

10. 已知 y 是 x 的函数, 若存在实数 m, n ($m < n$), 当 $m \leq x \leq n$ 时, y 的取值范围是 $tm \leq y \leq tn$ ($t > 0$). 我们将 $m \leq x \leq n$ 称为这个函数的“ t 级关联范围”. 例如: 函数 $y=2x$, 存在 $m=1, n=2$, 当 $1 \leq x \leq 2$ 时, $2 \leq y \leq 4$, 即 $t=2$, 所以 $1 \leq x \leq 2$ 是函数 $y=2x$ 的“2级关联范围”. 下列结论:

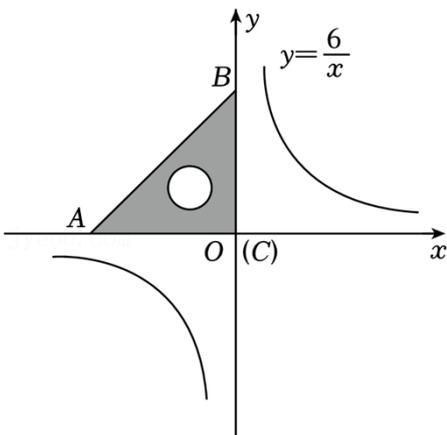
- ① $1 \leq x \leq 3$ 是函数 $y = -x + 4$ 的“1级关联范围”;
- ② $0 \leq x \leq 2$ 不是函数 $y = x^2$ 的“2级关联范围”;
- ③ 函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 总存在“3级关联范围”;
- ④ 函数 $y = -x^2 + 2x + 1$ 不存在“4级关联范围”.

其中正确的为 ()

- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

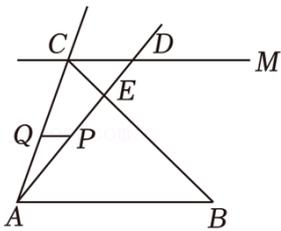
二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. 分解因式: $x^2 - 9 =$ _____.
12. 在科技创新的强力驱动下, 中国高铁事业飞速发展, 高铁技术已经领跑世界. 截至 2023 年底, 我国高铁营业里程达到 $45000km$. 数据 45000 用科学记数法表示为 _____.
13. 正十二边形的内角和等于 _____ 度.
14. 命题“若 $a > b$, 则 $a - 3 < b - 3$ ”是 _____ 命题. (填“真”或“假”)
15. 某个函数的图象关于原点对称, 且当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大. 请写出一个符合上述条件的函数表达式: _____.
16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4, BC = 6, AC = 8, D, E, F$ 分别是 AB, BC, AC 的中点, 则 $\triangle DEF$ 的周长为 _____.
17. 在探究“反比例函数的图象与性质”时, 小明先将直角边长为 5 个单位长度的等腰直角三角板 ABC 摆放在平面直角坐标系中, 使其两条直角边 AC, BC 分别落在 x 轴负半轴、 y 轴正半轴上 (如图所示), 然后将三角板向右平移 a 个单位长度, 再向下平移 a 个单位长度后, 小明发现 A, B 两点恰好都落在函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上, 则 a 的值为 _____.



18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 2, AB = 3$, 直线 $CM \parallel AB$, E 是 BC 上的动点 (端点除外), 射线 AE 交 CM 于点 D . 在射线 AE 上取一点 P , 使得 $AP = 2ED$, 作 $PQ \parallel AB$, 交射线 AC 于点 Q . 设 $AQ = x, PQ = y$. 当 $x = y$ 时, CD

= _____; 在点 E 运动的过程中, y 关于 x 的函数表达式为 _____.



三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等)

19. (8 分) 计算:

(1) $|-4| - \sqrt{16} + (\frac{1}{2})^{-1}$;

(2) $a(a - 2b) + (a+b)^2$.

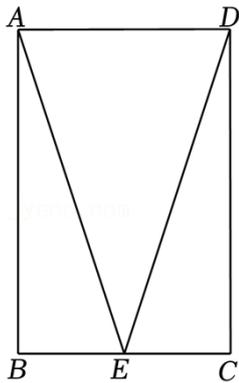
20. (8 分) (1) 解方程: $(x - 2)^2 - 4 = 0$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 2x - 3 \leq x \\ x + 2 > 1 \end{cases}$.

21. (8 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是 BC 的中点, 连接 AE , DE . 求证:

(1) $\triangle ABE \cong \triangle DCE$;

(2) $\angle EAD = \angle EDA$.



22. (9 分) 一只不透明的袋子中装有 1 个白球、1 个红球和 1 个绿球, 这些球除颜色外都相同.

(1) 将球搅匀, 从中任意摸出 1 个球, 摸到白球的概率是 _____;

(2) 将球搅匀, 从中任意摸出 1 个球, 记录颜色后放回、搅匀, 再从中任意摸出 1 个球. 求 2 次摸到的球颜色不同的概率. (请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程)

23. (12 分) “五谷者, 万民之命, 国之重宝.” 夯实粮食安全根基, 需要强化农业科技支撑. 农业科研人员小李在试验田里种植了新品种大麦, 为考察麦穗长度的分布情况, 开展了一次调查研究.

【确定调查方式】

(1) 小李计划从试验田里抽取 100 个麦穗, 将抽取的这 100 个麦穗的长度作为样本, 下面的抽样调查方式合理的是 _____; (只填序号)

① 抽取长势最好的 100 个麦穗的长度作为样本

② 抽取长势最差的 100 个麦穗的长度作为样本

③随机抽取 100 个麦穗的长度作为样本

【整理分析数据】

(2) 小李采用合理的调查方式获得该试验田 100 个麦穗的长度 (精确到 0.1cm), 并将调查所得的数据整理如下:

试验田 100 个麦穗长度频率分布表

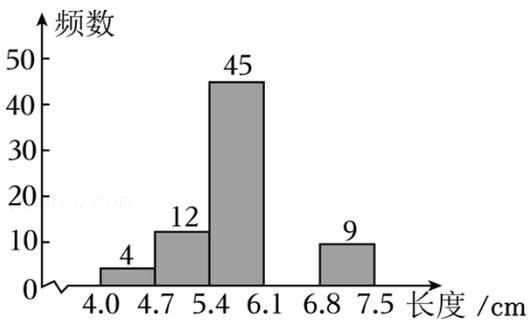
长度 x/cm	频率
$4.0 \leq x < 4.7$	0.04
$4.7 \leq x < 5.4$	m
$5.4 \leq x < 6.1$	0.45
$6.1 \leq x < 6.8$	0.30
$6.8 \leq x < 7.5$	0.09
合计	1

根据图表信息, 解答下列问题:

- ① 频率分布表中的 $m =$ _____;
- ② 请把频数分布直方图补充完整: (画图后请标注相应数据)

【作出合理估计】

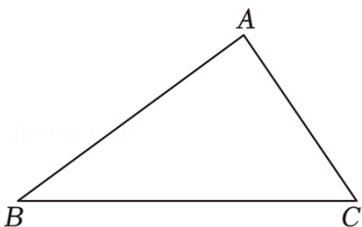
(3) 请你估计长度不小于 5.4cm 的麦穗在该试验田里所占比例为多少.



试验田 100 个麦穗长度频数分布直方图

24. (9 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$.

- (1) 尺规作图: 作 $\angle BAC$ 的角平分线, 在角平分线上确定点 D , 使得 $DB = DC$; (不写作法, 保留痕迹)
- (2) 在 (1) 的条件下, 若 $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 7$, $AC = 5$, 则 AD 的长是多少? (请直接写出 AD 的值)



25. (10 分) 某校积极开展劳动教育, 两次购买 A , B 两种型号的劳动用品, 购买记录如下表:

	A 型劳动用品 (件)	B 型劳动用品 (件)	合计金额 (元)

第一次	20	25	1150
第二次	10	20	800

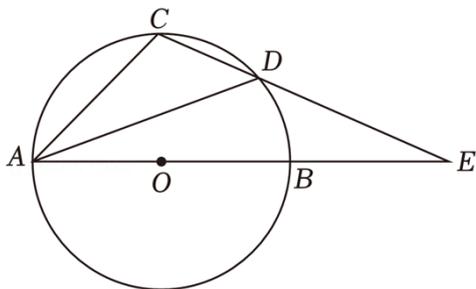
(1) 求 A, B 两种型号劳动用品的单价;

(2) 若该校计划再次购买 A, B 两种型号的劳动用品共 40 件, 其中 A 型劳动用品购买数量不少于 10 件且不多于 25 件. 该校购买这 40 件劳动用品至少需要多少元? (备注: A, B 两种型号劳动用品的单价保持不变)

26. (9 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\triangle ACD$ 内接于 $\odot O$, $\widehat{CD} = \widehat{DB}$, AB, CD 的延长线相交于点 E , 且 $DE = AD$.

(1) 求证: $\triangle CAD \sim \triangle CEA$;

(2) 求 $\angle ADC$ 的度数.



27. (10 分) 【操作观察】

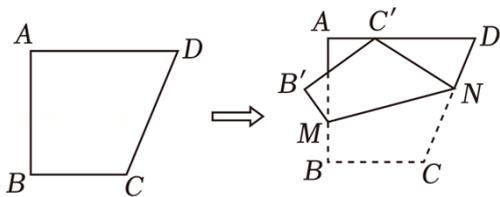
如图, 在四边形纸片 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $BC = 8$, $AB = 12$, $AD = 13$.

折叠四边形纸片 $ABCD$, 使得点 C 的对应点 C' 始终落在 AD 上, 点 B 的对应点为 B' , 折痕与 AB, CD 分别交于点 M, N .

【解决问题】

(1) 当点 C' 与点 A 重合时, 求 $B'M$ 的长;

(2) 设直线 $B'C'$ 与直线 AB 相交于点 F , 当 $\angle AFC' = \angle ADC$ 时, 求 AC' 的长.



28. (13 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + x + c$ 的图象经过点 $A(-1, -\frac{1}{2})$ 和点 $B(2, 1)$.

(1) 求这个二次函数的表达式;

(2) 若点 $C(m+1, y_1)$, $D(m+2, y_2)$ 都在该二次函数的图象上, 试比较 y_1 和 y_2 的大小, 并说明理由;

(3) 点 P, Q 在直线 AB 上, 点 M 在该二次函数图象上. 问: 在 y 轴上是否存在点 N , 使得以 P, Q, M, N 为顶点的四边形是正方形? 若存在, 请直接写出所有满足条件的点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

2024 年江苏省无锡市中考数学试卷

参考答案与试卷解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的。）

1. 【解答】解：4 的倒数是 $\frac{1}{4}$ ，

故选：A.

2. 【解答】解：由题意得： $x - 3 \geq 0$ ，

解得： $x \geq 3$ ，

故选：D.

3. 【解答】解： $\frac{1}{x} = \frac{2}{x+1}$ ，

$x+1=2x$ ，

$x=1$ ，

检验，当 $x=1$ 时， $x(x+1) \neq 0$ ，

$\therefore x=1$ 是原分式方程的解，

故选：A.

4. 【解答】解：这组数据的平均数是： $\frac{1}{5}(31+32+35+37+35) = \frac{1}{5} \times 170 = 34$ ，

这组数据从小到大排序为：31，32，35，35，37，

\therefore 一共有 5 个数据，

\therefore 中位数为第 3 位数，即 35，

故选：C.

5. 【解答】解：选项 A、B、D 中的图形均不能找到这样的点，使图形绕某一点旋转 180° 后与原来的图形重合，所以不是中心对称图形；

选项 C 中的图形能找到这样的点，使图形绕某一点旋转 180° 后与原来的图形重合，所以是中心对称图形；

故选：C.

6. 【解答】解： $S_{\text{侧}} = \pi r l = \pi \times 3 \times 4 = 12\pi$ ，

故选：B.

7. 【解答】解：设经过 x 天相遇，

可列方程为： $\frac{1}{7}x + \frac{1}{9}x = 1$ ，

故选：A.

8. 【解答】解：由旋转的性质可得出 $\angle B'AC' = \angle BAC$ ，

$\therefore \angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 80^\circ - 65^\circ = 35^\circ$ ，

$$\therefore \angle B'AC' = \angle BAC = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC' = \angle BAC + \angle B'AC' = 70^\circ,$$

故选: B.

9. 【解答】解: 延长 BC , 过点 E 作 BC 延长线的垂线, 垂足为点 H ,

\because 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore BC = CD, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle DCH = 60^\circ,$$

设 $BC = CD = x$,

$\because E$ 是 CD 的中点,

$$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}x,$$

$\because EH \perp BH$,

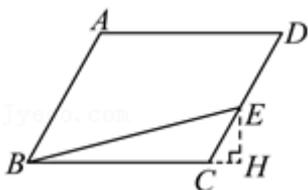
$$\therefore EH = CE \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}x, CH = CE \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{4}x,$$

$$\therefore BH = BC + CH = \frac{5}{4}x,$$

$$\therefore BE = \sqrt{BH^2 + EH^2} = \frac{2\sqrt{7}}{4}x,$$

$$\therefore \sin \angle EBC = \frac{EH}{BE} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}x}{\frac{2\sqrt{7}}{4}x} = \frac{\sqrt{21}}{14},$$

故选: C.



10. 【解答】解: ①当 $x=1$ 时, $y = -x+4=3$, 当 $x=3$ 时, $y = -x+4=1$,

$$\therefore a = -1 < 0,$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$$\therefore y = -x+4 \text{ 在 } 1 \leq x \leq 3 \text{ 时, } 1 \leq y \leq 3, \text{ 即 } t=1,$$

$\therefore 1 \leq x \leq 3$ 是函数 $y = -x+4$ 的“1级关联范围”; 故①正确, 符合题意;

$$\textcircled{2} \text{ 当 } x=0 \text{ 时, } y=x^2=0, \text{ 当 } x=2 \text{ 时, } y=x^2=4,$$

$$\therefore y=x^2 \text{ 对称轴为 } y \text{ 轴, } a=1 > 0,$$

\therefore 当 $x \geq 0$ 时, y 随 x 的增大而增大,

$$\therefore y=x^2 \text{ 在 } 0 \leq x \leq 2 \text{ 时, } 0 \leq y \leq 4, \text{ 即 } t=2,$$

$\therefore 0 \leq x \leq 2$ 是函数 $y=x^2$ 的“2级关联范围”, 故②不正确, 不符合题意;

③ $\because k > 0$,

\therefore 该反比例函数图象位于第一象限, 且在第一象限内, y 随 x 的增大而减小.

设当 $0 < m \leq x \leq n$, 则 $\frac{k}{n} \leq y \leq \frac{k}{m}$,

当函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 存在“3级关联范围”时 $\begin{cases} \frac{k}{n} = 3m \\ \frac{k}{m} = 3n \end{cases}$,

整理得: $\frac{k}{mn} = 3$,

$\because k > 0, 0 < m \leq x \leq n$,

\therefore 总存在 $\frac{k}{mn} = 3$,

\therefore 函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 总存在“3级关联范围”; 故③正确, 符合题意;

④ 函数 $y = -x^2 + 2x + 1$ 的对称轴为 $y = -\frac{b}{2a} = 1$,

$\because a = -1 < 0$,

\therefore 当 $x < 1$ 时, y 随 x 的增大而增大,

设 $m \leq x \leq n < 1$, 则 $-m^2 + 2m + 1 \leq y \leq -n^2 + 2n + 1$,

当函数 $y = -x^2 + 2x + 1$ 存在“4级关联范围”时, $\begin{cases} -m^2 + 2m + 1 = 4m \\ -n^2 + 2n + 1 = 4n \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} m = -1 - \sqrt{2} \\ n = -1 + \sqrt{2} \end{cases}$,

$\therefore -1 - \sqrt{2} \leq x \leq -1 + \sqrt{2}$ 是函数 $y = -x^2 + 2x + 1$ 的“4级关联范围”,

\therefore 函数 $y = -x^2 + 2x + 1$ 存在“4级关联范围”, 故④不正确, 不符合题意;

综上: 正确的有①③,

故选: A.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. 【解答】解: $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$.

故答案为: $(x+3)(x-3)$.

12. 【解答】解: 数据 45000 用科学记数法表示为 4.5×10^4 .

故答案为: 4.5×10^4 .

13. 【解答】解: $(12 - 2) \times 180^\circ = 1800^\circ$,

\therefore 正十二边形的内角和等于 1800° .

故答案为: 1800.

14. 【解答】解: $\because a > b$

$$\therefore a - 3 > b - 3,$$

\therefore 若 $a > b$, 则 $a - 3 < b - 3$ 是假命题,

故答案为: 假.

15. 【解答】解: 根据题意有: $y = \frac{1}{x}$,

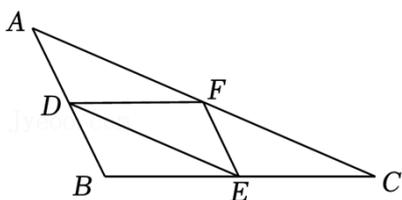
故答案为: $y = \frac{1}{x}$ (答案不唯一).

16. 【解答】解: $\because AB=4, BC=6, AC=8, D, E, F$ 分别是 AB, BC, AC 的中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AC = 4, EF = \frac{1}{2}AB = 2, DF = \frac{1}{2}BC = 3,$$

$$\therefore \triangle DEF \text{ 的周长} = DE + EF + DF = 4 + 2 + 3 = 9,$$

故答案为: 9.



17. 【解答】解: $\because OA = OB = 5,$

$$\therefore A(-5, 0), B(0, 5),$$

设平移后点 A, B 的对应点分别为 A', B' ,

$$\therefore A'(-5+a, -a), B'(a, 5-a),$$

$\because A', B'$ 两点恰好都落在函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上,

$$\therefore \text{把 } B'(a, 5-a) \text{ 代入 } y = \frac{6}{x} \text{ 得: } a(5-a) = 6,$$

解得: $a=2$ 或 $a=3$.

故答案为: 2 或 3.

18. 【解答】解: $\because CM \parallel AB, PQ \parallel AB,$

$$\therefore CD \parallel PQ,$$

$$\therefore \triangle APQ \sim \triangle ADC,$$

$$\therefore \frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{CD}, \text{ 即 } \frac{x}{2} = \frac{y}{CD},$$

$$\therefore x = y,$$

$$\therefore CD = 2;$$

$$\therefore \triangle APQ \sim \triangle ADC,$$

$$\therefore \frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{CD}, \text{ 即 } \frac{x}{2} = \frac{y}{CD},$$

$$\text{整理得: } CD = \frac{2y}{x},$$

设 $DE = t,$

$$\because AP=2ED,$$

$$\therefore AP=2t,$$

$$\because CM \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle CDE \sim \triangle BAE,$$

$$\therefore \frac{CD}{AB} = \frac{DE}{AE}, \text{ 即 } \frac{\frac{2y}{3}}{3} = \frac{t}{AE},$$

$$\text{整理得: } AE = \frac{3xt}{2y},$$

$$\therefore AD = AE + DE = \frac{3xt}{2y} + t = \frac{t(3x+2y)}{2y},$$

$$\because \triangle APQ \sim \triangle ADC,$$

$$\therefore \frac{AQ}{AC} = \frac{AP}{AD}, \text{ 即 } \frac{x}{2} = \frac{2t}{\frac{t(3x+2y)}{2y}},$$

$$\text{整理得: } y = \frac{3x^2}{8-2x},$$

$$\text{故答案为: } 2, y = \frac{3x^2}{8-2x}.$$

三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等）

19. 【解答】解：(1) $|-4| - \sqrt{16} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

$$= 4 - 4 + 2$$

$$= 2;$$

$$(2) a(a-2b) + (a+b)^2$$

$$= a^2 - 2ab + a^2 + 2ab + b^2$$

$$= 2a^2 + b^2.$$

20. 【解答】解：(1) $(x-2)^2 - 4 = 0,$

$$(x-2)^2 = 4,$$

$$x-2=2 \text{ 或 } x-2=-2,$$

$$\text{解得: } x_1=4, x_2=0,$$

$$(2) \begin{cases} 2x-3 \leq x & \text{①} \\ x+2 > 1 & \text{②} \end{cases},$$

$$\text{由①可得: } x \leq 3,$$

$$\text{由②可得: } x > -1,$$

$$\therefore \text{原不等式组的解集为: } -1 < x \leq 3.$$

21. 【解答】(1) 证明： \because 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AB=DC, \angle B = \angle C = 90^\circ,$$

$\because E$ 是 BC 的中点，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/338105113046006117>