

# 导图明学

## 2.9幂函数

任务1：课前热身

课前完成相应的试题

任务2：主干知识梳理

考纲解读及相应知识的回顾

任务3：师生探学

★ 热点一 幂函数定义的理解

★ 热点二 幂函数单调性的应用

★ 热点三 幂函数性质的综合应用

任务4：合作互学

通过生生合作，充分利用同伴合作力量进一步完善所学的知识的系统性、全面性；

任务5：在线测学

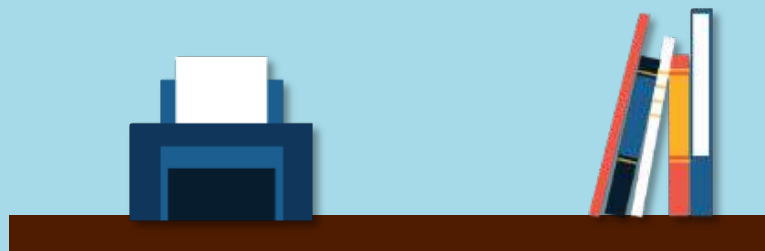
在线平台5分钟检测；

任务6：作业检学

自编配套 幂函数 2.9



不能在失败中找出经验、教训的人，他距离成功的道路是遥远的。

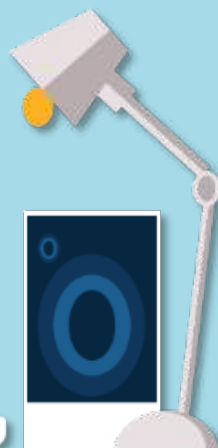


# 第11讲 幂函数

——2017届高三一轮专题突破



作者：顾建伟  
作者单位：湖州市练市中学  
适用年级：高三年级



练市中学 教师发展中心

Email: gjw421@16

2024/10/21



好学生是自己悟出来的，不是老师教或评出来的！

## 【备考方向】

考 纲 点 击	<p>1.了解幂函数的概念.</p> <p>2.结合函数 <math>y=x</math>, <math>y=x^2</math>, <math>y=x^3</math>, <math>y=\frac{1}{x}</math>, <math>y=x^{\frac{1}{2}}</math> 的图象, 了解它们的变化情况.</p>
热 点 提 示	<p>1.常以 5 种幂函数为载体, 考查幂函数的图象及性质;</p> <p>2.多以选择、填空题的形式出现, 有时会与其他知识结合在知识交汇点处命题.</p>

# 课前小试

做一做 信心倍增

课前热身——您会了?

1. 设  $a \in \left\{ -1, 1, \frac{1}{2}, 3 \right\}$

$$y = x^a$$

$\mathbb{R}$

$a$  的值为 **1, 3**

2. 指数函数  $f(x)$  过点  $(2, \frac{1}{4})$ ，则  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

$g(x)$  过点  $(2, \frac{1}{4})$ ，则  $g(x) = x^{-2}$

3. (2015·孝感模拟) 函数  $f(x) = (m^2 - m - 1)x^m$  是幂函数，且在  $(-\infty, +\infty)$  上为增函数，则实数  $m$  的值为 ( )  
A. -1 B. 2 C. 1 D. -1 或 2

**B**

4. 利用幂函数的性质，比较各组中两个值的大小：

$$(1) 0.18^{-1.2} \quad \underline{\quad} \quad 0.15^{-1.2}$$

$$(2) \left(\frac{7}{8}\right)^{-\frac{8}{7}} \quad \underline{\quad} \quad 1$$

$$0.18^{-1.2} < 0.15^{-1.2}$$

$$\left(\frac{7}{8}\right)^{-\frac{8}{7}} > 1$$



### 1. 幂函数的定义

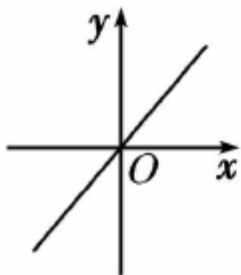
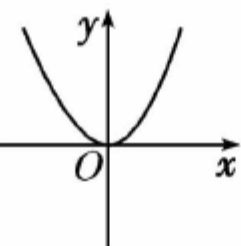
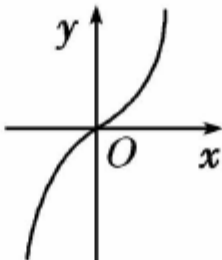
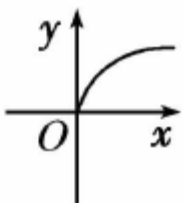
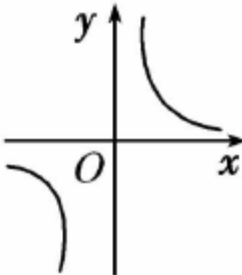
形如  $y=x^\alpha$  ( $\alpha \in \mathbb{R}$ ) 的函数称为幂函数，其中  $x$  为自变量， $\alpha$  为常数.

#### [思考探究1]

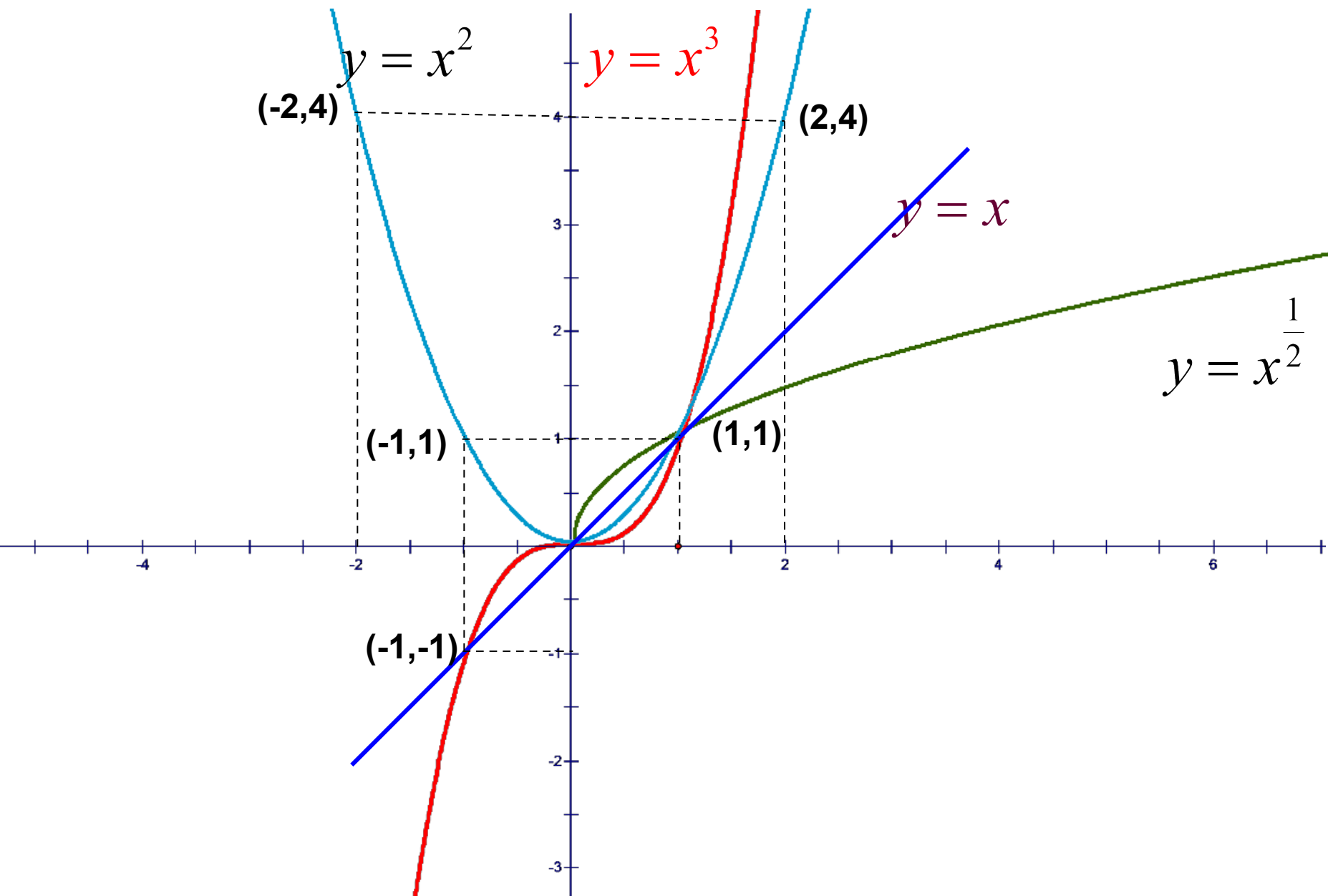
幂函数与指数函数有何不同？

**提示：**本质区别在于自变量的位置不同，幂函数的自变量在底数位置，而指数函数的自变量在指数位置.

## 2. 常用幂函数的图象与性质

特征 性质	$y=x$	$y=x^2$	$y=x^3$	$y=x^{\frac{1}{2}}$	$y=x^{-1}$
图象					
定义域	<u><math>\mathbf{R}</math></u>	<u><math>\mathbf{R}</math></u>	<u><math>\mathbf{R}</math></u>	<u><math>\{x x \geq 0\}</math></u>	<u><math>\{x x \neq 0\}</math></u>
值域	<u><math>\mathbf{R}</math></u>	<u><math>\{y y \geq 0\}</math></u>	<u><math>\mathbf{R}</math></u>	<u><math>\{y y \geq 0\}</math></u>	<u><math>y \neq 0</math></u>
奇偶性	<u>奇</u>	<u>偶</u>	<u>奇</u>	<u>非奇非偶</u>	<u>奇</u>
单调性	<u>增</u>	<u><math>(-\infty, 0)</math> 减</u> <u><math>(0, +\infty)</math> 增</u>	<u>增</u>	<u>增</u>	<u><math>(-\infty, 0)</math>,</u> <u><math>(0, +\infty)</math> 减</u>
定点	<u><math>(1, 1)</math></u>				

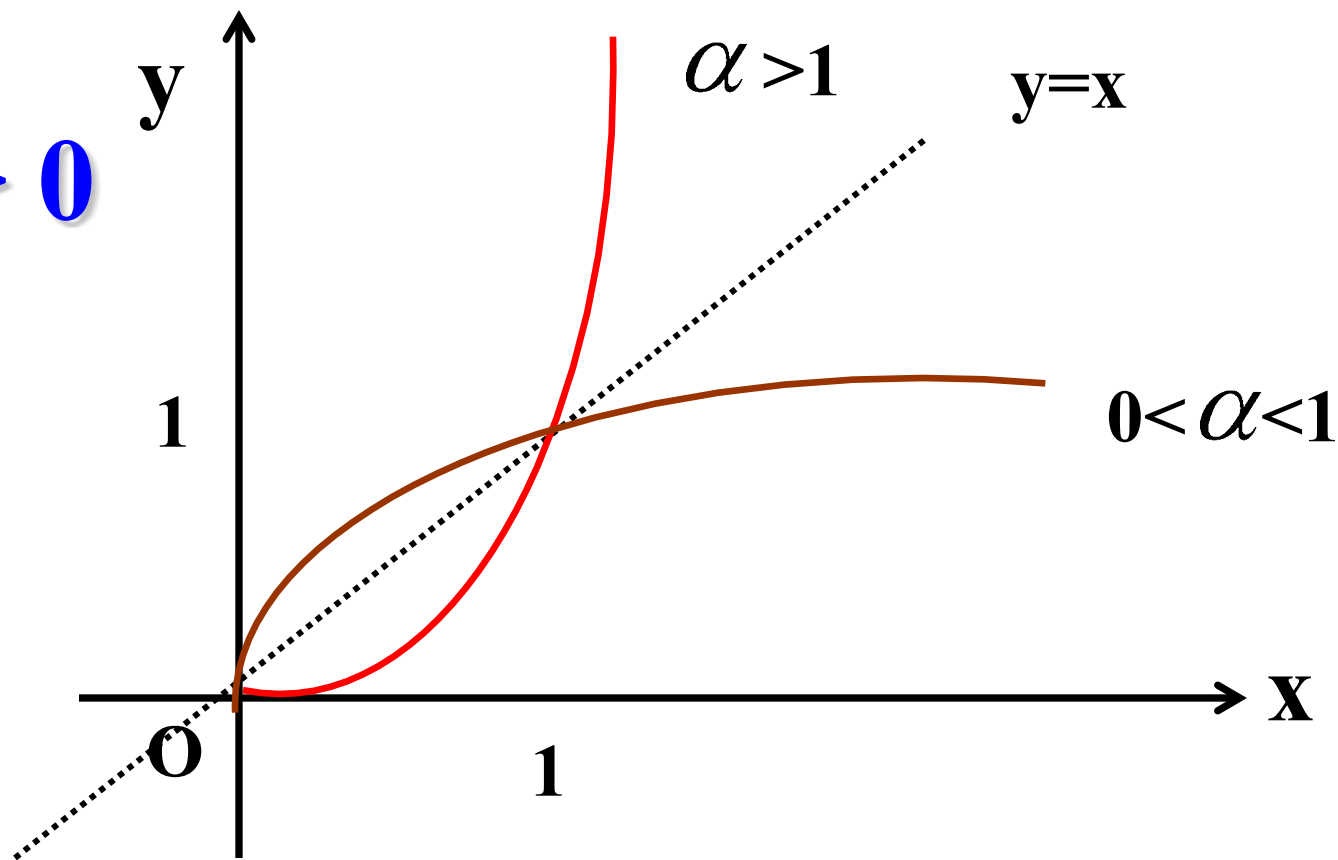
# 五种幂函数的图象





# 【幂函数在第一象限的性质小结】

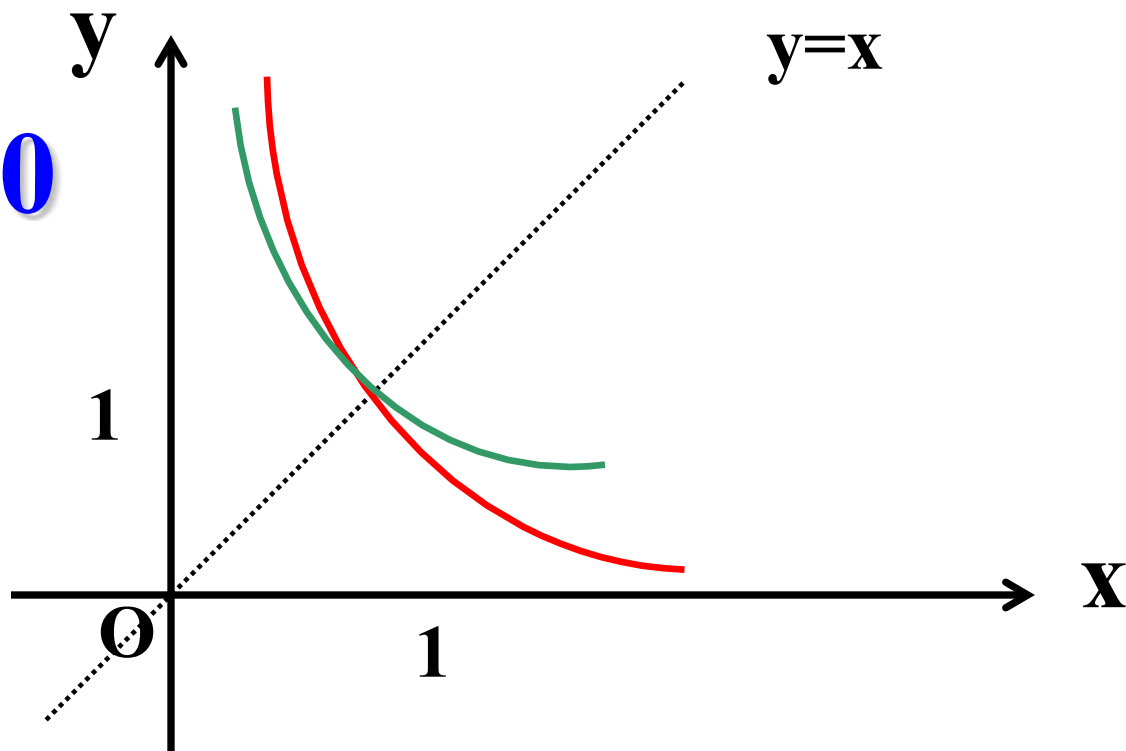
当  $\alpha > 0$



- (1) 图象必经过点  $(0, 0)$  和  $(1, 1)$  ；
- (2) 在第一象限内，函数值随着  $x$  的增大而增大。

# 【幂函数在第一象限的性质小结】

当  $\alpha < 0$



- (1) 图象必经过点  $(1, 1)$  ；
- (2) 在第一象限内，函数值随着  $x$  的增大而减小；
- (3) 在第一象限内，图象向上与  $y$  轴无限地接近，  
图象向右与  $x$  轴无限地接近。

## 【归纳. 提醒】

$y = x^\alpha$  当 $0 < \alpha < 1$ 时, 函数图像在**第一象限内**的规律如下

过点  $(0, 0)$ 、 $(1, 1)$  呈抛物线型, 上凸递增。

$y = x^\alpha$  当 $\alpha > 1$ 时, 函数图像在**第一象限内**的规律如下

过点  $(0, 0)$ 、 $(1, 1)$  呈抛物线型, 下凸递增。

$y = x^\alpha$  当 $\alpha < 0$ 时, 函数图像在**第一象限内**的规律如下

过点  $(1, 1)$  呈双曲线型, 递减, 与两坐标轴的正半轴无限接近。

## 【梳理反馈】

1. 已知点  $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 3\sqrt{3}\right)$   
奇函数

$f(x)$

$f(x)$

$\{x \mid x \neq 0\}$

$(-\infty, 0), (0, +\infty)$

2. 在下列函数中，定义域和值域不同的函数是( **D** )

A.  $y = x^{\frac{1}{3}}$

$y = x^{-\frac{1}{2}}$

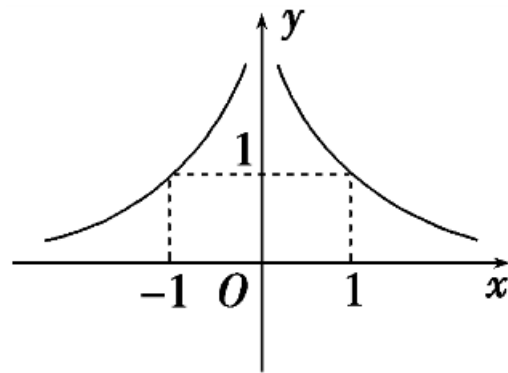
$y = x^{\frac{5}{3}}$

$y = x^{\frac{2}{3}}$

# 【梳理反馈】

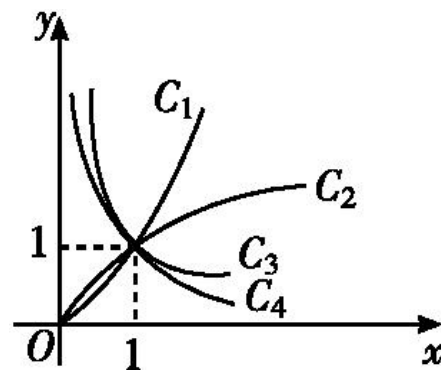
3. (2015·吉林模拟)幂函数  $y=x^{m^2-4m}$

C



4. 图中曲线是幂函数  $y = x^\alpha$

$$\frac{1}{2}$$



【解析】由图象特征可知  $C_1 > 1, 0 < C_2 < 1, C_3, C_4 < 0$ ,

又  $x=2$  时,  $2^{-2} = \frac{1}{4}$      $2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$      $\frac{1}{2}$

### 热点一 幂函数定义的理解

例 1. 已知函数  $f(x) = (m^2 - m - 1)x^{-5m-3}$

**【思路启迪】** (1)(2)(3)(4) 可根据函数的定义列出等式或不等式求解.

**【解析】** (1) 若  $f(x)$  是正比例函数,

则  $-5m-3=1$ , 解得  $m=-\frac{4}{5}$ , 此时  $m^2-m-1 \neq 0$ , 故  $m=-\frac{4}{5}$ .

(2) 若  $f(x)$  是反比例函数, 则  $-5m-3=-1$ ,

则  $m=-\frac{2}{5}$ , 此时  $m^2-m-1 \neq 0$ , 故  $m=-\frac{2}{5}$ .

(3) 若  $f(x)$  是二次函数, 则  $-5m-3=2$ ,

即  $m=-1$ , 此时  $m^2-m-1 \neq 0$ , 故  $m=-1$ ,

(4)  $\because f(x)$  是幂函数, 故

$m^2-m-1=1$ , 即  $m^2-m-2=0$ ,

解得  $m=2$  或  $m=-1$ .



1. 根据幂函数的定义, 如果  $f(x) = x^\alpha$  是幂函数, 则  $x^\alpha$  的系数必须为 1, 且  $\alpha$  为常数.

2. 几个具体函数的定义:

(1) 正比例函数  $y = kx (k \neq 0)$ ;

(2) 反比例函数  $y = \frac{k}{x}; (k \neq 0)$

(3) 一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$ ;

(4) 二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ ;

(5) 幂函数  $y = x^\alpha (\alpha \in \mathbf{R})$ .

# 【延伸拓展1】

已知幂函数  $f(x) = (t^3 - t + 1)x^{\frac{1+4t-t^2}{2}}$

$(0, +\infty)$

$t$

的值。

**点拨：** 掌握幂函数的概念与性质。



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/338034104041006052>