1\right\}$

C．$\left\{x\middle|x\le 2\right\}$　　D．$\left\{x\middle|-2\le x<1\right\}$

2．已知集合 $A=\left\{x\middle|y=\lg\sin x+\sqrt{9-x^2}\right\}$，则 $f(x)=\cos 2x+2\sin x$，$x\in A$ 的值域为（　　）

A．$\left[1,\frac{3}{2}\right]$　　B．$\left(1,\frac{3}{2}\right]$　　C．$\left(-1,\frac{1}{2}\right]$　　D．$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},2\right)$

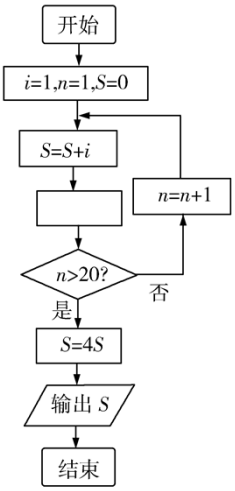
3．已知函数 $f\left(x\right)=\left(e^x-a\right)\left(ax+\frac{1}{e}\right)$，若 $f\left(x\right)\ge 0\left(x\in R\right)$ 恒成立，则满足条件的 a 的个数为（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

4．已知点 *P* 在椭圆 *τ*：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上，点 *P* 在第一象限，点 *P* 关于原点 *O* 的对称点为 *A*，点 *P* 关于 *x* 轴的对称点为 *Q*，设 $\overrightarrow{PD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{PQ}$，直线 *AD* 与椭圆 *τ* 的另一个交点为 *B*，若 *PA*⊥*PB*，则椭圆 *τ* 的离心率 *e*=（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

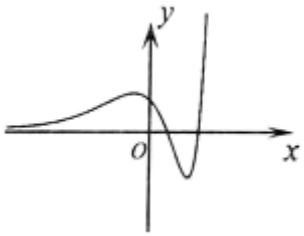
5．已知 $\frac{\pi}{4}\approx 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\cdots$，如图是求 π 的近似值的一个程序框图，则图中空白框中应填入

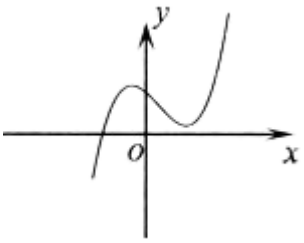


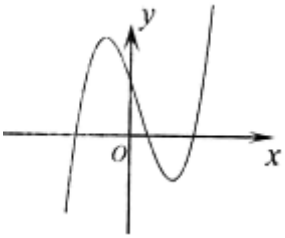
A．$i=-\dfrac{1}{2n-1}$　　**B**．$i=-\dfrac{1}{i+2}$

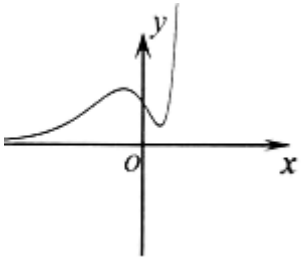
C．$i=\dfrac{(-1)^n}{2n+1}$　　**D**．$i=\dfrac{(-1)^n}{i+2}$

6．函数 $f\left(x\right)=\left(x^2-4x+1\right)\cdot e^x$ 的大致图象是（　　）

A．

B．

C．

D．

7．已知点 $A(-3,0),B(0,3)$，若点 P 在曲线 $y=-\sqrt{1-x^2}$ 上运动，则 $\triangle PAB$ 面积的最小值为（　　）

A．6　　**B**．3　　**C**．$\dfrac{9}{2}-\dfrac{3}{2}\sqrt{2}$　　**D**．$\dfrac{9}{2}+\dfrac{3}{2}\sqrt{2}$

8．已知点 $A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$ 是函数 $f\left(x\right)=a\sqrt{x}+bx^2$ 的函数图像上的任意两点，且 $y=f\left(x\right)$ 在点 $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)\right)$ 处的切线与直线 ***AB*** 平行，则(　　)

A．$a=0$，***b*** 为任意非零实数　　**B**．$b=0$，***a*** 为任意非零实数

C．***a***、***b*** 均为任意实数　　**D**．不存在满足条件的实数 ***a***，***b***

9．数列$\{a_n\}$，满足对任意的$n\in N_+$，均有$a_n+a_{n+1}+a_{n+2}$为定值.若$a_7=2$，$a_9=3$，$a_{98}=4$，则数列$\{a_n\}$的前100项的和$S_{100}=$(　　)

A．132　　B．299　　C．68　　D．99

10．已知函数$f(x)=\cos(2x+\frac{\pi}{3})$，则下列结论错误的是(　　)

A．函数$f\left(x\right)$的最小正周期为π

B．函数$f\left(x\right)$的图象关于点$\left(\frac{\pi}{12},0\right)$对称

C．函数$f\left(x\right)$在$\left(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$上单调递增

D．函数$f\left(x\right)$的图象可由$y=\sin 2x$的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度得到

11．已知非零向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=\lambda|\vec{b}|$，若$\vec{a},\vec{b}$夹角的余弦值为$\frac{19}{30}$，且$\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)\perp\left(3\vec{a}+\vec{b}\right)$，则实数$\lambda$的值为（　　）

A．$-\frac{4}{9}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{3}{2}$或$-\frac{4}{9}$　　D．$\frac{3}{2}$

12．已知等差数列$\left\{a_n\right\}$中，$a_5=7,a_{10}+a_7=0$，则$a_3+a_4=$（　　）

A．20　　B．18　　C．16　　D．14

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知数列$\left\{a_n\right\}$满足$a_1+2a_2+3a_3+\ldots+na_n=2^n$，则$a_n=$_____.

14．已知一个四面体$ABCD$的每个顶点都在表面积为9π的球O的表面上，且$AB=CD=a$，$AC=AD=BC=BD=\sqrt{5}$，则$a=$_____.

15．棱长为a的正四面体$ABCD$与正三棱锥$E-BCD$的底面重合，若由它们构成的多面体$ABCDE$的顶点均在一球的球面上，则正三棱锥$E-BCD$的内切球半径为_____.

16．某校高二（4）班统计全班同学中午在食堂用餐时间，有7人用时为6分钟，有14人用时7分钟，有15人用时为8分钟，还有4人用时为10分钟，则高二（4）班全体同学用餐平均用时为____分钟.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）在全面抗击新冠肺炎疫情这一特殊时期，我市教育局提出“停课不停学”的口号，鼓励学生线上学习.某校数学教师为了调查高三学生数学成绩与线上学习时间之间的相关关系，对高三年级随机选取45名学生进行跟踪问卷，其中每周线上学习数学时间不少于5小时的有19人，余下的人中，在检测考试中数学平均成绩不足120分的占$\frac{8}{13}$，统计成绩后得到如下2×2列联表：

	分数不少于120分	分数不足120分	合计

线上学习时间不少于 5 小时		4	19
线上学习时间不足 5 小时			
合计			45

（1）请完成上面 2×2 列联表；并判断是否有 99%的把握认为“高三学生的数学成绩与学生线上学习时间有关”；

（2）①按照分层抽样的方法，在上述样本中从分数不少于 120 分和分数不足 120 分的两组学生中抽取 9 名学生，设抽到不足 120 分且每周线上学习时间不足 5 小时的人数是 X，求 X 的分布列（概率用组合数算式表示）；

②若将频率视为概率，从全校高三该次检测数学成绩不少于 120 分的学生中随机抽取 20 人，求这些人中每周线上学习时间不少于 5 小时的人数的期望和方差.

（下面的临界值表供参考）

$P(K^2\geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

（参考公式 $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ 其中 $n=a+b+c+d$ ）

18.（12 分）在数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 中，$a_1=0$，$a_3=2$，$b_n=2^{a_n+1}\left(n\in N^*\right)$.

（1）求数列 $\{b_n\}$ 及 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若 $c_n=\dfrac{1}{2}a_nb_n$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

19.（12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F_1，过点 F_1 且与 x 轴垂直的直线被椭圆截得的线段长为 $\sqrt{2}$，且 F_1 与短轴两端点的连线相互垂直.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）若圆 $O:x^2+y^2=a^2$ 上存在两点 M，N，椭圆 C 上存在两个点 P,Q 满足：M,N,F_1 三点共线，P,Q,F_1 三点共线，且 $\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{MN}=0$，求四边形 $PMQN$ 面积的取值范围.

20.（12 分）已知函数 $f(x)=me^x-2x-m$.

（1）当 $m=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

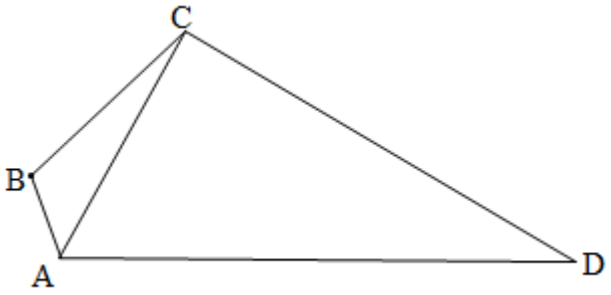
（2）若 $f(x)>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，求 m 的取值范围.

21．（12 分）已知函数 $f(x)=e^{x}-\ln(x+m)+m, m\in R$．

（1）若 $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的极值点，求 $f(x)$ 的单调区间；

（2）当 $m\le 2$ 时，证明：$f(x)>m$

22．（10 分）在平面四边形 $ABCD$ 中，已知 $\angle ABC=\frac{3\pi}{4}$，$AB\perp AD,\ AB=1$．



（1）若 $AC=5$，求 $\triangle ABC$ 的面积；

（2）若 $sin\angle CAD=\frac{2\sqrt{5}}{5}, AD=4,$ 求 CD 的长.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

先化简集合 A,B，结合并集计算方法，求解，即可．

【详解】

解得集合 $A=\{x|(x-2)(x+1)\le 0\}=\{x|-1\le x\le 2\}$，$B=\{x|x<1\}$

所以 $A\cup B=\{x|x\le 2\}$，故选 C．

【点睛】

本道题考查了集合的运算，考查了一元二次不等式解法，关键化简集合 A,B，难度较小．

2、A

【解析】

先求出集合 $A=(0,3]$，化简 $f(x)=-2\sin^2x+2\sin x+1$，令 $\sin x=t\in(0,1]$，得 $g(t)=-2t^2+2t+1$ 由二次函数的性质即可得值域.

【详解】

由 $\begin{cases}\sin x>0\\ 9-x^2\geq 0\end{cases}\Rightarrow 0<x\leq 3$，得 $A=(0,3]$，$f(x)=\cos 2x+2\sin x=-2\sin^2x+2\sin x+1$，令 $\sin x=t$，

$\because x\in(0,3]$，$\therefore t\in(0,1]$，所以得 $g(t)=-2t^2+2t+1$，$g(t)$ 在 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 上递增，在 $\left(\frac{1}{2},1\right)$ 上递减，

$g(1)=1, g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}$，所以 $g(t)\in\left[1,\frac{3}{2}\right]$，即 $f(x)$ 的值域为 $\left[1,\frac{3}{2}\right]$

故选 A

【点睛】

本题考查了二次不等式的解法、二次函数最值的求法，换元法要注意新变量的范围，属于中档题

3、C

【解析】

由不等式恒成立问题分类讨论：①当 $a=0$，②当 $a<0$，③当 $a>0$，考查方程 $\ln a=-\frac{1}{ae}$ 的解的个数，综合①②③得解.

【详解】

①当 $a=0$ 时，$f(x)=e^{x-1}>0\ldots 0$，满足题意，

②当 $a<0$ 时，$e^x-a>0$，$\exists x_0\in(-\frac{1}{ae},+\infty)$，$ax+\frac{1}{e}<0$，故 $f(x)\ldots 0(x\in R)$ 不恒成立，

③当 $a>0$ 时，设 $g(x)=e^x-a$，$h(x)=ax+\frac{1}{e}$，

令 $g(x)=e^x-a=0$，得 $x=\ln a$，$h(x)=ax+\frac{1}{e}=0$，得 $x=-\frac{1}{ae}$，

下面考查方程 $\ln a=-\frac{1}{ae}$ 的解的个数，

设 $\varphi(a)=a\ln a$，则 $\varphi'(a)=1+\ln a$

由导数的应用可得：

$\varphi(a)=a\ln a$ 在 $(0,\frac{1}{e})$ 为减函数，在 $(\frac{1}{e},+\infty)$ 为增函数，

则 $\varphi(a)_{min}=-\frac{1}{e}$，

即 $ln a = -\frac{1}{ae}$ 有一解，

又 $g(x)=e^{x}-a$ ， $h(x)=ax+\frac{1}{e}$ 均为增函数，

所以存在 1 个 a 使得 $f(x)\geq 0(x\in R)$ 成立，

综合①②③得：满足条件的 a 的个数是 2 个，

故选： C .

【点睛】

本题考查了不等式恒成立问题及利用导数研究函数的解得个数，重点考查了分类讨论的数学思想方法，属难度较大的题型.

4、C

【解析】

设 $P(x_1,y_1)$ ，则 $A(-x_1,-y_1)$ ， $Q(x_1,-y_1)$ ， $D\left(x_1,-\frac{y_1}{2}\right)$ ，设 $B(x_2,y_2)$ ，根据 $PA\perp PB$ 化简得到 $3a^2=4c^2$ ，得到答案.

【详解】

设 $P(x_1,y_1)$ ，则 $A(-x_1,-y_1)$ ， $Q(x_1,-y_1)$ ， $\overrightarrow{PD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{PQ}$ ，则 $D\left(x_1,-\frac{y_1}{2}\right)$ ，设 $B(x_2,y_2)$ ，

则 $\begin{cases}\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1\\ \frac{x_2^2}{a^2}+\frac{y_2^2}{b^2}=1\end{cases}$ ，两式相减得到： $\frac{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}{a^2}=-\frac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{b^2}$ ，

$k_{PB}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{x_1+x_2}{y_1+y_2}$ ， $k_{AD}=k_{AB}$ ，即 $\frac{y_1}{4x_1}=\frac{y_1+y_2}{x_1+x_2}$ ， $k_{PA}=\frac{y_1}{x_1}=\frac{4(y_1+y_2)}{x_1+x_2}$ ，

$PA\perp PB$ ，故 $k_{PA}\cdot k_{PB}=-1$ ，即 $-4\frac{b^2}{a^2}=-1$ ，故 $3a^2=4c^2$ ，故 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选： C .

【点睛】

本题考查了椭圆的离心率，意在考查学生的计算能力和转化能力.

5、C

【解析】

由于 $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\cdots$ 中正项与负项交替出现，根据 $S=S+i$ 可排除选项 A、B；执行第一次循环： $S=0+1=1$ ，①若图中空白框中填入 $i=\frac{(-1)^n}{2n+1}$ ，则 $i=-\frac{1}{3}$ ，②若图中空白框中填入 $i=\frac{(-1)^n}{i+2}$ ，则 $i=-\frac{1}{3}$ ，此时 $n>20$ 不成立， $n=2$

；执行第二次循环：由①②均可得$S=1-\frac{1}{3}$，③若图中空白框中填入$i=\frac{(-1)^n}{2n+1}$，则$i=\frac{1}{5}$，④若图中空白框中填入$i=\frac{(-1)^n}{i+2}$，则$i=\frac{3}{5}$，此时$n>20$不成立，$n=3$；执行第三次循环：由③可得$S=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$，符合题意，由④可得$S=1-\frac{1}{3}+\frac{3}{5}$，不符合题意，所以图中空白框中应填入$i=\frac{(-1)^n}{2n+1}$，故选 C.

6、A

【解析】

用$x<0$排除 *B*，*C*；用$x=2$排除D；可得正确答案.

【详解】

解：当$x<0$时，$x^2-4x+1>0$，$e^x>0$，

所以$f(x)>0$，故可排除 *B*，*C*；

当$x=2$时，$f(2)=-3e^2<0$，故可排除 *D*.

故选：*A*.

【点睛】

本题考查了函数图象，属基础题.

7、B

【解析】

求得直线AB的方程，画出曲线表示的下半圆，结合图象可得P位于$(-1,0)$，结合点到直线的距离公式和两点的距离公式，以及三角形的面积公式，可得所求最小值.

【详解】

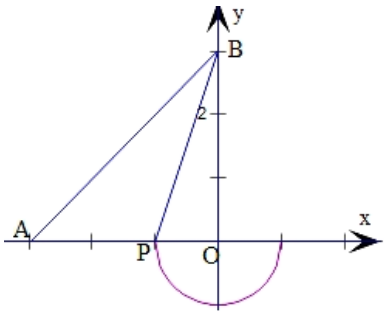
解：曲线$y=-\sqrt{1-x^2}$表示以原点O为圆心，1 为半径的下半圆(包括两个端点)，如图，

直线AB的方程为$x-y+3=0$，

可得$|AB|=3\sqrt{2}$，由圆与直线的位置关系知P在$(-1,0)$时，P到直线AB距离最短，即为$\frac{|-1-0+3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，

则$\triangle PAB$的面积的最小值为$\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times\sqrt{2}=3$.

故选：*B*.



【点睛】

本题考查三角形面积最值，解题关键是掌握直线与圆的位置关系，确定半圆上的点到直线距离的最小值，这由数形结合思想易得.

8、A

【解析】

求得 $f\left(x\right)$ 的导函数，结合两点斜率公式和两直线平行的条件：斜率相等，化简可得 $a=0$，b 为任意非零实数.

【详解】

依题意 $f^{'}\left(x\right)=\frac{a}{2\sqrt{x}}+2bx$，$y=f\left(x\right)$ 在点 $\left(\frac{x_1+x_2}{2},f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)\right)$ 处的切线与直线 ***AB*** 平行，即有

$$\frac{a}{2\sqrt{\frac{x_1+x_2}{2}}}+b\left(x_1+x_2\right)=\frac{a\sqrt{x_2}+bx_2^2-a\sqrt{x_1}-bx_1^2}{x_2-x_1}$$

$=\frac{a\left(\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1}\right)}{x_2-x_1}+b\left(x_1+x_2\right)$，所以 $\frac{a}{\sqrt{2\left(x_1+x_2\right)}}=\frac{a}{\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}}$，由于对任意 x_1,x_2 上式都成立，可得 $a=0$，b 为非零实数.

故选：A

【点睛】

本题考查导数的运用，求切线的斜率，考查两点的斜率公式，以及化简运算能力，属于中档题.

9、B

【解析】

由 $a_n+a_{n+1}+a_{n+2}$ 为定值，可得 $a_{n+3}=a_n$，则 $\left\{a_n\right\}$ 是以 3 为周期的数列，求出 a_1,a_2,a_3，即求 S_{100}.

【详解】

对任意的 $n\in\mathbf{N}_+$，均有 $a_n+a_{n+1}+a_{n+2}$ 为定值，

$\therefore\left(a_{n+1}+a_{n+2}+a_{n+3}\right)-\left(a_n+a_{n+1}+a_{n+2}\right)=0$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/338031063131006116