百校联考 2025 届全国高考招生统一考试高考数学试题模拟试题（2）

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．在四边形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，$AB=2$，$AD=5$，$BC=3$，$\angle A=60^\circ$，点 E 在线段 CB 的延长线上，且 $AE=BE$，点 M 在边 CD 所在直线上，则 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{ME}$ 的最大值为（　　）

A．$-\dfrac{71}{4}$　　B．-24　　C．$-\dfrac{51}{4}$　　D．-30

2．已知奇函数 $f\left(x\right)$ 是 R 上的减函数，若 m,n 满足不等式组 $\begin{cases} f(m)+f(n-2)\ge 0 \\ f(m-n-1)\ge 0 \\ f(m)\le 0 \end{cases}$，则 $2m-n$ 的最小值为（　　）

A．-4　　B．-2　　C．0　　D．4

3．函数 $y=f(x)\ (x\in R)$ 在 $\left(-\infty,1\right]$ 上单调递减，且 $f(x+1)$ 是偶函数，若 $f(2x-2)>f(2)$，则 x 的取值范围是（　　）

A．（2，+∞）　　B．（− ∞，1）∪（2，+∞）

C．（1，2）　　D．（− ∞，1）

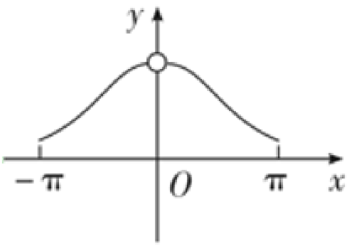
4．记集合 $A=\left\{\left(x,y\right)\middle|x^2+y^2\le 16\right\}$ 和集合 $B=\left\{\left(x,y\right)\middle|x+y\le 4,x\ge 0,y\ge 0\right\}$ 表示的平面区域分别是 Ω_1 和 Ω_2,若在区域 Ω_1 内任取一点,则该点落在区域 Ω_2 的概率为(　　)

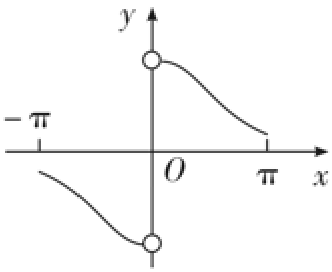
A．$\dfrac{1}{4\pi}$　　B．$\dfrac{1}{\pi}$　　C．$\dfrac{1}{2\pi}$　　D．$\dfrac{\pi-2}{4\pi}$

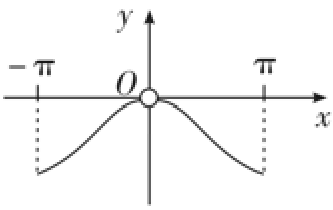
5．已知 M 是函数 $f(x)=\ln x$ 图象上的一点，过 M 作圆 $x^2+y^2-2y=0$ 的两条切线，切点分别为 A,B，则 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ 的最小值为（　　）

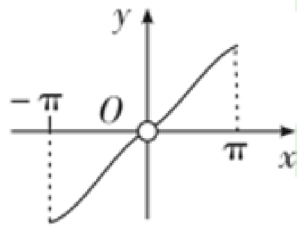
A．$2\sqrt{2}-3$　　B．-1　　C．0　　D．$\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-3$

6．函数 $f(x)=\dfrac{5x+2\sin x}{3^x-3^{-x}}(x\in[-\pi,0)\cup(0,\pi])$ 的大致图象为

A. 

B. 

C. 

D. 

7．已知$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\beta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\tan\alpha=\dfrac{\cos 2\beta}{1-\sin 2\beta}$，则（　　）

A． $2\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$　　**B．** $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{4}$

C． $\alpha-\beta=\dfrac{\pi}{4}$　　**D．** $\alpha+2\beta=\dfrac{\pi}{2}$

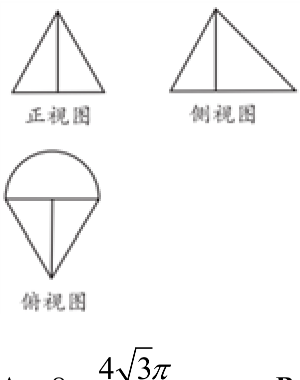
8．已知函数$f(x)$满足当$x\le 0$时，$2f(x-2)=f(x)$，且当$x\in(-2,0]$时，$f(x)=|x+1|-1$；当$x>0$时，$f(x)=\log_a x(a>0$且$a\ne 1)$.若函数$f(x)$的图象上关于原点对称的点恰好有**3**对，则a的取值范围是（　　）

A． $(625,+\infty)$　　**B．** $(4,64)$　　**C．** $(9,625)$　　**D．** $(9,64)$

9．已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的渐近线方程为$y=\pm\dfrac{3}{4}x$，且其右焦点为$(5,0)$，则双曲线$C$的方程为（　　）

A． $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$　　**B．** $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$　　**C．** $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{4}=1$　　**D．** $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$

10．某几何体的三视图如图所示，其中正视图是边长为**4**的正三角形，俯视图是由边长为**4**的正三角形和一个半圆构成，则该几何体的体积为（　）



A． $8+\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{3}$　　**B．** $8+\dfrac{2\sqrt{3}\pi}{3}$　　**C．** $4+\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{3}$　　**D．** $4+\dfrac{8\sqrt{3}\pi}{3}$

11．已知 l 为抛物线 $x^2=4y$ 的准线，抛物线上的点 M 到 l 的距离为 d，点 P 的坐标为 $(4,1)$，则 $|MP|+d$ 的最小值是（　　）

A． $\sqrt{17}$　　　　**B．4**　　　　**C．2**　　　　**D．** $1+\sqrt{17}$

12．抛物线 $y^2=2x$ 的焦点为 F，则经过点 F 与点 $M(2,2)$ 且与抛物线的准线相切的圆的个数有（　　）

A．1 个　　　　**B．2 个**　　　　**C．0 个**　　　　**D．无数个**

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知全集 $U=\{-1,0,1\}$，集合 $A=\{0,|x|\}$，则 $\complement_U A=$ ______.

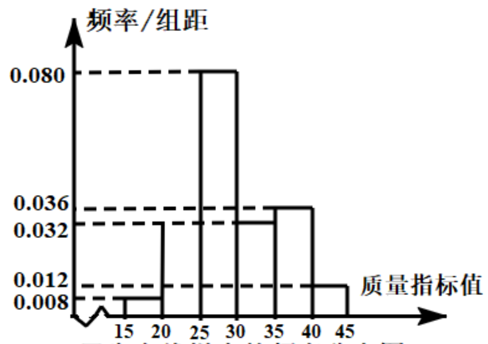
14．已知实数 (x,y) 满足 $\begin{cases} x+3y-3\le 0 \\ x-y+1\ge 0 \\ y\ge -1 \end{cases}$ 则点 $P(x,y)$ 构成的区域的面积为____，$2x+y$ 的最大值为_________

15．已知△**ABC** 得三边长成公比为 $\sqrt{2}$ 的等比数列，则其最大角的余弦值为_____.

16．已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\,|\,1-2x<5\}$，$\boldsymbol{B}=\{-2,-1,1,2\}$，则 $A\cap B=$ ____________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）某企业原有甲、乙两条生产线，为了分析两条生产线的效果，先从两条生产线生产的大量产品中各抽取了 **100** 件产品作为样本，检测一项质量指标值．该项指标值落在 $[20,40)$ 内的产品视为合格品，否则为不合格品．



甲生产线样本的频率分布图

乙生产线样本的频数分布表

质量指标	$[15,20)$	$[20,25)$	$[25,30)$	$[30,35)$	$[35,40)$	$[40,45]$	合计
频数	**2**	**18**	**48**	**14**	**16**	**2**	**100**

（1）根据甲生产线样本的频率分布直方图，以从样本中任意抽取一件产品且为合格品的频率近似代替从甲生产线生产的产品中任意抽取一件产品且为合格品的概率，估计从甲生产线生产的产品中任取 5 件恰有 2 件为合格品的概率；

（2）现在该企业为提高合格率欲只保留其中一条生产线，根据上述图表所提供的数据，完成下面的 2×2

列联表，并判断是否有 **90%** 把握认为该企业生产的这种产品的质量指标值与生产线有关？若有 **90%** 把握，请从合格率的角度分析保留哪条生产线较好？

	甲生产线	乙生产线	合计
合格品			
不合格品			
合计			

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

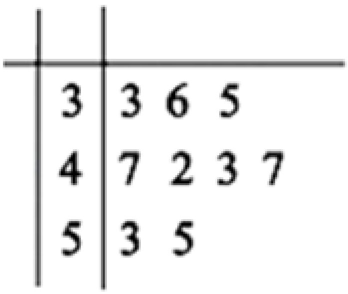
$P\left(K^2\geq k_0\right)$	**0.150**	**0.100**	**0.050**	**0.025**	**0.010**	**0.005**
k_0	**2.072**	**2.706**	**3.841**	**5.024**	**6.635**	**7.879**

18.（12 分）在平面直角坐标系中，$A(-2,0)$，$B(2,0)$，且 ΔABC 满足 $\tan A\tan B=\dfrac{1}{2}$

（**1**）求点 C 的轨迹 E 的方程；

（**2**）过 $F(-\sqrt{2}$，$0)$ 作直线 MN 交轨迹 E 于 M，N 两点，若 ΔMAB 的面积是 ΔNAB 面积的 **2** 倍，求直线 MN 的方程.

19.（12 分）某企业为了了解该企业工人组装某产品所用时间，对每个工人组装一个该产品的用时作了记录，得到大量统计数据．从这些统计数据中随机抽取了 9 个数据作为样本，得到如图所示的茎叶图（单位：分钟）．若用时不超过 40（分钟），则称这个工人为优秀员工．

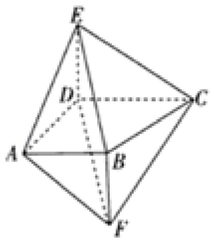


（**1**）求这个样本数据的中位数和众数；

（**2**）以这 9 个样本数据中优秀员工的频率作为概率，任意调查 4 名工人，求被调查的 4 名工人中优秀员工的数量 x 分布列和数学期望.

20.（12 分）如图，四棱锥 ***E*- *ABCD*** 的侧棱 ***DE*** 与四棱锥 ***F*- *ABCD*** 的侧棱 ***BF*** 都与底面 ***ABCD*** 垂直，$AD\perp CD$，

$AB // CD$，$AB=3, AD=CD=4, AE=5, AF=3\sqrt{2}$．



（1）证明：DF //平面 ***BCE***.

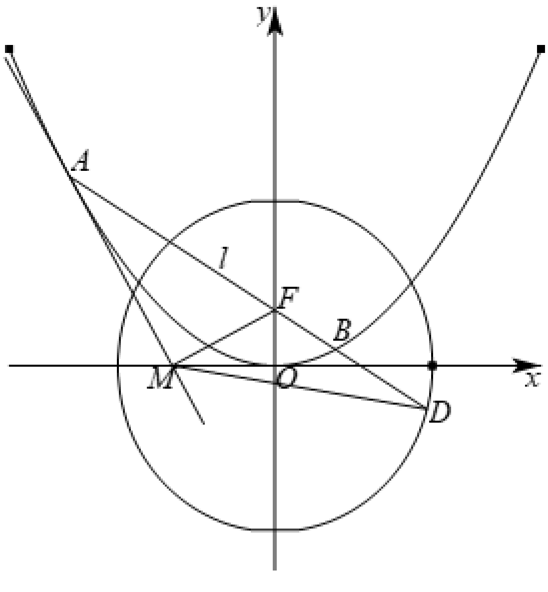
（2）设平面 ***ABF*** 与平面 ***CDF*** 所成的二面角为 ***θ***，求$\cos 2\theta$．

21．（12 分）设函数$f\left(x\right)=x^{2}-2x+2a\ln x(a\in R)$．

（Ⅰ）讨论函数$f\left(x\right)$的单调性；

（Ⅱ）若函数$f\left(x\right)$有两个极值点m,n，求证：$\dfrac{f(m)-f(n)}{m-n}>4mn-1$．

22．（10 分）已知抛物线$C_1: x^{2}=4y$的焦点F也是椭圆$C_2:\dfrac{y^{2}}{a^{2}}+\dfrac{x^{2}}{b^{2}}=1\left(a>b>0\right)$的一个焦点，$C_1$与$C_2$的公共弦的长为$2\sqrt{6}$．



（1）求C_2的方程；

（2）过点F的直线与C_1相交于A、B两点，与C_2相交于C、D两点，且$\overrightarrow{AC}$与$\overrightarrow{BD}$同向，设C_1在点A处的切线与x轴的交点为M，证明：直线l绕点F旋转时，ΔMFD总是钝角三角形；

（3）P为C_2上的动点，A_1、A_2为C_2长轴的两个端点，过点O作A_2P的平行线交椭圆于点R，过点O作A_1P的平行线交椭圆于点S，请问ΔORS的面积是否为定值，并说明理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．A

【解析】

依题意，如图以 A 为坐标原点建立平面直角坐标系，表示出点的坐标，根据 $AE=BE$ 求出 E 的坐标，求出边 CD 所在直线的方程，设 $M\left(x,-\sqrt{3}x+5\sqrt{3}\right)$，利用坐标表示 $\overrightarrow{AM},\overrightarrow{ME}$，根据二次函数的性质求出最大值.

【详解】

解：依题意，如图以 A 为坐标原点建立平面直角坐标系，由 $AB=2$， $AD=5$， $BC=3$， $\angle A=60^\circ$，

$\therefore A(0,0)$， $B\left(1,\sqrt{3}\right)$， $C\left(4,\sqrt{3}\right)$， $D(5,0)$

因为点 E 在线段 CB 的延长线上，设 $E\left(x_0,\sqrt{3}\right)$， $x_0<1$

$\because AE=BE$

$x_0^{\ 2}+\left(\sqrt{3}\right)^2=\left(1-x_0\right)^2$ 解得 $x_0=-1$

$\therefore E\left(-1,\sqrt{3}\right)$

$\because C\left(4,\sqrt{3}\right)$， $D(5,0)$

$\therefore CD$ 所在直线的方程为 $y=-\sqrt{3}x+5\sqrt{3}$

因为点 M 在边 CD 所在直线上，故设 $M\left(x,-\sqrt{3}x+5\sqrt{3}\right)$

$\therefore \overrightarrow{AM}=\left(x,-\sqrt{3}x+5\sqrt{3}\right)$

$\overrightarrow{ME}=\left(-1-x,\sqrt{3}x-4\sqrt{3}\right)$

$\therefore \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{ME}=x\left(-1-x\right)+\left(\sqrt{3}x-4\sqrt{3}\right)\left(-\sqrt{3}x+5\sqrt{3}\right)$

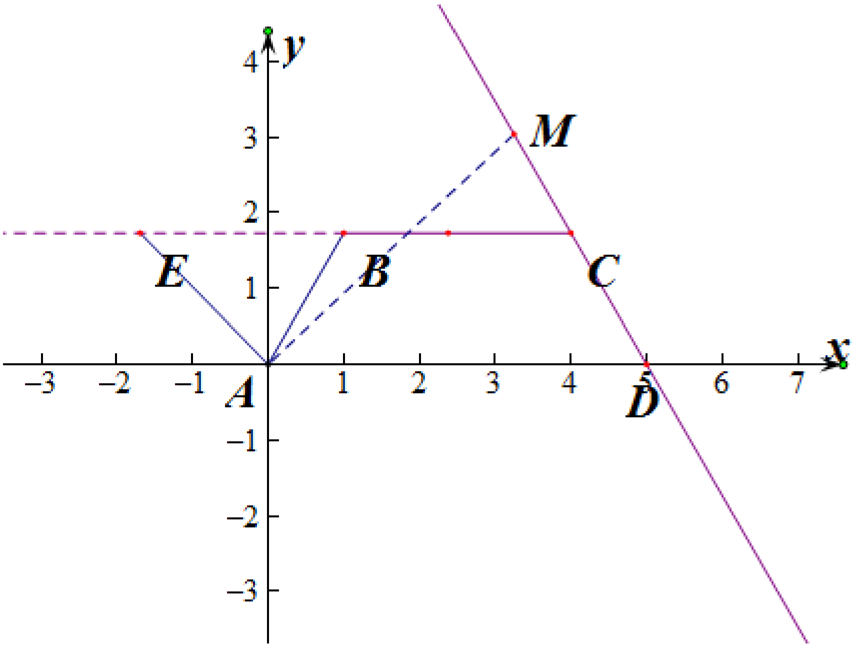
$=-4x^2+26x-60$

$=-4x^2+26x-60$

$=-4\left(x-\dfrac{13}{4}\right)^2-\dfrac{71}{4}$

当 $x=\dfrac{13}{4}$ 时 $\left(\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{ME}\right)_{\max}=-\dfrac{71}{4}$

故选： A



本题考查向量的数量积，关键是建立平面直角坐标系，属于中档题.

2．B

【解析】

根据函数的奇偶性和单调性得到可行域，画出可行域和目标函数，根据目标函数的几何意义平移得到答案.

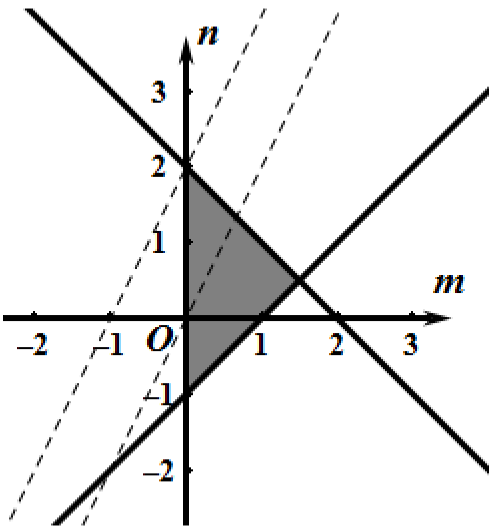
【详解】

奇函数 $f\left(x\right)$ 是 R 上的减函数，则 $f\left(0\right)=0$，且 $\begin{cases} m\le 2-n \\ m-n-1\le 0 \\ m\ge 0 \end{cases}$，画出可行域和目标函数，

$z=2m-n$，即 $n=2m-z$，z 表示直线与 y 轴截距的相反数，

根据平移得到：当直线过点 $\left(0,2\right)$，即 $m=0.n=2$ 时，$z=2m-n$ 有最小值为 -2 .

故选：B .



本题考查了函数的单调性和奇偶性，线性规划问题，意在考查学生的综合应用能力，画出图像是解题的关键.

3．B

【解析】

根据题意分析 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称，即可得到 $f(x)$ 的单调区间，利用对称性以及单调性即可得到 x 的取值范围。

【详解】

根据题意，函数 $y=f(x)$ 满足 $f(x+1)$ 是偶函数，则函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称，

若函数 $y=f(x)$ 在 $\left(-\infty,1\right]$ 上单调递减，则 $f(x)$ 在 $\left[1,+\infty\right)$ 上递增，

所以要使 $f(2x-2)>f(2)$，则有 $\left|2x-2-1\right|>1$，变形可得 $\left|2x-3\right|>1$，

解可得：$x>2$ 或 $x<1$，即 x 的取值范围为 $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$；

故选：B．

本题考查偶函数的性质，以及函数单调性的应用，有一定综合性，属于中档题。

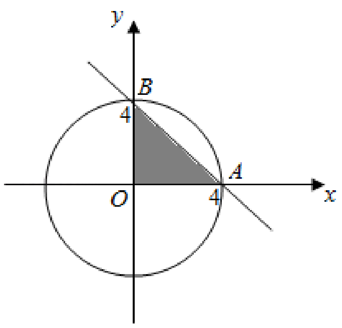
4．C

【解析】

据题意可知，是与面积有关的几何概率，要求 M 落在区域 Ω_2 内的概率，只要求 A 、B 所表示区域的面积，然后代入概率公式 $P=\dfrac{\text{区域}\Omega_2\text{的面积}}{\text{区域}\Omega_1\text{的面积}}$，计算即可得答案．

【详解】

根据题意可得集合 $A=\{(x,y)\mid x^2+y^2 \leqslant 16\}$ 所表示的区域即为如图所表示：



的圆及内部的平面区域，面积为 16π，

集合 $B=\{(x,y)\mid x+y-4 \leqslant 0，\ x \geqslant 0，\ y \geqslant 0\}$ 表示的平面区域即为图中的 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{AOB}$，$S_{\Delta AOB}=\dfrac{1}{2}\times4\times4=8$，

根据几何概率的计算公式可得 $P=\dfrac{8}{16\pi}=\dfrac{1}{2\pi}$，

故选：C．

本题主要考查了几何概率的计算，本题是与面积有关的几何概率模型．解决本题的关键是要准确求出两区域的面积．

5．C

【解析】

先画出函数图像和圆，可知$|MA|=|MB|$，若设$\angle AMB=2\theta$，则$|\overrightarrow{MA}|=|\overrightarrow{MB}|=\dfrac{1}{\tan\theta}$，所以$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=|\overrightarrow{MA}|^2\cos 2\theta=2\sin^2\theta+\dfrac{1}{\sin^2\theta}-3$，而要求$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$的最小值，只要$\sin\theta$取得最大值，若设圆$x^2+y^2-2y=0$的圆心为$C$，则$\sin\theta=\dfrac{1}{|MC|}$，所以只要$|MC|$取得最小值，若设$M(x,\ln x)$，则$|MC|^2=x^2+(\ln x-1)^2$，然后构造函数$g(x)=x^2+(\ln x-1)^2$，利用导数求其最小值即可.

【详解】

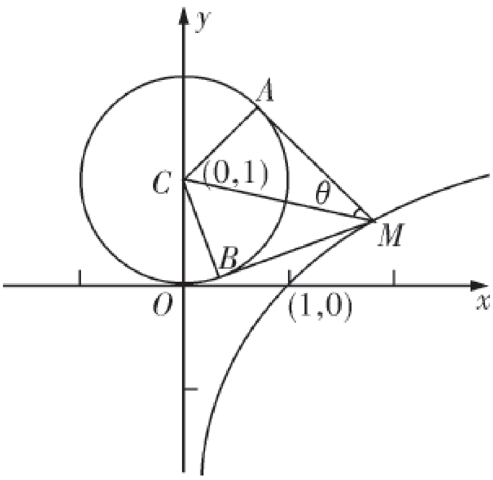
记圆$x^2+y^2-2y=0$的圆心为C，设$\angle AMC=\theta$，则$|\overrightarrow{MA}|=|\overrightarrow{MB}|=\dfrac{1}{\tan\theta},\sin\theta=\dfrac{1}{|MC|}$，设

$M(x,\ln x),|MC|^2=x^2+(\ln x-1)^2$，记$g(x)=x^2+(\ln x-1)^2$，则

$g'(x)=2x+2(\ln x-1)\cdot\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{x}(x^2+\ln x-1)$，令$h(x)=x^2+\ln x-1$，

因为$h(x)=x^2+\ln x-1$在$(0,+\infty)$上单调递增，且$h(1)=0$，所以当$0<x<1$时，$h(x)<h(1)=0,g'(x)<0$；当$x>1$时，$h(x)>h(1)=0,g'(x)>0$，则$g(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增，所以$g(x)_{\min}=g(1)=2$，即$|MC|\geq\sqrt{2},0<\sin\theta\leq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=|\overrightarrow{MA}|^2\cos 2\theta=2\sin^2\theta+\dfrac{1}{\sin^2\theta}-3\geq 0$（当$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时等号成立）.

故选：C



此题考查的是两个向量的数量积的最小值，利用了导数求解，考查了转化思想和运算能力，属于难题.

6．A

【解析】

因为$f(-x)=\dfrac{5(-x)+2\sin(-x)}{3^{-x}-3^{x}}=\dfrac{5x+2\sin x}{3^{x}-3^{-x}}=f(x)$，所以函数$f(x)$是偶函数，排除B、D，

又 $f(\pi)=\frac{5\pi}{3^{\pi}-3^{-\pi}}>0$，排除 C，故选 A.

7．C

【解析】

利用二倍角公式,和同角三角函数的商数关系式,化简可得 $\tan\alpha=\frac{\cos 2\beta}{1-\sin 2\beta}=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right)$,即可求得结果.

【详解】

$$\tan\alpha=\frac{\cos 2\beta}{1-\sin 2\beta}=\frac{\cos^2\beta-\sin^2\beta}{\cos^2\beta+\sin^2\beta-2\sin\beta\cos\beta}=\frac{1+\tan\beta}{1-\tan\beta}=\tan\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right),$$

所以 $\alpha=\frac{\pi}{4}+\beta$，即 $\alpha-\beta=\frac{\pi}{4}$.

故选:C.

本题考查三角恒等变换中二倍角公式的应用和弦化切化简三角函数,难度较易.

8．C

【解析】

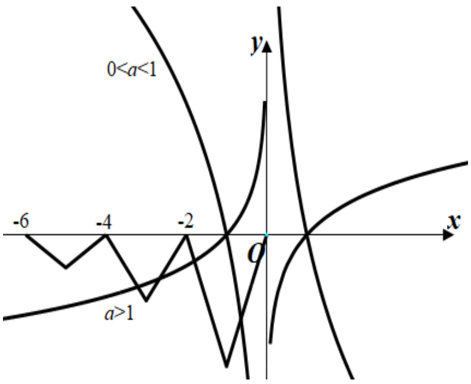
先作出函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上的部分图象，再作出 $f(x)=\log_a x$ 关于原点对称的图象，分类利用图像列出有 3 个交点时满足的条件，解之即可.

【详解】

先作出函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上的部分图象，再作出 $f(x)=\log_a x$ 关于原点对称的图象，

如图所示，当 $0<a<1$ 时，对称后的图象不可能与 $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 的图象有 3 个交点；

当 $a>1$ 时，要使函数 $f(x)$ 关于原点对称后的图象与所作的图象有 3 个交点，



则 $\begin{cases}a>1\\-\log_a 3>-\frac{1}{2}\\-\log_a 5<-\frac{1}{4}\end{cases}$，解得 $9<a<625$.