延庆区 2023-2024 学年第二学期期中试卷

高一数学

2024.05

本试卷共 6 页，150 分.考试时长 120 分钟.考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效.考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回.

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 下列与角 $\frac{\pi}{3}$ 的终边关于 y 轴对称的角是（　　）

A. $-\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{2\pi}{3}$　　C. $\frac{4\pi}{3}$　　D. $\frac{7\pi}{3}$

2. 下列各式的值等于 $\frac{1}{2}$ 的是（　　）

A. $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$　　B. $\tan 30^\circ$

C. $\sin^2\frac{\pi}{5}+\cos^2\frac{\pi}{5}$　　D. $\cos^2 30^\circ-\sin^2 30^\circ$

3. 若 $\vec{a}=(1,x)$，$\vec{b}=(-1,1)$，且 $\vec{a}\perp(\vec{a}+\vec{b})$，则 x 的值为（　　）

A. 1　　B. -1　　C. -1 或 0　　D. -1 或 1

4. 下列四个函数中，既是偶函数又在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上为增函数的是（　　）

A. $y=x\sin x$　　B. $y=\sin\frac{x}{2}$

C. $y=\tan x$　　D. $y=\cos 2x$

5. A 是 $\triangle ABC$ 的内角，则“$\cos A>0$”是“A 为锐角”的（　　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 函数 $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ 图象的对称轴方程可能是（　　）

A. $x=\frac{\pi}{6}$　　B. $x=\frac{5}{12}\pi$

C. $x=\frac{\pi}{3}$　　D. $x=\frac{\pi}{2}$

7. 设 $a=\sin 1.6$，$b=\cos 1.6$，$c=\tan 1.6$，则（　　）

A. $c<b<a$　　B. $b<c<a$

C. $b<a<c$　　D. $a<c<b$

8. 若函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{9}$ 个单位，得到一个奇函数，则 ω 的最小值为（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{7}{4}$　　D. $\frac{9}{4}$

9. 关于函数 $f(x)=\cos x+\cos 2x$，给出下列三个命题：

① $f(x)$ 是周期函数；

②曲线 $y=f(x)$ 关于直线 $x=\pi$ 对称；

③ $f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上恰有 1 个零点.

其中正确的是（　　）

A. ①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ①②③

10. 对于函数 $y=f(x)$，$y=g(x)$ 其定义域均为 D，若存在 $x_1,x_2\in D$，使得 $f\left(x_1\right)+g\left(x_2\right)=m\left(m\in\mathbf{R}\right)$，则称 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 D 上具有"m 关联"性质．若 $f(x)=\sin x+\cos 2x$ 与 $g(x)=3\sin x+4\cos x$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上具有"m 关联"性质，则 m 的取值范围是（　　）

A. $[-5,7]$　　B. $\left[-5,\frac{49}{8}\right]$　　C. $[-4,7]$　　D. $\left[-4,\frac{49}{8}\right]$

第二部分（非选择题　共 110 分）

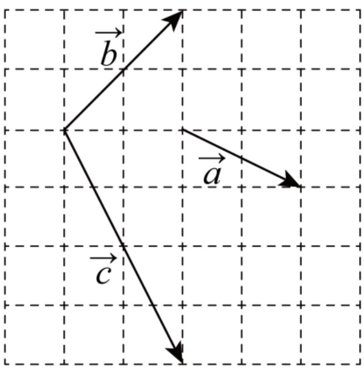
二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 已知角 α 的终边经过点 $P(3,-1)$，则 $\sin\alpha+\cos\alpha=$_______.

12. 计算：$\sin\frac{\pi}{3}+\cos\frac{\pi}{6}+\tan\frac{2}{3}\pi=$_______.

13. 已知函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)(0\le\varphi<2\pi)$．若 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$ 上单调递减，则 φ 的一个取值可以为________.

14. 如图，在 6×6 的方格中，已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 的起点和终点均在格点上，且满足 $\vec{a}=\lambda\vec{b}+\mu\vec{c}$．求 $\vec{a}\cdot(\vec{b}-\vec{c})=$_______；$|\lambda-\mu|=$_______.



15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{3}\sin\pi x, 0\le x\le m\\ \tan\pi x, m<x<\dfrac{3}{2}\end{cases}$，$m\in\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right)$. 给出下列四个结论：

①存在 m，使得 $f(x)$ 没有最值；

②不存在 m，使得 $f(x)$ 有单调减区间；

③当 $m=\dfrac{5}{4}$ 时，函数 $y=f(x)-1$ 只有两个零点；

④当 $m=1$ 时，若 a，b，c 互不相等，且 $f(a)=f(b)=f(c)$，则 $a+b+c$ 的取值范围是 $\left(2,\dfrac{7}{3}\right)$.

其中所有正确结论的序号是________.

三、解答题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

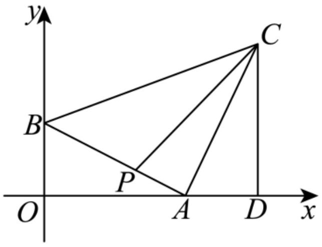
16. 已知 $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，$\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$.

（1）求 $\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$；

（2）求 $\tan\alpha$ 和 $\tan 2\alpha$；

（3）求 $\cos\left(\dfrac{\alpha}{2}-\dfrac{2\pi}{3}\right)$.

17. 如图，在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，$CD\parallel OB$，$CD=2OB$，$OA=2AD$，且 $AD=OB=2$，P 是线段 AB 上的动点.



（1）用 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ 表示 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{CA}$；

（2）当 P 是线段 AB 上的中点时，求 $\overrightarrow{CP}$，$\overrightarrow{CB}$ 的坐标和 $\cos\angle PCB$；

（3）设 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BA}$，是否存在 λ 使得 $\angle PCD=\dfrac{\pi}{4}$，若存在，求出 λ 的值；若不存在，说明理由.

18. 已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\sin^2 x-1$.

（1）求函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调增区间；

（2）若 $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，求函数 $f(x)$ 的最大值和最小值及相应 x 的值；

（3）①将函数 $f(x)$ 的图像向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位，得到 $g(x)$ 的图像；

②将函数 $f(x)$ 的图像上每个点的横坐标伸长为原来的 2 倍，纵坐标不变，得到 $g(x)$ 的图像；

③将函数 $f(x)$ 的图像向下平移 $\sqrt{3}$ 个单位，得到 $g(x)$ 的图像；

从上述①②③中选择一个变换，求出 $g(x)$ 的解析式，使得 $g(x)$ 在 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上有两个零点，并求出零点.

注：如果选择的条件不符合要求，第（3）中求零点得 0 分.

19. 在图 1 中，已知圆心角为 $60°$ 的扇形 AOB 的半径为 1，C 是 AB 弧上一定点，$\tan\angle COA=\dfrac{1}{3}$，$P$ 是 AB 弧上一动点，作矩形 $MNPQ$，如图 2 所示.

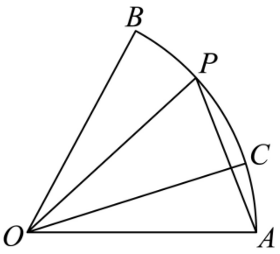


图1

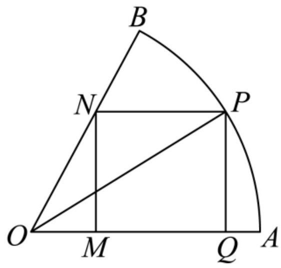


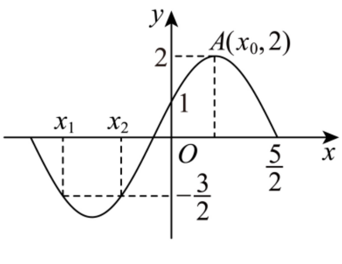
图2

（1）求 AB 弧的长及扇形 AOB 的面积；

（2）若 $\tan\angle POC=\dfrac{1}{2}$，求 $\angle POA$ 、$\angle BOP$ 和 $\cos\angle BOP$；

（3）在图 2 中，求矩形 $MNPQ$ 面积的最大值？这时 $\angle POA$ 等于多少度？

20. 已知函数 $f\left(x\right)=2\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如下图，$A\left(x_0,2\right)$，$f\left(x_1\right)=f\left(x_2\right)=-\dfrac{3}{2}$.



（1）若已知图中点 A 的横坐标 $x_0=1$.

（ⅰ）求 ω，φ，$f(x)$ 的解析式；

（ⅱ）若 $f(x)\geq\sqrt{2}$，求 x 的取值范围；

（2）求 $\sin\left[\dfrac{\pi}{6}\left(x_2-x_1\right)\right]$ 的值.

21. 对于集合 $\Omega=\left\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_n\right\}$ 和常数 θ_0，定义：$\sigma=\dfrac{\sin^2\left(\theta_1-\theta_0\right)+\sin^2\left(\theta_2-\theta_0\right)+\cdots+\sin^2\left(\theta_n-\theta_0\right)}{n}$ 为集合 Ω 相对于 θ_0 的“正弦方差”.

（1）若集合$\Omega=\left\{\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}\right\}$，$\theta_0=\frac{3}{2}\pi$，求集合$\Omega$相对于$\theta_0$的“正弦方差”；

（2）若集合$\Omega=\left\{\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6},\theta\right\}$，写出一个$\theta$的值，使得集合$\Omega$相对于任何常数$\theta_0$的“正弦方差”是一个常数，求出这个常数，并说明理由；

（3）若集合$\Omega=\left\{\frac{3\pi}{4},\alpha,\beta\right\}$，相对于任何常数$\theta_0$的“正弦方差”是一个常数，求出$\alpha$，$\beta$的值.

延庆区 2023-2024 学年第二学期期中试卷

高一数学

2024.05

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 下列与角 $\frac{\pi}{3}$ 的终边关于 y 轴对称的角是（　　）

A. $-\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{2\pi}{3}$　　C. $\frac{4\pi}{3}$　　D. $\frac{7\pi}{3}$

【答案】B

【分析】由对称性求解即可.

【详解】与角 $\frac{\pi}{3}$ 的终边关于 y 轴对称的角是 $\frac{2\pi}{3}$.

故选：B.

2. 下列各式的值等于 $\frac{1}{2}$ 的是（　　）

A. $\sin 15°\cos 15°$　　B. $\tan 30°$

C. $\sin^2\frac{\pi}{5}+\cos^2\frac{\pi}{5}$　　D. $\cos^2 30°-\sin^2 30°$

【答案】D

【分析】运用二倍角公式、同角三角函数的基本关系、特殊角的三角函数值判断即可.

【详解】对于 A,$\sin 15°\cos 15°=\frac{1}{2}\times 2\sin 15°\cos 15°=\frac{1}{2}\sin 30°=\frac{1}{4}$,故 A 错误；

对于 B,由特殊角的三角函数值可知 $\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$,故 B 错误;

对于 C,由同角三角函数的基本关系可知 $\sin^2\frac{\pi}{5}+\cos^2\frac{\pi}{5}=1$,故 C 错误；

对于 D,$\cos^2 30°-\sin^2 30°=\cos\left(2\times 30°\right)=\cos 60°=\frac{1}{2}$,故 D 正确.

故选：D.

3. 若 $\vec{a}=(1,x)$，$\vec{b}=(-1,1)$，且 $\vec{a}\perp(\vec{a}+\vec{b})$，则 x 的值为（　　）

A. 1　　B. -1　　C. -1 或 0　　D. -1 或 1

【答案】C

【分析】由向量垂直可以得到数量积为 0，进而列出方程求解.

【详解】由题设 $\vec{a}+\vec{b}=\left(0,x+1\right)$，

由题，得$1\times 0+x\left(x+1\right)=0$，解得$x=0$或$x=-1$.

故选：C.

4. 下列四个函数中，既是偶函数又在区间$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$上为增函数的是（　　）

A. $y=x\sin x$

B. $y=\sin\dfrac{x}{2}$

C. $y=\tan x$

D. $y=\cos 2x$

【答案】A

【分析】逐个函数分析，利用三角函数的奇偶性和单调性，得出结论.

【详解】对于 A，$y=\left(-x\right)\sin\left(-x\right)=x\sin x$为偶函数，

对$\forall x_1,x_2\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，且$x_1<x_2$，因为$y=\sin x$在$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$上为增函数，

所以$0<\sin x_1<\sin x_2$，所以$0<x_1\sin x_1<x_2\sin x_2$，

故$y=x\sin x$在$\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$上为增函数，故 A 正确；

对于 B，$y=\sin\left(-\dfrac{x}{2}\right)=-\sin\dfrac{x}{2}$为奇函数，故 B 错误；

对于 C，$y=\tan\left(-x\right)=-\tan x$为奇函数，故 C 错误；

对于 D，$y=\cos\left(-2x\right)=\cos 2x$为偶函数，

但取$x_1=\dfrac{\pi}{4}<x_2=\dfrac{\pi}{2}$，$\cos 2x_1=\cos\dfrac{\pi}{2}=0$，$\cos 2x_2=\cos\pi=-1$，

则$\cos 2x_1>\cos 2x_2$，故 D 错误.

故选：A.

5. A是$\triangle ABC$的内角，则“$\cos A>0$”是“A为锐角”的（　　）

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【分析】先化简$\cos A>0$,再根据充分必要条件的知识判断即可.

【详解】因为 A 是$\triangle ABC$的内角，所以$A\in\left(0,\pi\right)$，又因为$\cos A>0$所以$A\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$

因为角 A 为锐角，所以$A\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$.

所以“$\cos A>0$”是“A 为锐角”的充分必要条件.

故选：C.

6. 函数 $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ 图象的对称轴方程可能是（　　）

A. $x=\frac{\pi}{6}$　　　　B. $x=\frac{5}{12}\pi$

C. $x=\frac{\pi}{3}$　　　　D. $x=\frac{\pi}{2}$

【答案】B

【分析】易知正弦函数的对称轴，因此用整体的思想可以列出方程求解.

【详解】令 $2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in Z$，

解得 $x=\frac{5\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}, k\in Z$，

所以 $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的对称轴方程为 $x=\frac{5\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}, k\in Z$

当 $k=0$ 时，其对称轴方程为 $x=\frac{5\pi}{12}$,故 B 正确；

因为 A,C,D 均不满足对称轴方程，所以 A，C，D 错误.

故选：B.

7. 设 $a=\sin 1.6$，$b=\cos 1.6$，$c=\tan 1.6$，则（　　）

A. $c<b<a$　　　　B. $b<c<a$

C. $b<a<c$　　　　D. $a<c<b$

【答案】A

【分析】首先判断 $1.6\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3}\right)$，然后根据三角函数的定义和单调性判断即可得出答案.

【详解】因为 1.6 是钝角，所以 $a=\sin 1.6>0$，$b=\cos 1.6<0$，$c=\tan 1.6<0$，

因为 $1.6\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3}\right)$，$y=\cos x$ 在 $(0,\pi)$ 上是减函数，

所以 $\cos 1.6>\cos\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}$，

而 $y=\tan x$ 在 $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ 上是增函数，可得 $\tan 1.6<\tan\frac{2\pi}{3}=-\sqrt{3}$，

所以 $\tan 1.6<\cos 1.6<0$，所以 $c<b<a$，

故选：A.

8. 若函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{9}$ 个单位，得到一个奇函数，则 ω 的最小值为（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{7}{4}$　　D. $\frac{9}{4}$

【答案】D

【分析】先将平移变换后的函数图象求出来，再由奇函数列出等式求解即可.

【详解】函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{4}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{9}$ 个单位后得到

$$y=\sin\left[\omega\left(x+\frac{\pi}{9}\right)-\frac{\pi}{4}\right]=\sin\left(\omega x+\frac{\omega\pi}{9}-\frac{\pi}{4}\right),$$

因为平移后的函数是奇函数，

所以 $\frac{\omega\pi}{9}-\frac{\pi}{4}=k\pi,k\in\mathbf{Z}$，

解得 $\omega=9k+\frac{9}{4},k\in\mathbf{Z}$，因为 $\omega>0$，

所以当 $k=0$ 时，$\omega_{\min}=\frac{9}{4}$.

故选：D.

9. 关于函数 $f(x)=\cos x+\cos 2x$，给出下列三个命题：

① $f(x)$ 是周期函数；

②曲线 $y=f(x)$ 关于直线 $x=\pi$ 对称；

③ $f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上恰有 1 个零点.

其中正确的是（　　）

A. ①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ①②③

【答案】A

【分析】选项①，根据条件得到 $f\left(x+2\pi\right)=f(x)$，即可判断出①的正误；选项②，根据条件得出 $f(2\pi-x)=f(x)$，根据对称轴的定义，即可得出②的正误；选项③，令 $f(x)=0$，直接求出 x 的值，即可得出③的正误，从而得出结果.

【详解】对于①，因为 $f(x)=\cos x+\cos 2x$，所以

$$f\left(x+2\pi\right)=\cos(x+2\pi)+\cos2(x+2\pi)=\cos x+\cos2x=f(x),$$

故 $T=2\pi$，所以选项①正确，

对于②，因为 $f(2\pi-x)=\sin(2\pi-x)+\cos2(2\pi-x)=\cos\left(-x\right)+\cos\left(-2x\right)$

$=\cos x+\cos 2x=f(x)$，由对称轴的定义知，

$x=\pi$ 为函数 $f(x)$ 的一条对称轴，所以选项②正确，

对于③，因为 $f\left(x\right)=\cos x+\cos 2x=\cos x+2\cos^2 x-1=2\cos^2 x+\cos x-1$，

令 $f(x)=0$，得到 $2\cos^2 x+\cos x-1=0$，

解得 $\cos x=\frac{1}{2}$ 或 $\cos x=-1$，又 $x\in[0,\pi]$，

由 $\cos x=\frac{1}{2}$，得到 $x=\frac{\pi}{3}$，由 $\cos x=-1$，得到 $x=\pi$，

所以 $f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上有 2 个零点．选项③错误，

故选：A.

10. 对于函数 $y=f(x)$，$y=g(x)$ 其定义域均为 D，若存在 $x_1,x_2\in D$，使得 $f\left(x_1\right)+g\left(x_2\right)=m\left(m\in\mathbf{R}\right)$，则称 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 D 上具有“m 关联”性质．若 $f(x)=\sin x+\cos 2x$ 与 $g(x)=3\sin x+4\cos x$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上具有“m 关联”性质，则 m 的取值范围是（　　）

A. $[-5,7]$　　　　B. $\left[-5,\frac{49}{8}\right]$　　　　C. $[-4,7]$　　　　D. $\left[-4,\frac{49}{8}\right]$

【答案】D

【分析】先求出 $f\left(x\right)$，$g\left(x\right)$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上的值域，再根据“m 关联”的定义求得 m 的取值范围.

【详解】$f\left(x_1\right)=\sin x_1+\cos 2x_1=-2\sin^2 x_1+\sin x_1+1=-2\left(\sin x_1-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{9}{8}$，

当 $x_1\in\left[0,\pi\right]$ 时，$0\le\sin x_1\le 1$，当 $\sin x_1=\frac{1}{4}$ 时，$f\left(x_1\right)$ 取得最大值 $\frac{9}{8}$，

当 $\sin x_1=1$ 时，$f\left(x_1\right)$ 取得最小值 0，所以 $f\left(x_1\right)$ 的值域为 $\left[0,\frac{9}{8}\right]$，

$g\left(x_2\right)=3\sin x_2+4\cos x_2=5\sin\left(x_2+\varphi\right)$，其中 $\sin\varphi=\frac{4}{5}$，$\cos\varphi=\frac{3}{5}$，

$\because x_2\in\left[0,\pi\right]$，可得 $x_2+\varphi\in\left[\varphi,\pi+\varphi\right]$，

$\therefore\sin\left(x_2+\varphi\right)\in\left[-\frac{4}{5},1\right]$，所以 $g\left(x_2\right)$ 的值域为 $\left[-4,5\right]$，

由题意，$f\left(x\right)$ 与 $g\left(x\right)$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上具有“m 关联”的性质，所以 $0+\left(-4\right)\le m\le 5+\frac{9}{8}$，

即 m 得取值范围是 $\left[-4,\frac{49}{8}\right]$.

故选：D

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 已知角 α 的终边经过点 $P(3,-1)$，则 $\sin\alpha+\cos\alpha=$________.

【答案】$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

【分析】根据角 α 的终边经过某一点的正弦、余弦、正切值求解即可.

【详解】因为角 α 的终边经过点 $P\left(3,-1\right)$,

则 $r=\sqrt{3^2+\left(-1\right)^2}=\sqrt{10}$,

所以 $\sin\alpha=\dfrac{y}{r}=\dfrac{-1}{\sqrt{10}}=-\dfrac{\sqrt{10}}{10},\cos\alpha=\dfrac{x}{r}=\dfrac{3}{\sqrt{10}}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$,

所以 $\sin\alpha+\cos\alpha=-\dfrac{\sqrt{10}}{10}+\dfrac{3\sqrt{10}}{10}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

故答案为：$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

12. 计算：$\sin\dfrac{\pi}{3}+\cos\dfrac{\pi}{6}+\tan\dfrac{2}{3}\pi=$________.

【答案】0

【分析】根据特殊角的三角函数值计算即可.

【详解】$\sin\dfrac{\pi}{3}+\cos\dfrac{\pi}{6}+\tan\dfrac{2}{3}\pi=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}=0$，

故答案为：0.

13. 已知函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)(0\le\varphi<2\pi)$. 若 $f(x)$ 在区间 $\left[\dfrac{\pi}{3},\pi\right]$ 上单调递减，则 φ 的一个取值可以为_________.

【答案】$\dfrac{\pi}{2}$（不唯一）

【分析】根据正弦型函数的单调性进行求解即可.

【详解】由 $x\in\left[\dfrac{\pi}{3},\pi\right]\Rightarrow x+\varphi\in\left[\dfrac{\pi}{3}+\varphi,\pi+\varphi\right]$，

因为 $f(x)$ 在区间 $\left[\dfrac{\pi}{3},\pi\right]$ 上单调递减，且 $0\le\varphi<2\pi$，

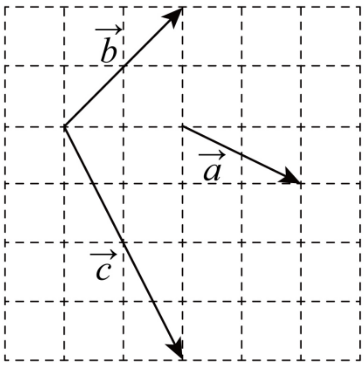
所以有 $\begin{cases}\dfrac{\pi}{3}+\varphi\ge\dfrac{\pi}{2}\\ \pi+\varphi\le\dfrac{3\pi}{2}\end{cases}\Rightarrow\dfrac{\pi}{6}\le\varphi\le\dfrac{\pi}{2}$，

因此φ的一个取值可以为$\dfrac{\pi}{2}$，

故答案为：$\dfrac{\pi}{2}$

14. 如图，在6×6的方格中，已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$的起点和终点均在格点上，且满足$\vec{a}=\lambda\vec{b}+\mu\vec{c}$．求$\vec{a}\cdot(\vec{b}-\vec{c})=$

________；$|\lambda-\mu|=$________．



【答案】　①．-6　②．0

【分析】建立平面直角坐标系，然后进行坐标运算即可．

【详解】建立如图所示的平面直角坐标系，假设方格的边长为1，

则$\vec{b}=(2,2),\vec{c}=(2,-4),\vec{a}=(4,-1)-(2,0)=(2,-1)$

所以$\vec{b}-\vec{c}=(0,6)$,

所以$\vec{a}\cdot(\vec{b}-\vec{c})=0\times2+6\times(-1)=-6$;

因为$\vec{a}=\lambda\vec{b}+\mu\vec{c}$,

所以$(2,-1)=(2\lambda,2\lambda)+(2\mu,-4\mu)$,

所以$\begin{cases}2=2\lambda+2\mu\\-1=2\lambda-4\mu\end{cases}$,

解得$\lambda=\mu=\dfrac{1}{2}$,

所以$|\lambda-\mu|=0$.

故答案为：$-6;0$