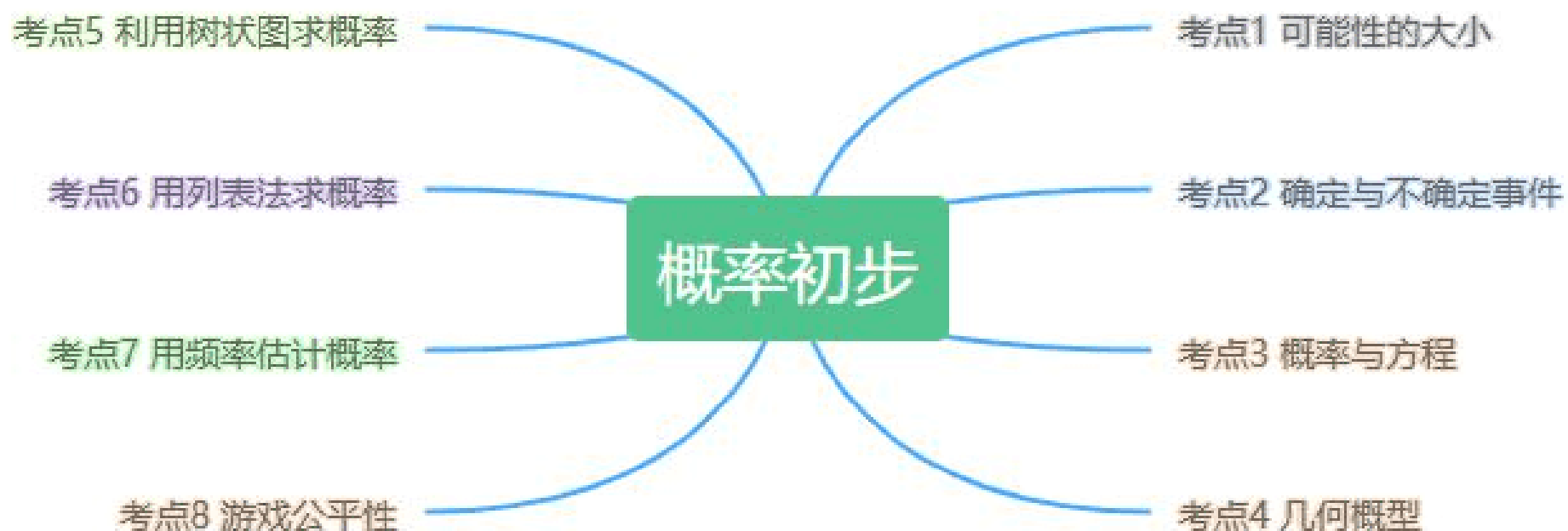


专题 05 概率初步章末重难点题型【举一反三】

【人教版】

【直击考点】



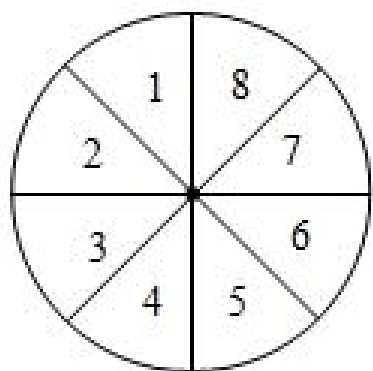
【典例分析】

【考点 1 可能性的大小】

【典例分析】

【分析】可能性等于所求情况数与总情况数之比，关键是求出每种情况的可能性。

【例 1】（2019 春□金坛区期中）如图，转盘中 8 个扇形的面积都相等，任意转动转盘 1 次，当转盘停止转动时，估计下列 4 个事件发生的可能性大小，其中事件发生的可能性最大的是（ ）



- A. 指针落在标有 5 的区域内
- B. 指针落在标有 10 的区域内
- C. 指针落在标有偶数或奇数的区域内
- D. 指针落在标有奇数的区域内

【分析】根据可能性等于所求情况数与总情况数之比分别求出每种情况的可能性，再按发生的可能性从小到大的顺序排列即可，从而确定正确的选项即可。

【答案】解：A、指针落在标有 5 的区域内的概率是 $\frac{1}{8}$ ；

B、指针落在标有 10 的区域内的概率是 0；

C、指针落在标有偶数或奇数的区域内的概率是 1；

D、指针落在标有奇数的区域内的概率是 $\frac{1}{2}$ ；

故选：C.

【点睛】此题考查了可能性大小，用到的知识点是可能性等于所求情况数与总情况数之比，关键是求出每种情况的可能性.

【变式 1-1】（2019 春□市北区期末）我国南方地区冬至的传统习俗是吃汤圆，其寓意团团圆圆冬至这一天，小红家煮了 30 个汤圆，其中有 12 个黑芝麻馅的，14 个枣泥馅的，4 个豆沙馅的，煮完之后的汤圆看起来都一样，小红盛了 1 个汤圆，下列各种描述正确的是（ ）

A. 她吃到黑芝麻馅汤圆和枣泥馅汤圆可能性一样大

B. 她吃到枣泥馅汤圆比豆沙馅汤圆的可能性大很多

C. 她不可能吃到豆沙馅汤圆

D. 她一定能吃到枣泥馅汤圆

【分析】通过计算盛了 1 个汤圆，盛到各种馅的概率，比较概率的大小得出结论.

【答案】解：盛了 1 个汤圆盛到黑芝麻的概率为 $\frac{12}{30}$ ，盛到枣泥的概率为 $\frac{14}{30}$ ，盛到豆沙的概率为 $\frac{4}{30}$ ，

∴她吃到枣泥馅汤圆比豆沙馅汤圆的可能性大很多，

故选：B.

【点睛】考查随机事件发生可能性的求法，体会概率是描述随机事件发生可能性的大小统计量.

【变式 1-2】（2019□资阳）在一个布袋中装有红、白两种颜色的小球，它们除颜色外没有任何其他区别. 其中红球若干，白球 5 个，袋中的球已搅匀. 若从袋中随机取出 1 个球，取出红球的可能性大，则红球的个数是（ ）

A. 4 个

B. 5 个

C. 不足 4 个

D. 6 个或 6 个以上

【分析】由取出红球的可能性大知红球的个数比白球个数多，据此可得答案.

【答案】解：∵袋子中白球有 5 个，且从袋中随机取出 1 个球，取出红球的可能性大，

∴红球的个数比白球个数多，

∴红球个数满足 6 个或 6 个以上，

故选：D.

【点睛】本题主要考查可能性大小，只要在总情况数目相同的情况下，比较其包含的情况总数即可。

【变式 1-3】（2019□张店区一模）从淄博汽车站到银泰城有甲，乙，丙三条不同的公交线路．为了解早高峰期间这三条线路上的公交车从淄博汽车站到银泰城的用时情况，在每条线路上随机选取了 500 个班次的公交车，收集了这些班次的公交车用时（单位：分钟）的数据，统计如下：

线路/公交车用时的频数/公交车用时	$30 \leq t \leq 35$	$35 \leq t \leq 40$	$40 \leq t \leq 45$	$45 \leq t \leq 50$	合计
甲	59	151	166	124	500
乙	50	50	122	278	500
丙	45	265	167	23	500

早高峰期间，乘坐线路上的公交车，从淄博汽车站到银泰城“用时不超过 45 分钟”的可能性最大。（ ）

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 无法确定

【分析】分别计算出用时不超过 45 分钟的可能性大小，再进行比较即可得出答案．

【答案】解：∵甲线路公交车用时不超过 45 分钟的可能性为 $\frac{59+151+166}{500} = 0.752$ ，

乙线路公交车用时不超过 45 分钟的可能性为 $\frac{50+50+122}{500} = 0.444$ ，

丙线路公交车用时不超过 45 分钟的可能性为 $\frac{45+265+167}{500} = 0.954$ ，

∵ $0.954 > 0.752 > 0.444$ ，

∴应选择线路丙；

故选：C．

【点睛】本题主要考查了树状图法求概率以及可能性大小，解题的关键是掌握频数估计概率思想的运用．

【考点 2 确定与不确定事件】

【方法点拨】必然事件指在一定条件下，一定发生的事件．不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件，不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件．

【例 2】（2018 秋□十堰期末）下列说法中不正确的是（ ）

- A. 抛掷一枚硬币，硬币落地时正面朝上是随机事件
 B. 把 4 个球放入三个抽屉中，其中一个抽屉中至少有 2 个球是必然事件
 C. 任意打开九年级下册数学教科书，正好是第 38 页是确定事件
 D. 一个盒子中有白球 m 个，红球 6 个，黑球 n 个（每个除了颜色外都相同）．如果从中任取一个球，

取得的是红球的概率与不是红球的概率相同，那么 m 与 n 的和是 6

【分析】直接利用随机事件的定义分别分析得出答案.

【答案】解：A、抛掷一枚硬币，硬币落地时正面朝上是随机事件，正确，不合题意；

B、把 4 个球放入三个抽屉中，其中一个抽屉中至少有 2 个球是必然事件，正确，不合题意；

C、任意打开九年级下册数学教科书，正好是第 38 页是随机事件，故此选项错误，符合题意；

D、一个盒子中有白球 m 个，红球 6 个，黑球 n 个（每个除了颜色外都相同）. 如果从中任取一个球，取得的是红球的概率与不是红球的概率相同，那么 m 与 n 的和是 6，正确，不合题意.

故选：C.

【点睛】此题主要考查了随机事件，正确把握随机事件的定义是解题关键.

【变式 2-1】（2019 春□常熟市期末）下列事件中，属于必然事件的是（ ）

A. 如果 a, b 都是实数，那么， $a+b=b+a$

B. 同时抛掷两枚质地均匀的骰子，向上一面的点数之和为 13

C. 抛枚质地均匀的硬币 20 次，有 10 次正面向上

D. 用长为 4cm, 4cm, 9cm 的三条线段围成一个等腰三角形

【分析】根据随机事件、必然事件和不可能事件的定义即可得到答案.

【答案】解：A. 如果 a, b 都是实数，那么 $a+b=b+a$ ，属于必然事件；

B. 同时抛掷两枚质地均匀的骰子，向上一面的点数之和为 13，属于不可能事件；

C. 抛枚质地均匀的硬币 20 次，有 10 次正面向上，属于随机事件；

D. 用长为 4cm, 4cm, 9cm 的三条线段围成一个等腰三角形，属于不可能事件；

故选：A.

【点睛】本题考查了随机事件：随机事件指在一定条件下可能发生也可能不发生的事件. 事先能肯定它一定会发生的事件称为必然事件，事先能肯定它一定不会发生的事件称为不可能事件，必然事件和不可能事件都是确定的.

【变式 2-2】（2019 春□滨湖区期末）下列事件中，属于随机事件的是（ ）

A. 一组对边平行且一组对角相等的四边形是平行四边形

B. 一组对边平行另一组对边相等的四边形是平行四边形

C. 矩形的两条对角线相等

D. 菱形的每一条对角线平分一组对角

【分析】根据事件发生的可能性大小判断相应事件的类型.

【答案】解：A、一组对边平行且一组对角相等的四边形是平行四边形是必然事件；

B、一组对边平行另一组对边相等的四边形是平行四边形是随机事件；

C、矩形的两条对角线相等是必然事件；

D、菱形的每一条对角线平分一组对角是必然事件；

故选：B.

【点睛】本题考查的是必然事件、不可能事件、随机事件的概念．必然事件指在一定条件下，一定发生的事件．不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件，不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件．

【变式 2-3】（2019□襄城区模拟）下列事件中是不可能事件的是（ ）

A. 任意画一个四边形，它的内角和是 360°

B. 若 $a=b$ ，则 $a^2=b^2$

C. 掷一枚质地均匀的硬币，落地时正面朝上

D. 一只袋子里共装有 3 个小球，它们的标号分别为 1，2，3，从中摸出一个小球，标号为 5

【分析】直接利用随机事件以及不可能事件的定义分别分析得出答案．

【答案】解：A、任意画一个四边形，它的内角和是 360° ，是必然事件，不合题意；

B、若 $a=b$ ，则 $a^2=b^2$ ，是必然事件，不合题意；

C、掷一枚质地均匀的硬币，落地时正面朝上，是随机事件，不合题意；

D、一只袋子里共装有 3 个小球，它们的标号分别为 1，2，3，从中摸出一个小球，标号为 5，是不可能事件，符合题意．

故选：D.

【点睛】此题主要考查了随机事件，正确把握相关定义是解题关键．

【考点 3 概率与方程】

【方法点拨】随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 A 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$ ．

【例 3】（2019□齐齐哈尔）在一个不透明的口袋中，装有一些除颜色外完全相同的红、白、黑三种颜色的小球．已知袋中有红球 5 个，白球 23 个，且从袋中随机摸出一个红球的概率是 $\frac{1}{10}$ ，则袋中黑球的个数为（ ）

A. 27

B. 23

C. 22

D. 18

【分析】袋中黑球的个数为 x ，利用概率公式得到 $\frac{5}{5+23+x} = \frac{1}{10}$ ，然后利用比例性质求出 x 即可．

【答案】解：设袋中黑球的个数为 x ，

根据题意得 $\frac{5}{5+23+x} = \frac{1}{10}$ ，解得 $x=22$ ，

即袋中黑球的个数为 22 个.

故选：C.

【点睛】本题考查了概率公式：随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 A 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

【变式 3-1】（2019□南安市模拟）不透明袋子中装有若干个红球和 6 个蓝球，这些球除了颜色外，没有其他差别，从袋子中随机摸出一个球，摸出蓝球的概率是 0.6，则袋子中有红球（ ）

A. 4 个

B. 6 个

C. 8 个

D. 10 个

【分析】设袋子中有红球 x 个，利用概率公式得到 $\frac{6}{x+6} = 0.6$ ，然后解方程即可.

【答案】解：设袋子中有红球 x 个，

根据题意得 $\frac{6}{x+6} = 0.6$

解得 $x=4$.

经检验 $x=4$ 是原方程的解.

答：袋子中有红球有 4 个.

故选：A.

【点睛】本题考查了概率公式：随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 A 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

【变式 3-2】（2019□大洼区三模）在一个不透明的袋中有 4 个白球和 n 个黄球，它们除颜色外其余均相同. 若从中随机摸出一个球，摸到黄球的概率为 $\frac{3}{5}$ ，则 $n =$ （ ）

A. 10

B. 8

C. 6

D. 4

【分析】根据黄球的概率公式列出方程 $\frac{n}{n+4} = \frac{3}{5}$ 求解即可.

【答案】解：不透明的布袋中的球除颜色不同外，其余均相同，共有 $n+4$ 个球，其中黄球 n 个，

根据古典概率公式知： $P(\text{黄球}) = \frac{n}{n+4} = \frac{3}{5}$ ，

解得 $n=6$.

故选：C.

【点睛】此题主要考查了概率公式的应用，一般方法为：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

【变式 3-3】(2019□厦门一模)一个不透明盒子里装有 a 只白球、 b 只黑球、 c 只红球,这些球仅颜色不同.从中随机摸出一只球,若 $P(\text{摸出白球}) = \frac{1}{3}$,则下列结论正确的是 ()

- A. $a=1$ B. $a=3$ C. $a=b=c$ D. $a = \frac{1}{2}(b+c)$

【分析】根据概率公式得出 $\frac{a}{a+b+c} = \frac{1}{3}$, 整理可得.

【答案】解: 由题意知 $\frac{a}{a+b+c} = \frac{1}{3}$,

则 $3a = a+b+c$,

$\therefore 2a = b+c$,

$\therefore a = \frac{1}{2}(b+c)$,

故选: D.

【点睛】此题考查了概率的定义: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

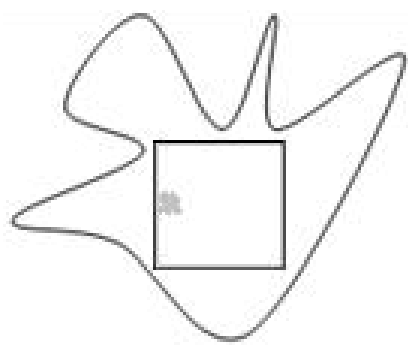
【考点 4 几何概型】

【方法点拨】如果每个事件发生的概率只与构成该事件区域的长度(面积或体积)成比例, 则称这样的概率模型为几何概率模型, 简称为几何概型。

几何概型的特点: 1) 试验中所有可能出现的结果(基本事件)有无限多个. 2) 每个基本事件出现的可能性相等.

【例 4】(2019□鞍山一模)如图, 在一不规则区域内, 有一边长为 $3\sqrt{3}$ 米的正方形, 向区域内随机地撒 4000 颗黄豆, 数得落在正方形区域内(含边界)的黄豆有 1350 颗, 以此实验数据为依据, 可以估计出该不规则图形的面积.

- (1) 随机向不规则区域内掷一粒黄豆, 求黄豆落在正方形区域内(含边界)的概率;
- (2) 请你估计出该不规则图形的面积;



【分析】(1) 根据概率公式即可得到结论;

(2) 根据概率公式即可得到结论.

【答案】解：（1）记“黄豆落在正方形区域内”为事件 A.

$$\therefore P(A) = \frac{1350}{4000} = \frac{27}{80},$$

答：黄豆落在正方形区域内（含边界）的概率为 $\frac{27}{80}$ ；

$$(2) \because P = \frac{27}{80},$$

$\therefore$ 正方形面积等于 27，

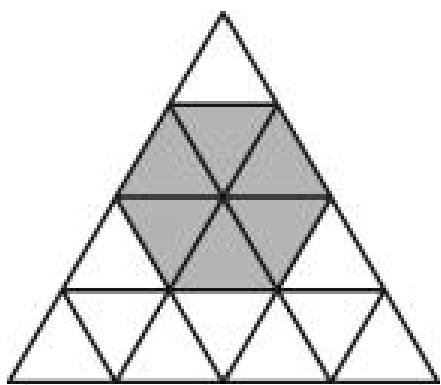
$\therefore$ 不规则图形面积为 80 平方米.

【点睛】本题考查了几何概率，正方形的面积，正确的理解题意是解题的关键.

【变式 4-1】（2018 春□东明县期末）如图所示的正三角形区域内投针（区域中每个小正三角形除颜色外完全相同），针随机落在某个正三角形内（边线忽略不计）

（1）投针一次，针落在图中阴影区域的概率是多少？

（2）要使针落在图中阴影区域和空白区域的概率均为 $\frac{1}{2}$ ，还要涂黑几个小正三角形？请在图中画出.



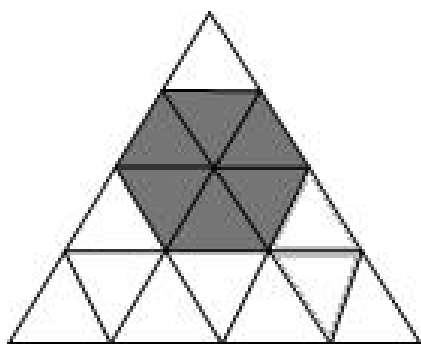
【分析】（1）求出阴影部分的面积与三角形的面积的比值即可解答；

（2）利用（1）中求法得出答案即可.

【答案】解：（1）因为阴影部分的面积与三角形的面积的比值是 $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$,

所以投针一次击中阴影区域的概率等于 $\frac{3}{8}$.

（2）如图所示：



要使针落在图中阴影区域和空白区域的概率均为 $\frac{1}{2}$,

还要涂黑 2 个小正三角形.

【点睛】 本题考查几何概率的求法：首先根据题意将代数关系用面积表示出来，一般用阴影区域表示所求事件（A）；然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例，这个比例即事件（A）发生的概率．

【变式 4-2】（2018 春□沂源县期中）（1）如图所示是一条线段，AB 的长为 10 厘米，MN 的长为 2 厘米，假设可以随意在这条线段上取一点，求这个点取在线段 MN 上的概率．

（2）如图是一个木制圆盘，图中两同心圆，其中大圆直径为 20cm，小圆的直径为 10cm，一只小鸟自由自在地在空中飞行，求小鸟停在小圆内（阴影部分）的概率是_____．

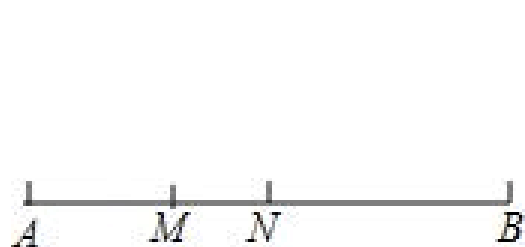


图1

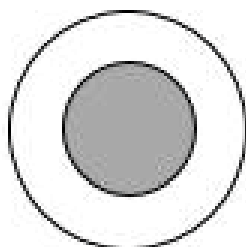


图2

【分析】（1）由 AB 间距离为 10，MN 的长为 2，用 MN 的长除以线段 AB 的长即可得；

（2）用小圆面积除以大圆面积即可得．

【答案】解：（1）AB 间距离为 10，MN 的长为 2，

故以随意在这条线段上取一个点，

那么这个点取在线段 MN 上的概率为 $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ ．

（2）因为大圆的面积为： $S_1 = \pi \left(\frac{20}{2}\right)^2 = 100\pi$ ；

小圆的面积为： $S_2 = \pi \left(\frac{10}{2}\right)^2 = 25\pi$ ．

所以小鸟停在小圆内（阴影部分）的概率是 $\frac{25\pi}{100\pi} = \frac{1}{4}$ ，

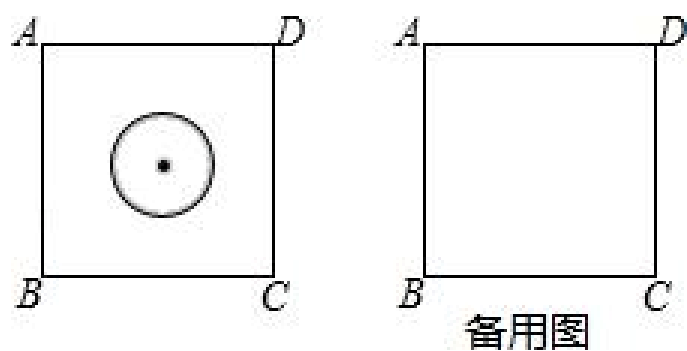
故答案为： $\frac{1}{4}$ ．

【点睛】 本题考查几何概率的求法：首先根据题意将代数关系用面积表示出来，一般用阴影区域表示所求事件（A）；然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例，这个比例即事件（A）发生的概率．

【变式 4-3】（2018□镇江模拟）有一类随机事件概率的计算方法：设试验结果落在某个区域 S 中的每一点的机会均等，用 A 表示事件“试验结果落在 S 中的一个小区域 M 中”，那么事件 A 发生的概率 $P(A) = \frac{M \text{ 的面积}}{S \text{ 的面积}}$ ．有一块边长为 30cm 的正方形 ABCD 飞镖游戏板，假设飞镖投在游戏板上的每一点的机会均等．求下列事件发生的概率：

（1）在飞镖游戏板上画有半径为 5cm 的一个圆（如图 1），求飞镖落在圆内的概率；

）飞镖在游戏板上的落点记为点 O ，求 $\triangle OAB$ 为钝角三角形的概率．



【分析】（1）分别计算半径为 5cm 的圆的面积和边长为 30cm 的正方形 $ABCD$ 的面积，然后计算 $\frac{\text{半径为}5\text{cm的圆的面积}}{\text{边长为}30\text{cm的正方形}ABCD\text{的面积}}$ 即可求出飞镖落在圆内的概率；

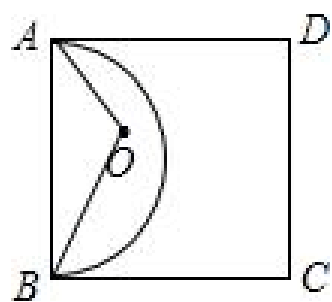
（2）根据题意及结合图形可得：当点 O 落在以 AB 为直径的半圆内 $\triangle OAB$ 为钝角三角形，然后计算以 AB 为直径的半圆的面积，然后用半圆的面积除以正方形的面积即可求 $\triangle OAB$ 为钝角三角形的概率．

【答案】解：（1） $\because$ 半径为 5cm 的圆的面积 $= \pi \cdot 5^2 = 25\pi \text{cm}^2$ ，

边长为 30cm 的正方形 $ABCD$ 的面积 $= 30^2 = 900\text{cm}^2$ ，

$$\therefore P(\text{飞镖落在圆内}) = \frac{\text{半径为}5\text{cm的圆的面积}}{\text{边长为}30\text{cm的正方形}ABCD\text{的面积}} = \frac{25\pi}{900} = \frac{\pi}{36}；$$

（2）如图可得：当点 O 落在以 AB 为直径的半圆内 $\triangle OAB$ 为钝角三角形．



$$\therefore S_{\text{半圆}} = \frac{1}{2} \pi \cdot 15^2 = \frac{225}{2} \pi，$$

$$\therefore P(\triangle OAB \text{ 为钝角三角形}) = \frac{\frac{225}{2} \pi}{900} = \frac{\pi}{8}．$$

【点睛】本题考查的知识点是几何概型的意义，简单地说，如果每个事件发生的概率只与构成该事件区域的长度（面积或体积）成比例，则称这样的概率模型为几何概率模型，简称为几何概型．

利用树状图求概率】

【方法点拨】列树形图法：当一个实验要涉及 3 个或更多的因素（例如从 3 个口袋中取球）时，列表就不方便了，为不重不漏地列出所有可能的结果时使用。

【例 5】（2019□南关区校级模拟）有四张正面分别标有数字 1，2，3，4 的不透明卡片，它们除数字外其余全部相同，现将它们背面朝上洗均匀．

（1）随机抽取一张卡片，则抽到数字“2”的概率是_____；

（2）从四张卡片中随机抽取 2 张卡片，请用列表或画树状图的方法求抽到“数字和为 5”的概率．

）根据题意可以直接写出随机抽取一张卡片，抽到数字“2”的概率；

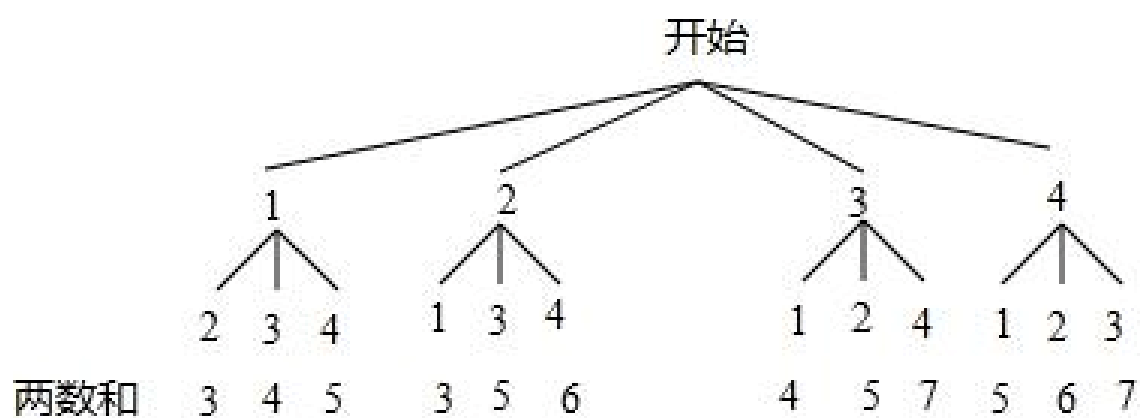
（2）根据题意可以画出树状图，从而可以求得相应的概率．

【答案】解：（1）由题意可得，

随机抽取一张卡片，则抽到数字“2”的概率是 $\frac{1}{4}$ ，

故答案为： $\frac{1}{4}$ ；

（2）由题意可得，



抽到“数字和为5”的概率是 $\frac{4}{3 \times 4} = \frac{1}{3}$ ．

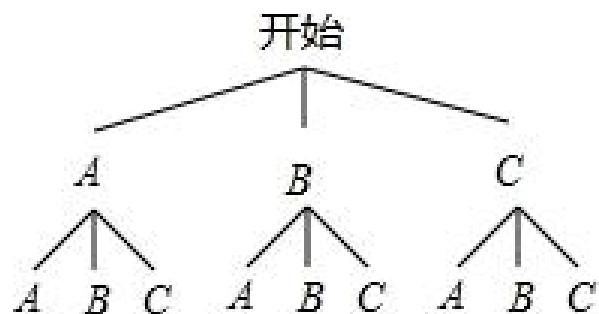
【点睛】本题考查列表法与树状图法、概率公式，解答本题的关键是明确题意，画出相应的树状图，求出相应的概率．

【变式 5-1】（2019 春□河口区期末）随着改革开放进程的推进，改变的不仅仅是人们的购物模式，就连支付方式也在时代的浪潮中发生着天翻地覆的改变，除了现金、银行卡支付以外，还有微信、支付宝以及其他支付方式．在一次购物中，小明和小亮都想从微信、支付宝、银行卡三种支付方式中选一种方式进行支付，请用画树状图或列表格的方法，求出两人恰好选择同一种支付方式的概率．

【分析】首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两人恰好选择同一种支付方式的情况，再利用概率公式即可求得答案．

【答案】解：将微信记为 A、支付宝记为 B、银行卡记为 C，

画树状图如下：



∴共有 9 种等可能的结果，其中两人恰好选择同一种支付方式的有 3 种，

∴两人恰好选择同一种支付方式的概率为 $\frac{1}{3}$ ．

【点睛】此题考查了树状图法与列表法求概率．注意树状图法与列表法可以不重不漏的表示出所有等可能

【变式】（2019□振兴区校级二模）爱好数学的甲、乙两个同学做了一个数字游戏：拿出三张正面写有数字 $-1, 0, 1$ 且背面完全相同的卡片，将这三张卡片背面朝上洗匀后，甲先随机抽取一张，将所得数字作为 p 的值，然后将卡片放回并洗匀，乙再从这三张卡片中随机抽取一张，将所得数字作为 q 值，两次结果记为 (p, q) 。

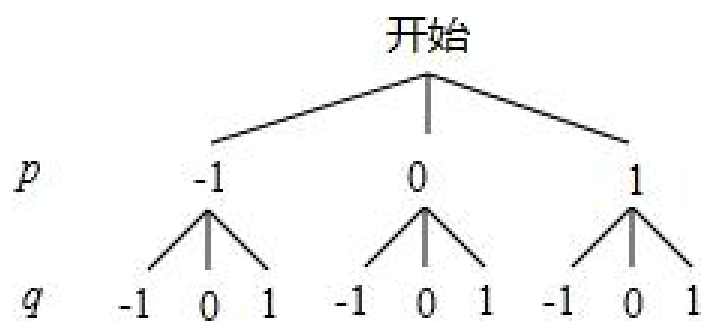
(1) 请你帮他们用树状图或列表法表示 (p, q) 所有可能出现的结果；

(2) 求满足关于 x 的方程 $x^2+px+q=0$ 有实数根的概率。

【分析】(1) 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果；

(2) 由 (1) 可求得满足关于 x 的方程 $x^2+px+q=0$ 有实数解的结果数，再利用概率公式即可求得答案。

【答案】解：(1) 画树状图得：



则共有 9 种等可能的结果；

(2) 方程 $x^2+px+q=0$ 有实数解，即 $\Delta=p^2-4q>0$ 的结果有 6 种，

$\therefore$ 满足关于 x 的方程 $x^2+px+q=0$ 有实数根的概率为 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$ 。

【点睛】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率。列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件。用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

【变式 5-3】（2019□云南模拟）将正面分别写着数字 $-2, 1, 3, 6$ 的四张卡片（卡片除数字外，其它都相同）洗匀后，背面向上放在桌子上，从中先随机抽取一张卡片，记下卡片上的数字，不放回，再从中任取一张卡片，记下数字。

(1) 请用列表或画树状图法（树状图也称树形图）中的一种方法，列出所有可能出现的结果；

(2) 请计算两次摸出的卡片上的数字之和大于 4 的概率。

【分析】(1) 根据题意先画出树状图得出所有等情况数，再一一列举出来即可；

(2) 根据 (1) 得出的所有情况数，再找出两次摸出的卡片上的数字之和大于 4 的情况数，然后根据概率公式即可得出答案。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/338122134061006134>