

湖北省仙桃、天门、潜江 2022-2023 学年高三 3 月摸底考试综合试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

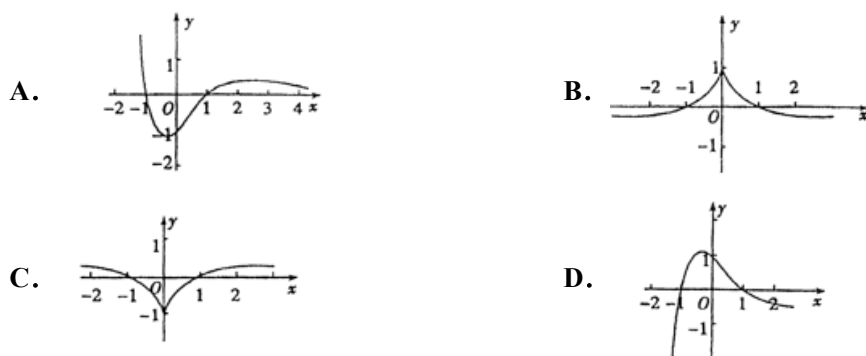
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 F_1 、 F_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点，过 F_1 的直线 l 交 C 于 A 、 B 两点， O

为坐标原点，若 $OA \perp BF_1$ ， $|AF_2| = |BF_2|$ ，则 C 的离心率为 ()

- A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{7}$

2. 函数 $f(x) = \frac{1-x^2}{e^x}$ 的图象大致为()



3. 已知集合 $M = \{x | x^2 = 1\}$ ， N 为自然数集，则下列表示不正确的是 ()

- A. $1 \in M$ B. $M = \{-1, 1\}$ C. $\emptyset \subseteq M$ D. $M \subseteq N$

4. 若 x, y 满足 $\begin{cases} 3x - y - 2 \leq 0 \\ x - y \geq 0 \\ 2x + y \geq 0 \end{cases}$ ，且目标函数 $z = ax + 2by$ ($a > 0, b > 0$) 的最大值为 2，则 $4^a + 16^b$ 的最小值为()

- A. 8 B. 4 C. $2\sqrt{2}$ D. 6

5. 设 x, y 满足 $\begin{cases} 2x + y \geq 4 \\ x - y \geq -1 \\ x - 2y \leq 2 \end{cases}$ ，则 $z = x + y$ 的取值范围是 ()

- A. $[-5, 3]$ B. $[2, 3]$ C. $[2, +\infty)$ D. $(-\infty, 3]$

12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , O 为坐标原点, 以 OF 为直径的圆与双曲线 C 的一条渐近线交于点 O 及点 $A\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 则双曲线 C 的方程为 ()

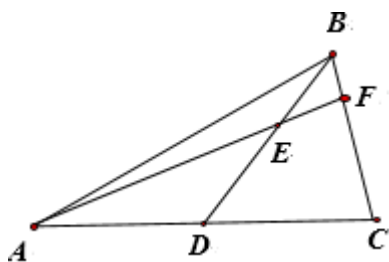
近线交于点 O 及点 $A\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 则双曲线 C 的方程为 ()

- A. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{6} = 1$ C. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ D. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{2} = 1$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=2$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{EB}$, AE 的延长线交 BC 边于点 F , 若 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{4}{5}$,

则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$.



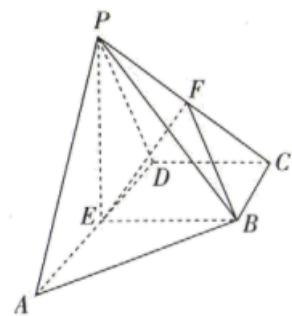
14. 袋中有形状、大小都相同的 4 只球, 其中 1 只白球, 1 只红球, 2 只黄球, 从中一次随机摸出 2 只球, 则这 2 只球颜色不同的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0,1)$ 和点 $B(-3,4)$, 若点 C 在 $\angle AOB$ 的平分线上, 且 $|\overrightarrow{OC}| = 3\sqrt{10}$, 则向量 $\overrightarrow{OC}$ 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 命题“ $\exists x < 0, x^2 - 2x - 1 > 0$ ”的否定是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

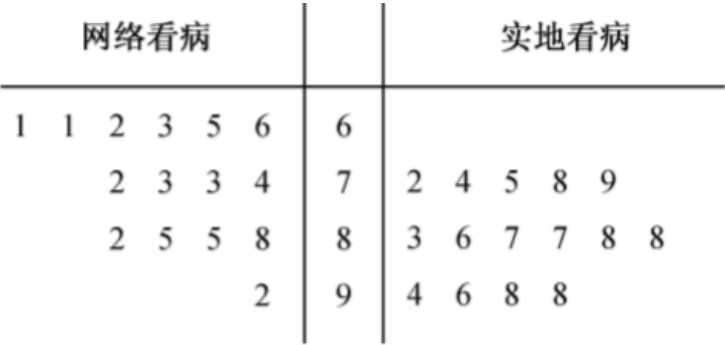
17. (12 分) 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $BC \parallel AD$, $\angle BCD = 90^\circ$, $PA \perp CD$, $BC = CD = \frac{1}{2}AD = 1$, $PA = PD$, E, F 分别为 AD, PC 的中点.



(1) 求证: $PC = 2EF$.

(2) 若 $EF \perp PC$, 求二面角 $P-BE-F$ 的余弦值.

18. (12 分) 网络看病就是国内或者国外的单个人、多个人或者单位通过国际互联网或者其他局域网对自我、他人或者某种生物的生理疾病或者机器故障进行查找询问、诊断治疗、检查修复的一种新兴的看病方式.因此，实地看病与网络看病便成为现在人们的两种看病方式，最近某信息机构调研了患者对网络看病，实地看病的满意程度，在每种看病方式的患者中各随机抽取 15 名，将他们分成两组，每组 15 人，分别对网络看病，实地看病两种方式进行满意度测评，根据患者的评分（满分 100 分）绘制了如图所示的茎叶图：



- (1) 根据茎叶图判断患者对于网络看病、实地看病那种方式的满意度更高？并说明理由；
- (2) 若将大于等于 80 分视为“满意”，根据茎叶图填写下面的列联表：

	满意	不满意	总计
网络看病			
实地看病			
总计			

并根据列联表判断能否有 90% 的把握认为患者看病满意度与看病方式有关？

- (3) 从网络看病的评价“满意”的人中随机抽取 2 人，求这 2 人平分都低于 90 分的概率.

附 $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

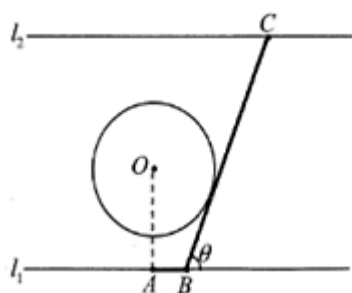
19. (12 分) 在极坐标系中，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)}, & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}, \\ 1, & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi. \end{cases}$

(1) 求曲线 C 与极轴所在直线围成图形的面积;

(2) 设曲线 C 与曲线 $\rho \sin \theta = \frac{1}{2}$ 交于 A, B 两点, 求 $|AB|$.

20. (12 分) 如图为某大江的一段支流, 岸线 l_1 与 l_2 近似满足 $l_1 \parallel l_2$, 宽度为 7km . 圆 O 为江中的一个半径为 2km 的小岛, 小镇 A 位于岸线 l_1 上, 且满足岸线 $l_1 \perp OA$, $OA = 3\text{km}$. 现计划建造一条自小镇 A 经小岛 O 至对岸 l_2 的水上通道 ABC (图中粗线部分折线段, B 在 A 右侧), 为保护小岛, BC 段设计成与圆 O 相切. 设

$$\angle ABC = \pi - \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right).$$



(1) 试将通道 ABC 的长 L 表示成 θ 的函数, 并指出定义域;

(2) 若建造通道的费用是每公里 100 万元, 则建造此通道最少需要多少万元?

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = \cos x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} \cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{4}$, $x \in \mathbb{R}$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 求 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上的最小值和最大值.

22. (10 分) 设椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的右焦点为 F , 过 F 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 点 M 的坐标为 $(2, 0)$.

(1) 当直线 l 的倾斜角为 45° 时, 求线段 AB 的中点的横坐标;

(2) 设点 A 关于 x 轴的对称点为 C , 求证: M, B, C 三点共线;

(3) 设过点 M 的直线交椭圆于 G, H 两点, 若椭圆上存在点 P , 使得 $\vec{OG} + \vec{OH} = \lambda \vec{OP}$ (其中 O 为坐标原点), 求实数 λ 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. D

【解析】

作出图象，取 AB 中点 E ，连接 EF_2 ，设 $F_1A = x$ ，根据双曲线定义可得 $x = 2a$ ，再由勾股定理可得到 $c^2 = 7a^2$ ，进而得到 e 的值

【详解】

解：取 AB 中点 E ，连接 EF_2 ，则由已知可得 $BF_1 \perp EF_2$ ， $F_1A = AE = EB$ ，

设 $F_1A = x$ ，则由双曲线定义可得 $AF_2 = 2a + x$ ， $BF_1 - BF_2 = 3x - 2a - x = 2a$ ，

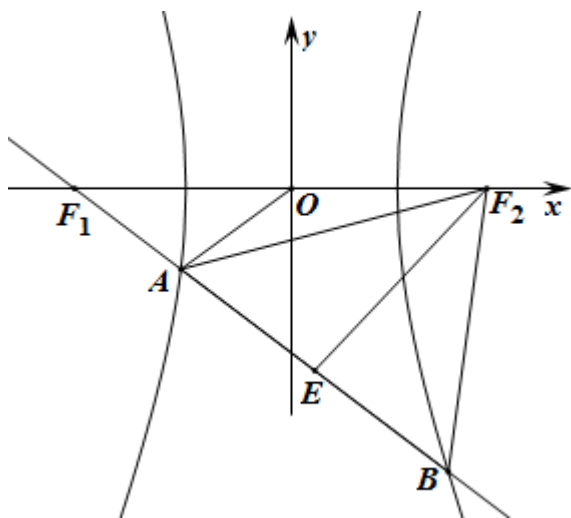
所以 $x = 2a$ ，则 $EF_2 = 2\sqrt{3}a$ ，

由勾股定理可得 $(4a)^2 + (2\sqrt{3}a)^2 = (2c)^2$ ，

所以 $c^2 = 7a^2$ ，

则 $e = \frac{c}{a} = \sqrt{7}$

故选：D.



【点睛】

本题考查双曲线定义的应用，考查离心率的求法，数形结合思想，属于中档题．对于圆锥曲线中求离心率的问题，关

键是列出含有 a, b, c 中两个量的方程，有时还要结合椭圆、双曲线的定义对方程进行整理，从而求出离心率.

2. D

【解析】

根据函数为非偶函数可排除两个选项，再根据特殊值 $f(2)$ 可区分剩余两个选项.

【详解】

因为 $f(-x) = \frac{1-x^2}{e^{-x}} \neq f(x)$ 知 $f(x)$ 的图象不关于 y 轴对称, 排除选项 B, C.

又 $f(2) = \frac{1-4}{e^2} = -\frac{3}{e^2} < 0$. 排除 A, 故选 D.

【点睛】

本题主要考查了函数图象的对称性及特值法区分函数图象, 属于中档题.

3. D

【解析】

集合 $M = \{x | x^2 = 1\} = \{-1, 1\}$. N 为自然数集, 由此能求出结果.

【详解】

解: 集合 $M = \{x | x^2 = 1\} = \{-1, 1\}$. N 为自然数集,

在 A 中, $1 \in M$, 正确;

在 B 中, $M = \{-1, 1\}$, 正确;

在 C 中, $\emptyset \subseteq M$, 正确;

在 D 中, M 不是 N 的子集, 故 D 错误.

故选: D.

【点睛】

本题考查命题真假的判断、元素与集合的关系、集合与集合的关系等基础知识, 考查运算求解能力, 是基础题.

4. A

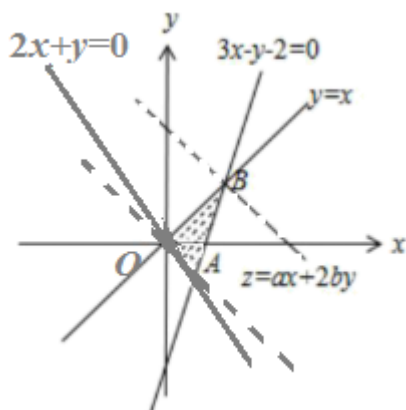
【解析】

作出可行域, 由 $z = ax + 2by (a > 0, b > 0)$, 可得 $y = -\frac{a}{2b}x + \frac{z}{2b}$. 当直线 $y = -\frac{a}{2b}x + \frac{z}{2b}$ 过可行域内的点 $B(1, 1)$ 时,

z 最大, 可得 $a + 2b = 2$. 再由基本不等式可求 $4^a + 16^b$ 的最小值.

【详解】

作出可行域, 如图所示



由 $z = ax + 2by (a > 0, b > 0)$, 可得 $y = -\frac{a}{2b}x + \frac{z}{2b}$.

平移直线 $y = -\frac{a}{2b}x + \frac{z}{2b}$, 当直线过可行域内的点 B 时, $\frac{z}{2b}$ 最大, 即 z 最大, 最大值为 2.

解方程组 $\begin{cases} 3x - y - 2 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$, $\therefore B(1, 1)$.

$\therefore a + 2b = 2 (a > 0, b > 0)$.

$\therefore 4^a + 16^b = 4^a + 4^{2b} \geq 2\sqrt{4^a \times 4^{2b}} = 2\sqrt{4^{a+2b}} = 2\sqrt{4^2} = 8$,

当且仅当 $4^a = 4^{2b}$, 即 $\begin{cases} a = 2b \\ a + 2b = 2 \end{cases}$, $\begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$ 时, 等号成立.

$\therefore 4^a + 16^b$ 的最小值为 8.

故选: A.

【点睛】

本题考查简单的线性规划, 考查基本不等式, 属于中档题.

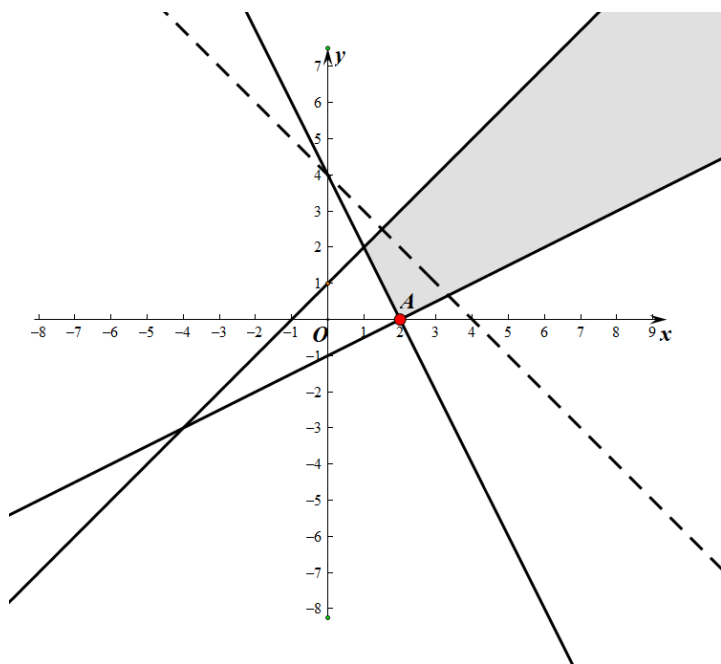
5. C

【解析】

首先绘制出可行域, 再绘制出目标函数, 根据可行域范围求出目标函数中 z 的取值范围.

【详解】

由题知 x, y 满足 $\begin{cases} 2x + y \geq 4 \\ x - y \geq -1 \\ x - 2y \leq 2 \end{cases}$, 可行域如下图所示,



可知目标函数在点 $A(2, 0)$ 处取得最小值，

故目标函数的最小值为 $z = x + y = 2$ ，

故 $z = x + y$ 的取值范围是 $[2, +\infty)$ 。

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了线性规划中目标函数的取值范围的问题，属于基础题。

6. C

【解析】

根据题意，得 $0 < m < 1$ ， $f(1) = 0$ ，则 $f(x)$ 为减函数，从而得出函数 $|f(x)|$ 的单调性，可比较 a 和 b ，而 $c = |f(0)| = 1 - m$ ，比较 $f(0), f(2)$ ，即可比较 a, b, c 。

【详解】

因为 $f(x) = m^x - m$ ($m > 0$ ，且 $m \neq 1$) 的图象经过第一、二、四象限，

所以 $0 < m < 1$ ， $f(1) = 0$ ，

所以函数 $f(x)$ 为减函数，函数 $|f(x)|$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递减，在 $(1, +\infty)$ 上单调递增，

又因为 $1 < \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}} < 4^{\frac{3}{8}} = 2^{\frac{3}{4}} < 2$ ，

所以 $a < b$ ，

又 $c = |f(0)| = 1 - m$ ， $|f(2)| = m^2 - m$ ，

则 $|f(2)| - |f(0)| = m^2 - 1 < 0$,

即 $|f(2)| < |f(0)|$,

所以 $a < b < c$.

故选: C.

【点睛】

本题考查利用函数的单调性比较大小, 还考查化简能力和转化思想.

7. D

【解析】

从第一行的第 5 列和第 6 列起由左向右读数划去大于 20 的数分别为: 08,02,14,07,01, 所以第 5 个个体是 01, 选 D.

考点: 此题主要考查抽样方法的概念、抽样方法中随机数表法, 考查学习能力和运用能力.

8. C

【解析】

由题意可得双曲线的渐近线的方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$.

$\because B$ 为线段 FA 的中点, $OB \perp FA$

$\therefore OA = OF = c$, 则 $\triangle AOF$ 为等腰三角形.

$\therefore \angle BOF = \angle BOA$

由双曲线的渐近线的性质可得 $\angle BOF = \angle xOA$

$\therefore \angle BOF = \angle BOA = \angle xOA = 60^\circ$

$\therefore \frac{b}{a} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$, 即 $b^2 = 3a^2$.

$\therefore$ 双曲线的离心率为 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} = \frac{2a}{a} = 2$

故选 C.

点睛: 本题考查了椭圆和双曲线的定义和性质, 考查了离心率的求解, 同时涉及到椭圆的定义和双曲线的定义及三角形的三边的关系应用, 对于求解曲线的离心率(或离心率的取值范围), 常见有两种方法: ①求出 a, c , 代入公式

$e = \frac{c}{a}$; ②只需要根据一个条件得到关于 a, b, c 的齐次式, 转化为 a, c 的齐次式, 然后转化为关于 e 的方程(不等式),

解方程(不等式), 即可得 e (e 的取值范围).

9. D

【解析】

运用函数的奇偶性定义, 周期性定义, 根据表达式判断即可.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/338123017051006137>