上海市南汇中学2023-2024学年高一上学期12月月考数学试卷

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、填空题

1．函数$f\left(x\right)=\log_a x+2\left(a>0,a\neq 1\right)$恒过定点的坐标为______

2．已知$a>0$，则化简$\left(\frac{a^2}{a^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}}$的结果是___

3．函数$y=\sqrt{2023^x-1}$的定义域为___

4．若函数$f(x)=x+\frac{3}{x},x\in[1,2]$，则函数值域为______

5．已知$\log_{2a}9<0$，实数a的取值范围为______.

6．下列幂函数在区间$\left(0,+\infty\right)$上是严格增函数，且图象关于原点成中心对称的是______（请填入全部正确的序号）

（1）$y=x^{\frac{1}{2}}$；（2）$y=x^{\frac{1}{3}}$；（3）$y=x^{\frac{2}{3}}$；（4）$y=x^{-\frac{1}{3}}$；（5）$y=x^3$.

7．记$A=1\times 2\times 3\times\cdots\times 100$，那么$\frac{1}{\log_2 A}+\frac{1}{\log_3 A}+\frac{1}{\log_4 A}+\cdots+\frac{1}{\log_{100} A}=$___.

8．已知定义在R上的奇函数$f(x)$在$(-\infty,0]$上是减函数，若$f(m+1)+f(3m-2)<0$，则实数m的取值范围是____.

9．已知函数$y=f\left(x\right)$满足：对任意非零实数x，均有$f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x^2}$，则$f\left(3\right)=$__.

10．已知函数$y=f\left(2^x\right)$的定义域是$\left[-1,1\right]$，则函数$y=f\left(\log_2 x\right)$的定义域是____ .

11．已知函数$y=f\left(x\right)$是定义在R上的偶函数，令$F\left(x\right)=\left(x-b\right)f\left(x-b\right)+1011$，若实

数 b 满足 $2b=a+c$，则 $F(a)+F(c)=$——

12．已知函数 $y=\begin{cases}2^x，x\le m\\ -\frac{2}{3}x^2+\frac{8}{3}，x>m\end{cases}$ 的值域为 $(-\infty,2^m]$，则实数 m 的取值范围是______.

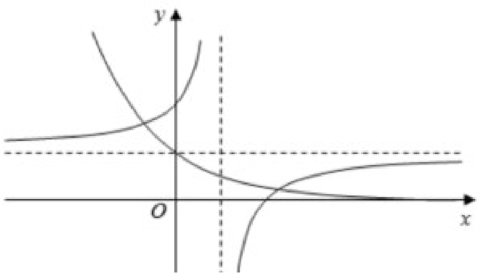
二、单选题

13．已知 a、$b\in\mathbf{R}$，则“$a>b$”是“$\lg a>\lg b$”的（　）条件.

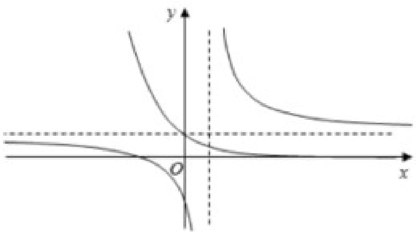
A．充分非必要条件　　B．必要非充分条件

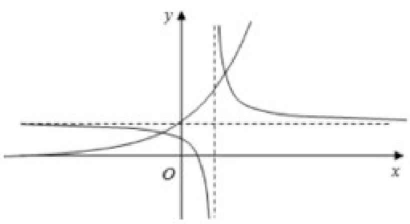
C．充要条件　　D．既非充分也非必要条件

14．在同一直角坐标系中，函数 $y=a^x$ 与 $\boldsymbol{y=1+\frac{1-a}{x-1}}$ 的图像可能是（　）

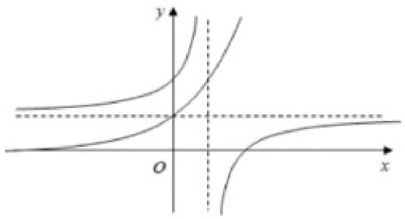
A． 

B．



C． 

D．



15．已知函数$f\left(x\right)$为定义在R上的奇函数，对于任意的$0<x_1<x_2$，有

$\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}>0$，$f\left(-1\right)=0$，则$xf\left(x\right)<0$的解集为（　）

A．$\left(-1,0\right)\cup\left(0,1\right)$ B．$\left(-1,0\right)\cup\left(1,+\infty\right)$　C．$\left(-1,0\right)\cup\left[1,+\infty\right)$　D．$\left[-1,0\right)\cup\left(0,1\right)$

16．记$\max\left\{x,y\right\}=\begin{cases}x,x\ge y\\y,x<y\end{cases}$，已知$f(x)$、$g(x)$均是定义在实数集$\mathbf{R}$上的函数，设

$h(x)=\max\{f(x),g(x)\}$，有下列两个命题：

①若函数$f(x)$、$g(x)$都是偶函数，则$h(x)$也是偶函数；

②若函数$f(x)$、$g(x)$都是奇函数，则$h(x)$也是奇函数.

则关于两个命题判断正确的是（　）

A．①②都正确　B．①正确②错误　C．①错误②正确　D．①②都错误

三、解答题

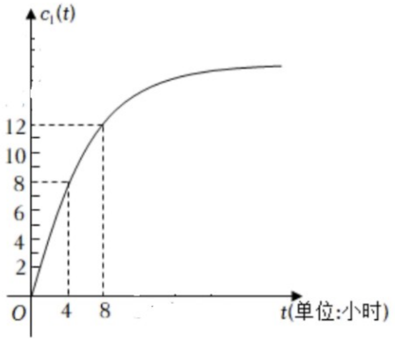
17．设集合A为函数$y=\sqrt{-x^2-x+12}$的定义域，集合B为函数$y=\log_3\left(1-\left|x+a\right|\right)$的定义域，若$A\cap B=B$，求实数$a$的取值范围.

18．已知函数$f\left(x\right)=2^{x}+\frac{a}{2^{x}}$，其中实数$a$为常数.

(1)若$f\left(0\right)=7$，解关于x的方程$f\left(x\right)=5$；

(2)若函数$f\left(x\right)$是奇函数，求实数a的值.

19．用打点滴的方式治疗“支原体感染”病患时，血药浓度（血药浓度是指药物吸收后，在血浆内的总浓度）随时间变化的函数符合$c_1(t)=N_0(1-2^{-kt})$，其函数图象如图所示，其中N_0为与环境相关的常数，此种药物在人体内有效治疗效果的浓度在4到15之间，当达到上限浓度时，必须马上停止注射，之后血药浓度随时间变化的函数符合$c_2\left(t\right)=c\cdot 2^{-kt}$，其中$c$为停药时的人体血药浓度.



(1)求出函数$c_1\left(t\right)$的解析式；

(2)一病患开始注射后，最迟隔多长时间停止注射？为保证治疗效果，最多再隔多长时间开始进行第二次注射？（如果计算结果不是整数，保留小数点后一位）

20．已知函数$y=f(x)$的表达式为$f(x)=9^x-2a\cdot 3^x+3\cdot$

(1)若$a=1, x\in[0,1]$，求函数$y=f(x)$的值域；

(2)当$x\in[-1,1]$时，求函数$y=f(x)$的最小值$h(a)$；

(3)对于（2）中的函数$h(a)$，是否存在实数m, n，同时满足下列两个条件：（i）

$n>m>3$；（ii）当$h(a)$的定义域为$[m,n]$，其值域为$\left[m^2,n^2\right]$；若存在，求出m,n的值；若不存在，请说明理由.

21．设函数$y=f\left(x\right)$的定义域$D\subseteq \mathrm{R}$,若对任意$x\in D$，均有$f\left(-x\right)\ne -f\left(x\right)$成立，则称$y=f\left(x\right)$为“无奇”函数.

(1)判断函数①$f\left(x\right)=x^2$和②$g\left(x\right)=\lg\frac{2-x}{1+x}$是否为“无奇”函数，说明理由；

(2)若函数$h\left(x\right)=3x^3-2x^2+x+a$是定义在$\left[-1,2\right]$上的“无奇”函数，求实数$a$的取值范围；

(3)若函数$r\left(x\right)=\frac{1}{2^{x+1}+1}+m$是“无奇”函数，求实数$m$的取值范围.

参考答案：

1．$\left(1,2\right)$

【分析】根据对数函数的图象求解.

【详解】$f(1)=\log_a 1+2=2$，所以$f(x)$过定点$(1,2)$.

故答案为：$(1,2)$.

2．a^2

【分析】根据指数幂的运算法则进行计算即可.

【详解】$\left(\dfrac{a^2}{a^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}}=\left(a^{2-\sqrt{2}}\right)^{2+\sqrt{2}}=a^{\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2+\sqrt{2}\right)}=a^2$，

故答案为：a^2.

3．$\left[0,+\infty\right)$

【分析】根据被开方数大于等于零建立不等式，解出即可.

【详解】令$2023^x-1\geq 0$，得$x\geq 0$，

所以函数的定义域为$\left[0,+\infty\right)$.

故答案为：$\left[0,+\infty\right)$.

4．$\left[2\sqrt{3},4\right]$

【分析】根据对勾函数的单调性求解.

【详解】由对勾函数的单调性知：函数$f(x)=x+\dfrac{3}{x}$在$[1,\sqrt{3}]$上递减，在$\left[\sqrt{3},2\right]$上递增，

所以$f(x)_{\min}=f(\sqrt{3})=2\sqrt{3}$，又$f\left(1\right)=4$，$f\left(2\right)=3.5$，

所以值域为$[2\sqrt{3},4]$.

故答案为：$[2\sqrt{3},4]$.

5．$\left(0,\frac{1}{2}\right)$

【分析】利用对数的性质得到$\log_{2a}9<\log_{2a}1$，从而判断得$y=\log_{2a}x$的单调性，由此即可求得a的范围.

【详解】因为$\log_{2a}9<0=\log_{2a}1$，$9>1$，

所以$y=\log_{2a}x$在$\left(0,+\infty\right)$上单调递减，

则$0<2a<1$，得$0<a<\frac{1}{2}$，即$a\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$.

故答案为：$\left(0,\frac{1}{2}\right)$.

6．（2）（5）

【解析】利用函数奇偶性的定义判断出（1）（2）（3）（4）（5）中各函数的奇偶性，利用幂函数的基本性质判断出各函数在区间$\left(0,+\infty\right)$上的单调性，由此可得出结果.

【详解】（1）函数$y=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$的定义域为$\left[0,+\infty\right)$，函数$y=x^{\frac{1}{2}}$为非奇非偶函数，

且该函数在区间$\left(0,+\infty\right)$上是严格增函数；

（2）令$f_2\left(x\right)=x^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{x}$，该函数定义域为$R$，

$f_2\left(-x\right)=\sqrt[3]{-x}=-\sqrt[3]{x}=-f_2\left(x\right)$，函数$y=x^{\frac{1}{3}}$为奇函数，

且该函数在区间$\left(0,+\infty\right)$上是严格增函数；

（3）令$f_3\left(x\right)=x^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{x^2}$，该函数的定义域为$R$，

$f_3\left(-x\right)=\sqrt[3]{\left(-x\right)^2}=\sqrt[3]{x^2}=f_3\left(x\right)$，函数$y=x^{\frac{2}{3}}$为偶函数，

且该函数在区间$\left(0,+\infty\right)$上是严格增函数；

（4）令$f_4\left(x\right)=x^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$，该函数的定义域为$\left\{x\middle|x\neq 0\right\}$，

$f_4\left(-x\right)=\frac{1}{\sqrt[3]{-x}}=-\frac{1}{\sqrt[3]{x}}=-f_4\left(x\right)$，函数$y=x^{-\frac{1}{3}}$为奇函数，

且该函数在区间$\left(0,+\infty\right)$上是严格减函数；

（5）令$f_5\left(x\right)=x^3$，该函数的定义域为R，

$f_5\left(-x\right)=\left(-x\right)^3=-x^3=-f_5\left(x\right)$，函数$y=x^3$为奇函数，

且该函数在区间$\left(0,+\infty\right)$上是严格增函数.

故答案为：（2）（5）.

7．1.

【分析】根据对数运算法则$\frac{1}{\log_a b}=\log_b a$，化简原式，求值.

【详解】$\frac{1}{\log_2 A}+\frac{1}{\log_3 A}+\frac{1}{\log_4 A}+\cdots+\frac{1}{\log_{100} A}$

$=\log_A 2+\log_A 3+\log_A 4+......+\log_A 100$

$=\log_A 2\times 3\times 4\times......\times 100=1$.

故答案为：1

【点睛】本题考查对数运算法则，意在考查基本公式，属于基础题型.

8．$\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$

【分析】利用函数奇偶性和单调性的关系进行求解判断.

【详解】因为$f\left(x\right)$是奇函数，在$\left(-\infty,0\right]$上是减函数，

所以$f\left(x\right)$在R上单调递减，

因为$f(m+1)+f(3m-2)<0$，

所以$f(m+1)<-f(3m-2)$，

即$f(m+1)<f(2-3m)$，

所以$m+1>2-3m$，解得$m>\frac{1}{4}$.

故答案为：$\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$.

9．7

【分析】取$x+\frac{1}{x}=3$，则$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=7$，得到答案.

【详解】$f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^2+\frac{1}{x^2}$，取$x+\frac{1}{x}=3$，则$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=7$，即$f\left(3\right)=7$.

故答案为：7

10．$\left[\sqrt{2},4\right]$

【分析】根据x的取值范围，求出2^x的取值范围，即可得到$\frac{1}{2}\le\log_2 x\le 2$，再根据对数函