湖北省黄冈市黄冈中学2024年高三3月份第一次模拟考试数学试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知$\vec{a},\vec{b}$为非零向量，“$\vec{a}^2\vec{b}=\vec{b}^2\vec{a}$”为“$|\vec{a}|\vec{a}=|\vec{b}|\vec{b}$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．充分必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

2．在ΔABC中$\angle A,\angle B,\angle C$所对的边分别是$a,b,c$，若$a=3,b=4,\angle C=120^\circ$，则$c=$（　　）

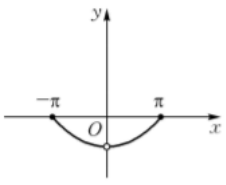
A．37　　B．13　　C．$\sqrt{13}$　　D．$\sqrt{37}$

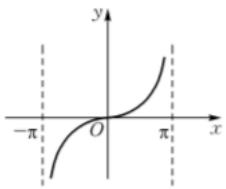
3．2019年10月1日上午，庆祝中华人民共和国成立70周年阅兵仪式在天安门广场隆重举行.这次阅兵不仅展示了我国的科技军事力量，更是让世界感受到了中国的日新月异.今年的阅兵方阵有一个很抢眼，他们就是院校科研方阵.他们是由军事科学院、国防大学、国防科技大学联合组建．若已知甲、乙、丙三人来自上述三所学校，学历分别有学士、硕士、博士学位.现知道：①甲不是军事科学院的；②来自军事科学院的不是博士；③乙不是军事科学院的；④乙不是博士学位；⑤国防科技大学的是研究生．则丙是来自哪个院校的，学位是什么(　　)

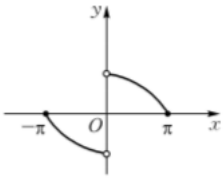
A．国防大学，研究生　　B．国防大学，博士

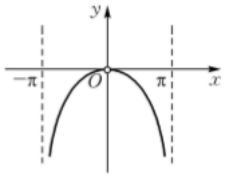
C．军事科学院，学士　　D．国防科技大学，研究生

4．函数$y=\dfrac{\sin(-x)}{x}$（$x\in[-\pi,0)$或$x\in(0,\pi]$）的图象大致是（　　）

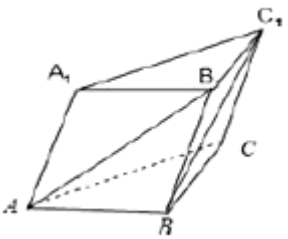
A．

B．

C．

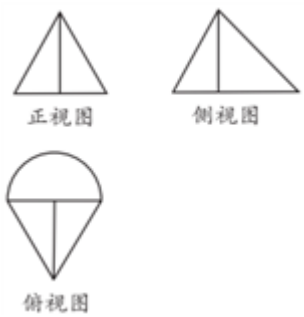
D．

5．三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，底面边长和侧棱长都相等，$\angle BAA_1=\angle CAA_1=60^\circ$，则异面直线$AB_1$与$BC_1$所成角的余弦值为（　）



A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{6}}{6}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{6}$

6．某几何体的三视图如图所示，其中正视图是边长为 4 的正三角形，俯视图是由边长为 4 的正三角形和一个半圆构成，则该几何体的体积为（　　）



A．$8+\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$　　B．$8+\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$　　C．$4+\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$　　D．$4+\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$

7．设函数 $f\left(x\right)=\frac{e^x}{x}-t\left(\ln x+x+\frac{2}{x}\right)$ 恰有两个极值点，则实数 t 的取值范围是（　　）

A．$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$　　B．$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

C．$\left(\frac{1}{2},\frac{e}{3}\right)\cup\left(\frac{e}{3},+\infty\right)$　　D．$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup\left(\frac{e}{3},+\infty\right)$

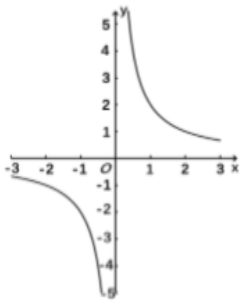
8．已知复数 z＝（1+2i）（1+ai）（$a\in R$），若 $z\in R$，则实数 a＝（　　）

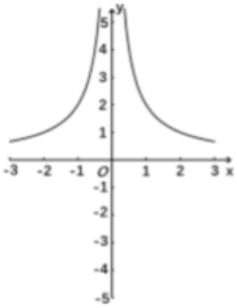
A．$\frac{1}{2}$　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．2　　D．﹣2

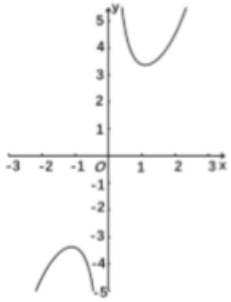
9．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右两个焦点分别为 F_1，F_2，若存在点 P 满足 $\left|PF_1\right|:\left|PF_2\right|:\left|F_1F_2\right|=4:6:5$，则该双曲线的离心率为（　　）

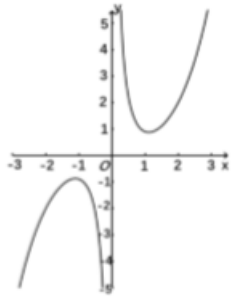
A．2　　B．$\frac{5}{2}$　　C．$\frac{5}{3}$　　D．5

10．函数 $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{\ln(x^2+1)}$ 在 $[-3,3]$ 的图象大致为(　　)

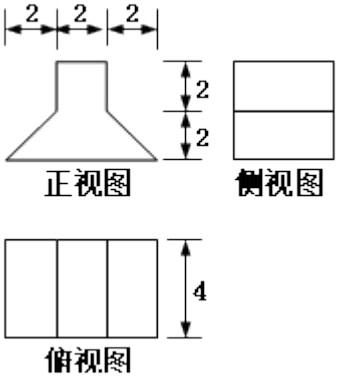
A．

B．

C．

D．

11．若某几何体的三视图（单位:cm）如图所示，则此几何体的体积是（　　）



A．36 cm³　　B．48 cm³　　C．60 cm³　　D．72 cm³

12．若两个非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$满足$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=0$，且$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=2\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角的余弦值为（　　）

A．$\frac{3}{5}$　　B．$\pm\frac{3}{5}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\pm\frac{1}{2}$

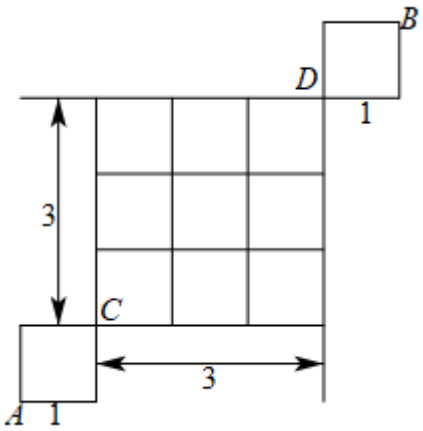
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若$(2x+1)^6=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+\cdots+a_6(x+1)^6$，则$a_0+a_1+2a_2+3a_3+4a_4+5a_5+6a_6=$_____.

14．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E,F分别为棱AA_1,D_1A_1的中点，则直线EF与直线A_1B所成角的正切值为_____.

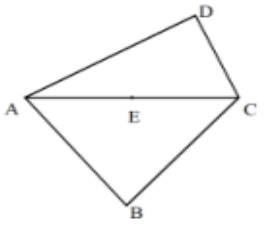
15．若满足$\begin{cases}x\le 3\\ x+y\ge 2\\ y\le x\end{cases}$，则目标函数$z=y-2x$的最大值为_____.

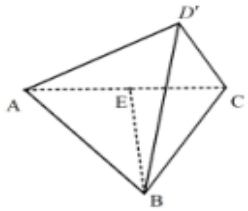
16．如图，机器人亮亮沿着单位网格，从A地移动到B地，每次只移动一个单位长度，则亮亮从A移动到B最近的走法共有____种.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）如图，四边形 $ABCD$ 中，$\angle ADC=\frac{\pi}{2}$，$AD=AB=BC=2CD$，$AE=EC$，沿对角线 AC 将 ΔACD 翻折成 $\Delta ACD'$，使得 $BD'=BC$.





（1）证明：$BE\perp CD'$；

（2）求直线 BE 与平面 ABD' 所成角的正弦值.

18.（12 分）已知 O 为坐标原点，点 $F_1(-\sqrt{2},0)$，$F_2(\sqrt{2},0)$，$S(3\sqrt{2},0)$，动点 N 满足 $|NF_1|+|NS|=4\sqrt{3}$，点 P 为线段 NF_1 的中点，抛物线 C：$x^2=2my(m>0)$ 上点 A 的纵坐标为 $\sqrt{6}$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OS}=6\sqrt{6}$.

（1）求动点 P 的轨迹曲线 W 的标准方程及抛物线 C 的标准方程；

（2）若抛物线 C 的准线上一点 Q 满足 $OP\perp OQ$，试判断 $\frac{1}{|OP|^2}+\frac{1}{|OQ|^2}$ 是否为定值，若是，求这个定值；若不是，请说明理由.

19.（12 分）已知椭圆 $E:\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$，过 $Q(-4,0)$ 的直线 l 与椭圆 E 相交于 A,B 两点，且与 y 轴相交于 P 点.

（1）若 $\overrightarrow{PA}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AQ}$，求直线 l 的方程；

（2）设 A 关于 x 轴的对称点为 C，证明：直线 BC 过 x 轴上的定点.

20.（12 分）已知函数 $f(x)=\frac{a}{2}x^2-x(\ln x-b-1)$，$a,b\in\mathrm{R}$.

（1）当 $b=$-1 时，讨论函数 $f(x)$ 的零点个数；

（2）若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且 $c\le e^{2a+b}$ 求 c 的最大值.

21.（12 分）交通部门调查在高速公路上的平均车速情况，随机抽查了 60 名家庭轿车驾驶员，统计其中有 40 名男性驾驶员，其中平均车速超过$90km/h$的有 30 人，不超过$90km/h$的有 10 人；在其余 20 名女性驾驶员中，平均车速超过$90km/h$的有 5 人，不超过$90km/h$的有 15 人.

（1）完成下面的2×2列联表，并据此判断是否有99.9%的把握认为，家庭轿车平均车速超过$90km/h$与驾驶员的性别有关；

	平均车速超过$90km/h$的人数	平均车速不超过$90km/h$的人数	合计
男性驾驶员			
女性驾驶员			
合计			

（2）根据这些样本数据来估计总体，随机调查 3 辆家庭轿车，记这 3 辆车中，驾驶员为女性且平均车速不超过$90km/h$的人数为ξ，假定抽取的结果相互独立，求ξ的分布列和数学期望.

参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$其中$n=a+b+c+d$

临界值表：

$P\left(K^2\geq k_0\right)$	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

22.（10 分）在直角坐标系中，已知圆$M:(x-a)^2+(y-1)^2=a^2+1$，以原点为极点，*x* 轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知直线$\rho\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$平分圆 *M* 的周长.

（1）求圆 *M* 的半径和圆 *M* 的极坐标方程；

（2）过原点作两条互相垂直的直线l_1,l_2，其中l_1与圆 *M* 交于 *O*，*A* 两点，l_2与圆 *M* 交于 *O*，*B* 两点，求$\triangle OAB$面积的最大值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

由数量积的定义可得$\vec{a}^2=|\vec{a}|^2>0$,为实数,则由$\vec{a}^2\vec{b}=\vec{b}^2\vec{a}$可得$|\vec{a}|^2\vec{b}=|\vec{b}|^2\vec{a}$,根据共线的性质,可判断$\vec{a}=\vec{b}$；再根据$|\vec{a}|\vec{a}=|\vec{b}|\vec{b}$判断$\vec{a}=\vec{b}$,由等价法即可判断两命题的关系.

【详解】

若$\vec{a}^2\vec{b}=\vec{b}^2\vec{a}$成立,则$|\vec{a}|^2\vec{b}=|\vec{b}|^2\vec{a}$,则向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的方向相同,且$|\vec{a}|^2|\vec{b}|=|\vec{b}|^2|\vec{a}|$,从而$|\vec{a}|=|\vec{b}|$,所以$\vec{a}=\vec{b}$；

若$|\vec{a}|\vec{a}=|\vec{b}|\vec{b}$,则向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的方向相同,且$|\vec{a}|^2=|\vec{b}|^2$,从而$|\vec{a}|=|\vec{b}|$,所以$\vec{a}=\vec{b}$.

所以“$\vec{a}^2\vec{b}=\vec{b}^2\vec{a}$”为“$|\vec{a}|\vec{a}=|\vec{b}|\vec{b}$”的充分必要条件.

故选:B

【点睛】

本题考查充分条件和必要条件的判定,考查相等向量的判定,考查向量的模、数量积的应用.

2、D

【解析】

直接根据余弦定理求解即可.

【详解】

解：$\because a=3,b=4,\angle C=120^\circ$，

$\therefore c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=9+16+12=37$，

$\therefore c=\sqrt{37}$，

故选：D.

【点睛】

本题主要考查余弦定理解三角形，属于基础题.

3、C

【解析】

根据①③可判断丙的院校；由②和⑤可判断丙的学位.

【详解】

由题意①甲不是军事科学院的，③乙不是军事科学院的；

则丙来自军事科学院；

由②来自军事科学院的不是博士，则丙不是博士；

由⑤国防科技大学的是研究生，可知丙不是研究生，

故丙为学士.

综上可知，丙来自军事科学院，学位是学士.

故选：C.

【点睛】

本题考查了合情推理的简单应用，由条件的相互牵制判断符合要求的情况，属于基础题.

4、A

【解析】

确定函数的奇偶性，排除两个选项，再求$x=\pi$时的函数值，再排除一个，得正确选项.

【详解】

分析知，函数$y=\dfrac{\sin(-x)}{x}$（$x\in[-\pi,0)$或$x\in(0,\pi]$）为偶函数，所以图象关于y轴对称，排除B，C，

当$x=\pi$时，$\dfrac{\sin x}{x}=0$，排除D，

故选：A.

【点睛】

本题考查由函数解析式选择函数图象，解题时可通过研究函数的性质，如奇偶性、单调性、对称性等，研究特殊的函数的值、函数值的正负，以及函数值的变化趋势，排除错误选项，得正确结论.

5、B

【解析】

设$\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，根据向量线性运算法则可表示出$\overrightarrow{AB_1}$和$\overrightarrow{BC_1}$；分别求解出$\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC_1}$和$\left|\overrightarrow{AB_1}\right|$，$\left|\overrightarrow{BC_1}\right|$，根据向量夹角的求解方法求得$\cos<\overrightarrow{AB_1},\overrightarrow{BC_1}>$，即可得所求角的余弦值.

【详解】

设棱长为1，$\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$

由题意得：$\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}=\dfrac{1}{2}$，$\vec{a}\cdot\vec{c}=\dfrac{1}{2}$

Q $\overrightarrow{AB_1}=\vec{a}+\vec{c}$，$\overrightarrow{BC_1}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB_1}=\vec{b}-\vec{a}+\vec{c}$

$\therefore \overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC_1}=\left(\vec{a}+\vec{c}\right)\cdot\left(\vec{b}-\vec{a}+\vec{c}\right)=\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{a}^2+\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}-\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{c}^2=\frac{1}{2}-1+\frac{1}{2}+1=1$

又$\left|\overrightarrow{AB_1}\right|=\sqrt{\left(\vec{a}+\vec{c}\right)^2}=\sqrt{\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{c}^2}=\sqrt{3}$

$\left|\overrightarrow{BC_1}\right|=\sqrt{\left(\vec{b}-\vec{a}+\vec{c}\right)^2}=\sqrt{\vec{b}^2+\vec{a}^2+\vec{c}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+2\vec{b}\cdot\vec{c}-2\vec{a}\cdot\vec{c}}=\sqrt{2}$

$\therefore \cos<\overrightarrow{AB_1},\overrightarrow{BC_1}>=\frac{\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC_1}}{\left|\overrightarrow{AB_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BC_1}\right|}=\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

即异面直线AB_1与BC_1所成角的余弦值为：$\frac{\sqrt{6}}{6}$

本题正确选项：B

【点睛】

本题考查异面直线所成角的求解，关键是能够通过向量的线性运算、数量积运算将问题转化为向量夹角的求解问题.

6、A

【解析】

由题意得到该几何体是一个组合体，前半部分是一个高为$2\sqrt{3}$底面是边长为4的等边三角形的三棱锥，后半部分是一个底面半径为2的半个圆锥，体积为$V=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2\times2\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\pi\times4\times2\sqrt{3}=8+\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$

故答案为A.

点睛：思考三视图还原空间几何体首先应深刻理解三视图之间的关系，遵循“长对正，高平齐，宽相等”的基本原则，其内涵为正视图的高是几何体的高，长是几何体的长；俯视图的长是几何体的长，宽是几何体的宽；侧视图的高是几何体的高，宽是几何体的宽.由三视图画出直观图的步骤和思考方法：1、首先看俯视图，根据俯视图画出几何体地面的直观图；2、观察正视图和侧视图找到几何体前、后、左、右的高度；3、画出整体，然后再根据三视图进行调整.

7、C

【解析】

$f\left(x\right)$恰有两个极值点，则$f'\left(x\right)=0$恰有两个不同的解，求出$f'\left(x\right)$可确定$x=1$是它的一个解，另一个解由方程$\frac{e^x}{x+2}-t=0$确定，令$g\left(x\right)=\frac{e^x}{x+2}\left(x>0\right)$通过导数判断函数值域求出方程有一个不是1的解时$t$应满足的条件.

【详解】

由题意知函数$f\left(x\right)$的定义域为$\left(0,+\infty\right)$，$f'\left(x\right)=\frac{\left(x-1\right)e^x}{x^2}-t\left(\frac{1}{x}+1-\frac{2}{x^2}\right)$

$$=\frac{(x-1)\left[e^x-t(x+2)\right]}{x^2}=\frac{(x-1)(x+2)\left(\frac{e^x}{x+2}-t\right)}{x^2}.$$

因为$f(x)$恰有两个极值点，所以$f'(x)=0$恰有两个不同的解，显然$x=1$是它的一个解，另一个解由方程

$\frac{e^x}{x+2}-t=0$确定，且这个解不等于1.

令$g(x)=\frac{e^x}{x+2}(x>0)$，则$g'(x)=\frac{(x+1)e^x}{(x+2)^2}>0$，所以函数$g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，从而$g(x)>g(0)=\frac{1}{2}$，

且$g(1)=\frac{e}{3}$.所以，当$t>\frac{1}{2}$且$t\neq\frac{e}{3}$时，$f(x)=\frac{e^x}{x}-t\left(\ln x+x+\frac{2}{x}\right)$恰有两个极值点，即实数$t$的取值范围是

$\left(\frac{1}{2},\frac{e}{3}\right)\cup\left(\frac{e}{3},+\infty\right)$.

故选：C

【点睛】

本题考查利用导数研究函数的单调性与极值，函数与方程的应用，属于中档题.

8、D

【解析】

化简$z=(1+2i)(1+ai)=(1-2a)+(a+2)i$，再根据$z\in R$求解.

【详解】

因为$z=(1+2i)(1+ai)=(1-2a)+(a+2)i$，

又因为$z\in R$，

所以$a+2=0$，

解得$a=-2$.

故选：D

【点睛】

本题主要考查复数的运算及概念，还考查了运算求解的能力，属于基础题.

9、B

【解析】

利用双曲线的定义和条件中的比例关系可求.

【详解】

$e=\dfrac{|F_1F_2|}{|PF_2|-|PF_1|}=\dfrac{5}{6-4}=\dfrac{5}{2}$.选 B.

【点睛】

本题主要考查双曲线的定义及离心率，离心率求解时，一般是把已知条件，转化为 a,b,c 的关系式.

10、C

【解析】

先根据函数奇偶性排除 B，再根据函数极值排除 A；结合特殊值即可排除 D，即可得解.

【详解】

函数 $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{\ln(x^2+1)}$，

则 $f(-x)=\dfrac{e^{-x}-e^x}{\ln(x^2+1)}=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数，排除 B 选项；

当 $x\to+\infty$ 时，$f(x)\approx\dfrac{e^x}{\ln x^2}\to+\infty$，所以排除 A 选项；

当 $x=1$ 时，$f(1)=\dfrac{e-e^{-1}}{\ln(1+1)}=\dfrac{e-e^{-1}}{\ln 2}\approx\dfrac{2.72-0.37}{0.69}\approx3.4$，排除 D 选项；

综上可知，C 为正确选项，

故选：C.

【点睛】

本题考查根据函数解析式判断函数图像，注意奇偶性、单调性、极值与特殊值的使用，属于基础题.

11、B

【解析】

试题分析：该几何体上面是长方体，下面是四棱柱；长方体的体积 $V_1=2\cdot2\cdot4=16$，四棱柱的底面是梯形，体积为

$V_2=\dfrac{1}{2}(2+6)\cdot2\cdot4=32$，因此总的体积 $V=16+32=48$.

考点：三视图和几何体的体积.

12、A

【解析】

设平面向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 θ，由已知条件得出 $|\vec{a}|=|\vec{b}|$，在等式 $|\vec{a}+\vec{b}|=2|\vec{a}-\vec{b}|$ 两边平方，利用平面向量数量积的运算律可求得 $\cos\theta$ 的值，即为所求.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/345231201314012101