

专题 08 一元二次方程章末素养评估卷

一、单选题(共 40 分)

1. (本题 4 分) (2022·广西柳州·九年级期末) 下列方程中, 不是一元二次方程的是 ()

- A. $5x^2 - 7x^4 = -3$ B. $x^2 = x + 1$ C. $-6x^2 - 5 = 0$ D. $x^2 - 7x = 6$

【答案】A

【解析】

【分析】

根据形如 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的方程为一元二次方程, 进而可进行求解.

【详解】

解: A、 $5x^2 - 7x^4 = -3$ 不是一元二次方程, 故符合题意;

B、C、D 都为一元二次方程, 故不符合题意;

故选 A.

【点睛】

本题主要考查一元二次方程的定义, 熟练掌握一元二次方程的定义是解题的关键.

2. (本题 4 分) (2021·广东阳江·二模) 若方程 $x^2 - 4x + c = 0$ 的一个实数根是 3, 则 c 的值是 ()

- A. $c = -3$ B. $c = 3$ C. $c = 5$ D. $c = 0$

【答案】B

【解析】

【分析】

根据题意将 $x=3$ 代入原方程, 求出 c 的值即可.

【详解】

当 $x=3$ 时, $3^2 - 4 \times 3 + c = 0$,

解得 $c=3$.

故选: B.

【点睛】

本题主要考查了一元二次方程的解, 直接代入是解决此类问题的常用方法.

3. (本题 4 分) (2022·四川绵阳·九年级期末) 用配方法解关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$

，配方正确的是（ ）

- A. $(x+1)^2=2$ B. $(x-1)^2=1$ C. $(x-1)^2=2$ D. $(x+1)^2=1$

【答案】C

【解析】

【分析】

常数项移到方程的左边，两边都加上 1 配成完全平方方式即可得出答案.

【详解】

解： $\because x^2-2x-1=0$,

$\therefore x^2-2x=1$,

则 $x^2-2x+1=1+1$ ，即 $(x-1)^2=2$ ，

故选：C.

【点睛】

本题主要考查配方法解一元二次方程的能力，解题的关键是熟练掌握用配方法解一元二次方程的步骤.

4. (本题 4 分) (2021·山东滨州·一模) 关于 x 的一元二次方程 $x^2+(-k+2)x-4+k=0$ 根的情况，下列说法正确的是（ ）

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 无实数根 D. 无法确定

【答案】A

【解析】

【分析】

先计算判别式，再配方得到 $\Delta=(k-4)^2+4$ ，然后根据非负数的性质得到 $\Delta>0$ ，再根据判别式的意义即可得到方程总有两个不相等的实数根.

【详解】

解： $\because \Delta=(-k+2)^2-4\times 1\times (-4+k)$

$=k^2-4k+4+16-4k$

$=k^2-8k+20$

$=k^2-8k+16+4$

$=(k-4)^2+4>0$,

$\therefore$ 该方程有两个不相等的实数根.

故选：A.

【点睛】

本题考查了一元二次方程根的判别式，判断出 $(k-4)^2+4>0$ 是解题的关键.

5. (本题 4 分) (2022·河南三门峡·九年级期末) 一元二次方程 $x^2+px-2=0$ 的一个根为 2，则 p 的值以及另一个根为 ()

A. 1, -1 B. 1, 1 C. -1, -1 D. -1, 1

【答案】C

【解析】

【分析】

先设方程的另一个根为 t ，再由根与系数的关系得出关于 t 、 p 的方程组，求解即可得到答案.

【详解】

设方程的另一个根为 t ，

$$\text{由题意得 } \begin{cases} 2+t=-p \\ 2t=-2 \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} t=-1 \\ p=-1 \end{cases}$$

$\therefore p$ 的值以及另一个根分别为 -1, 1.

故选：C.

【点睛】

本题考查了一元二次方程根与系数的关系，即设一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的两个实数根为 x_1, x_2 ，

$$\text{则 } \begin{cases} x_1+x_2=-\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a} \end{cases}, \text{ 熟练掌握知识点是解题的关键.}$$

6. (本题 4 分) (2021·山东枣庄·一模) 若关于 x 的方程 $kx^2-6x+9=0$ 有实数根，则 k 的取值范围是 ()

A. $k < 1$ B. $k \leq 1$ C. $k < 1$ 且 $k \neq 0$ D. $k \leq 1$ 且 $k \neq 0$

【答案】B

【解析】

【分析】

本题分两种情形讨论：当 $k=0$ 时，判断此时方程是否有根；当 $k \neq 0$ 时，根据判断判别式列出不等式求解即可.

【详解】

解：当 $k=0$ 时，方程为 $-6x+9=0$ ，此时方程的解为 $x=\frac{3}{2}$ ，符合题意；

当 $k \neq 0$ 时， $\therefore$ 关于 x 的方程 $kx^2 - 6x + 9 = 0$ 有实数根，

$$\therefore \Delta = (-6)^2 - 4k \geq 0,$$

$$\therefore k \leq 1,$$

又 $k \neq 0$,

$$\therefore k \leq 1 \text{ 且 } k \neq 0,$$

综上所述，当 $k \leq 1$ 时，关于 x 的方程 $kx^2 - 6x - 9 = 0$ 有实数根.

故选：B.

【点睛】

本题考查了一元二次方程根的判别式的应用，以及分类讨论数学思想，进行分类讨论是解题的关键.

7. (本题 4 分) (2022·江苏江苏·九年级期末) 根据关于 x 的一元二次方程 $x^2 + px + q = 0$ ，可列表如下：则

方程 $x^2 + px + q = 0$ 的正数解满足 ()

x	0.5	1	1.1	1.2	1.3	1.4
$x^2 + px + q$	-2.75	-1	-0.59	-0.16	0.29	0.76

A. 解的整数部分是 1，十分位是 1

B. 解的整数部分是 1，十分位是 2

C. 解的整数部分是 1，十分位是 3

D. 解的整数部分是 1，十分位是 4

【答案】B

【解析】

【分析】

仔细看表，可知 $x^2 + px + q$ 的值 -0.16 和 0.29 最接近于 0，再看对应的 x 的值即可得.

【详解】

解：根据表中函数的增减性，可以确定函数值是 0 时， x 应该是大于 1.2 而小于 1.3.

所以解的整数部分是 1，十分位是 2.

故选：B.

【点睛】

本题的考查的是二次函数与一元二次方程，在解题过程中，根据表格，来判断函数的单调性，然后根据单调性来解答问题。

8. (本题 4 分) (2021·广东茂名·九年级阶段练习) 若方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 中, a, b, c 满足 $a+b+c=0$ 和 $a-b+c=0$, 则方程的根是 ()

- A. 1, 0 B. -1, 0 C. 1, -1 D. 无法确定

【答案】C

【解析】

【分析】

根据一元二次方程的根的定义，将未知数的值代入方程，计算后即可得出结论。

【详解】

解: $\because ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$,

把 $x=1$ 代入得: $a+b+c=0$,

即方程的一个解是 $x=1$,

把 $x=-1$ 代入得: $a-b+c=0$,

即方程的一个解是 $x=-1$;

故选: C.

【点睛】

本题考查了方程的解的定义，掌握方程的解的定义并能准确利用定义进行判断是解题的关键。

9. (本题 4 分) (2022·广东广州·九年级期末) 定义新运算“ $a \otimes b$ ”: 对于任意实数 a, b , 都有 $a \otimes b = (a-b)^2 - b$, 其中等式右边是通常的加法、减法和乘法运算, 如 $3 \otimes 2 = (3-2)^2 - 2 = -1$. 若 $x \otimes k = 0$ (k 为实数) 是关于 x 的方程, 且 $x=2$ 是这个方程的一个根, 则 k 的值是 ()

- A. 4 B. -1 或 4 C. 0 或 4 D. 1 或 4

【答案】D

【解析】

【分析】

利用新运算把方程 $x \otimes k = 0$ (k 为实数) 化为 $(x-k)^2 - k = 0$, 把 $x=2$ 代入求解即可。

【详解】

解: $\because a \otimes b = (a-b)^2 - b$,

$\therefore$ 关于 x 的方程 $x \otimes k = 0$ (k 为实数) 化为 $(x-k)^2 - k = 0$,

$\therefore x=2$ 是这个方程的一个根，

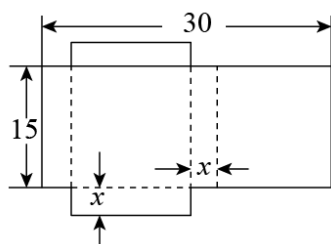
$\therefore 4-4k+k^2-k=0$, 解得: $k_1=4, k_2=1$,

故选: D.

【点睛】

本题考查了解一元二次方程, 解题的关键是根据新定义运算法则得到关于 k 的方程.

10. (本题 4 分) (2022·浙江·宁波市海曙外国语学校八年级开学考试) 将一个容积为 600cm^3 的长方体包装盒剪开、铺平, 纸样如图所示, 根据题意, 列出关于 x 的方程为 ()



A. $15(30-2x) \cdot x = 600$

B. $30(30-2x) \cdot x = 600$

C. $15(15-x) \cdot x = 600$

D. $x(15-x) \cdot x = 600$

【答案】C

【解析】

【分析】

根据题意表示出长方体的长与宽, 进而表示出长方体的体积即可.

【详解】

解: 由题意可得: 长方体的长为: 15, 宽为: $(30-2x) \div 2 = 15-x$,

则根据题意, 列出关于 x 的方程为: $15(15-x)x=600$

故选: C.

【点睛】

此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程, 正确表示出长方体的棱长是解题关键.

二、填空题(共 20 分)

11. (本题 5 分) (2020·福建省福州屏东中学九年级期中) 一元二次方程 $x^2 - a = 0$ 的一个根是 4, 则 a 的值是 ____.

【答案】16

【解析】

【分析】

方程的根满足方程，代入求解.

【详解】

解：把 $x=4$ 代入方程 $x^2-a=0$ 得： $16-a=0$ ，

解得 $a=16$.

故答案为：16

【点睛】

本题考查一元二次方程的解，理解根满足方程的等式关系是解题关键.

12. (本题 5 分) (2022·福建莆田·九年级期末) 等腰 $\triangle ABC$ 的底和腰分别是一元二次方程 $x^2-5x+4=0$ 的两根，则这个等腰三角形的周长为_____.

【答案】9

【解析】

【分析】

先利用因式分解法解方程，再根据三角形的三边关系得出底和腰，进而求周长；

【详解】

解： $x^2-5x+4=0$ ，

$(x-4)(x-1)=0$ ，

$x_1=4$ ， $x_2=1$ ，

$\because 1+1=2<4$ ，不符合三角形的三边关系，

$\therefore$ 等腰三角形的底为 1，腰是 4，

周长 $=1+4+4=9$ ，

故答案为：9

【点睛】

本题考查了一元二次方程的解法：因式分解法即利用因式分解求方程的解，这种方法简便易用是解一元二次方程最常用的方法；也考查了三角形的三边关系.

13. (本题 5 分) (2021·上海市民办扬波中学八年级期中) 已知 a 是实数，且 $\frac{12}{a^2-2a}-(a^2-2a)=4$ ，那么 a^2-2a 的值为_____.

【答案】2

【解析】

【分析】

设 $a^2 - 2a = x$ ，即原方程为 $\frac{12}{x} - x = 4$ ，解之得 $x_1 = -6$ ， $x_2 = 2$ 。分类讨论当 $x = -6$ 时和当 $x = 2$ 时，利用根的判别式舍去不合题意的 x 的值即可。

【详解】

解：设 $a^2 - 2a = x$ ，

则 $\frac{12}{a^2 - 2a} - (a^2 - 2a) = 4$ 可变形为， $\frac{12}{x} - x = 4$

解方程： $\frac{12}{x} - x = 4$ ，

得： $x_1 = -6$ ， $x_2 = 2$ 。

经检验 $x = -6$ 或 2 是原方程的根。

$\because a$ 为实数，

当 $x = -6$ 时， $a^2 - 2a = -6$ ，即 $a^2 - 2a + 6 = 0$ ，

$\because \Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 6 = -20 < 0$ ，

$\therefore$ 方程无解，舍去；

当 $x = 2$ 时， $a^2 - 2a = 2$ ，即 $a^2 - 2a - 2 = 0$

$\because \Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 12 > 0$ ，

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根，符合题意。

$\therefore a^2 - 2a$ 的值为 2 。

故答案为： 2 。

【点睛】

本题考查解分式方程，一元二次方程根的判别式。利用换元法是解题的关键。

14. (本题 5 分) (2022·山东省青岛第二十六中学九年级期末) 某市 2008 年国内生产总值 (GDP) 比 2007 年增长了 12%，由于受到国际金融危机的影响，预计今年比 2008 年增长 7%，若这两年 GDP 年平均增长率为 $x\%$ ，则 $x\%$ 满足的方程是_____。

【答案】 $1 \times (1 + 12\%) \times (1 + 7\%) = 1 \times (1 + x\%)^2$

【解析】

【分析】

设 2007 年的国内生产总值 (GDP) 为 1，根据 2009 年的国内生产总值的两种不同的表述方式列出方程即可。

【详解】

解：设 2007 年的国内生产总值（GDP）为 1，

∴2008 年国内生产总值（GDP）比 2007 年增长了 12%，

∴2008 年的国内生产总值（GDP）为 $1 \times (1+12\%)$ ，

∴今年比 2008 年增长 7%，

∴2009 年国内生产总值为 $1 \times (1+12\%) \times (1+7\%)$ ，

若这两年 GDP 年平均增长率为 $x\%$ ，则 2009 年国内生产总值为 $1 \times (1+x\%)^2$ ，

∴可列方程为 $1 \times (1+12\%) \times (1+7\%) = 1 \times (1+x\%)^2$ ，

故答案为 $1 \times (1+12\%) \times (1+7\%) = 1 \times (1+x\%)^2$ 。

【点睛】

本题考查了平均增长率问题，正确理解增长率是解题的关键。

三、解答题(共 90 分)

15. (本题 8 分) (2022·湖北湖北·九年级期末) 解一元二次方程：

(1) $x^2 + 10x + 16 = 0$ ；

(2) $(2x-1)^2 = (3-x)^2$ 。

【答案】(1) $x_1 = -2$ ， $x_2 = -8$

(2) $x_1 = -2$ ， $x_2 = \frac{4}{3}$

【解析】

【分析】

(1) 运用配方法求解即可；

(2) 先移项，再利用因式分解法求解即可。

(1)

解：(1) $x^2 + 10x = -16$

$(x+5)^2 = 9$ ，

$x+5 = \pm 3$ ，

∴ $x_1 = -2$ ， $x_2 = -8$ 。

(2)

解：(2) $(2x-1)^2 - (3-x)^2 = 0$

$$(2x-1+3-x)(2x-1-3+x)=0,$$

$$2x-1+3-x=0 \text{ 或 } 2x-1-3+x=0,$$

$$\therefore x_1 = -2, \quad x_2 = \frac{4}{3}.$$

【点睛】

本题考查了解一元二次方程的能力，熟练掌握解一元二次方程的方法是解题的关键，解一元二次方程的一般方法有：直接开方法，因式分解法，配方法，公式法，结合题目特点选择合适的方法即可。

16. (本题 8 分) (2021·北京·九年级专题练习) 已知 m 是方程 $x^2 + x - 5 = 0$ 的一个根，求代数式

$$(m+1)^2 + (m+2)(m-2) \text{ 的值.}$$

【答案】7

【解析】

【分析】

由题意易得 $m^2 + m = 5$ ，然后把代数式进行化简，最后整体代入求解即可。

【详解】

解：∵ m 是方程 $x^2 + x - 5 = 0$ 的一个根，

$$\therefore m^2 + m - 5 = 0,$$

$$\therefore m^2 + m = 5,$$

$$\therefore (m+1)^2 + (m+2)(m-2)$$

$$= m^2 + 2m + 1 + m^2 - 4$$

$$= 2m^2 + 2m - 3$$

$$= 2(m^2 + m) - 3$$

$$= 2 \times 5 - 3 = 7.$$

【点睛】

本题主要考查一元二次方程的解、乘法公式及代数式的值，熟练掌握一元二次方程的解、乘法公式及代数式的值是解题的关键。

17. (本题 8 分) (2022·湖北湖北·九年级期末) 已知：关于关于 x 的一元二次方程

$$x^2 - (k+3)x + 2k + 2 = 0.$$

(1) 求证：方程总有两个实数根；

(2) 若方程的一根是另一根的 2 倍，求 k 的值。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/338140131051007007>