

特殊平行四边形中的折叠问题专项训练

类型一 折叠与角度

【知识点睛】

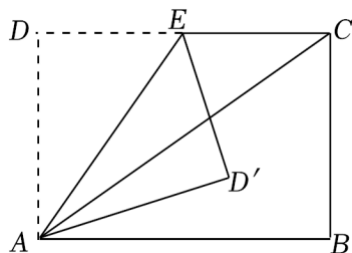
四边形折叠问题解决法则——有折叠必有全等；

解决特殊平行四边形角度问题时，同步思考以下三点

①全等三角形对应角相等；②平行线的性质；③组成平角的各角之和=180°

【典题练习】

1. (2023 秋•广丰期末) 如图，把一长方形纸片 $ABCD$ 的一角沿 AE 折叠，点 D 的对应点 D' 落在 $\angle BAC$ 内部. 若 $\angle CAE = 2\angle BAD'$ ，且 $\angle CAD' = 20^\circ$ ，则 $\angle DAE$ 的度数为 ()



A. 30°

B. 40°

C. 50°

D. 60°

【分析】设 $\angle BAD' = x^\circ$ ，则 $\angle CAE = 2x^\circ$ ，得到 $\angle EAD' = \angle CAE + \angle CAD' = 2x^\circ + 20^\circ$ ，由折叠的性质得到： $\angle DAE = \angle EAD' = 2x^\circ + 20^\circ$ ，由矩形的性质，得到 $\angle BAD = 90^\circ$ ，得到 $2x + 20 + 2x + 20 + x = 90$ ，求出 $x = 10$ ，即可求出 $\angle DAE = 2x^\circ + 20^\circ = 40^\circ$ 。

【解答】解：设 $\angle BAD' = x^\circ$ ，则 $\angle CAE = 2x^\circ$ ，

$$\therefore \angle EAD' = \angle CAE + \angle CAD' = 2x^\circ + 20^\circ，$$

由折叠的性质得到： $\angle DAE = \angle EAD' = 2x^\circ + 20^\circ$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ，$$

$$\therefore \angle DAE + \angle EAD' + \angle BAD' = 90^\circ，$$

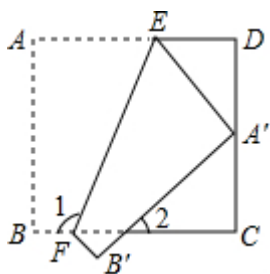
$$\therefore 2x + 20 + 2x + 20 + x = 90，$$

$$\therefore x = 10，$$

$$\therefore \angle DAE = 2x^\circ + 20^\circ = 40^\circ。$$

故选：B.

2. (2023 秋•肥城市期末) 如图，把一张长方形纸片 $ABCD$ 沿 EF 折叠后，点 A 落在 CD 边上的点 A' 处，点 B 落在点 B' 处，若 $\angle 1 = 115^\circ$ ，则图中 $\angle 2$ 的度数为 ()



A. 40°

B. 45°

C. 50°

D. 60°

【分析】由邻补角概念和翻折变换性质得出 $\angle EFB' = \angle 1 = 115^\circ$ ， $\angle EFC = 65^\circ$ ，据此知 $\angle CFB' = 50^\circ$ ，结合 $\angle B = \angle B' = 90^\circ$ 知 $\angle 2 = 90^\circ - \angle CFB'$ ，从而得出答案.

【解答】解： $\because \angle 1 = 115^\circ$ ，

$\therefore \angle EFB' = \angle 1 = 115^\circ$ ， $\angle EFC = 65^\circ$ ，

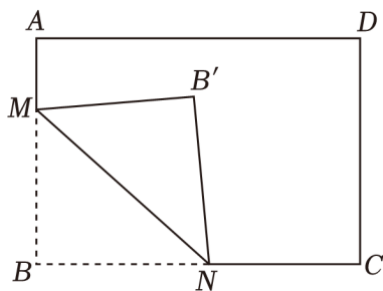
$\therefore \angle CFB' = 50^\circ$ ，

又 $\because \angle B = \angle B' = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle 2 = 90^\circ - \angle CFB' = 40^\circ$ ，

故选：A.

3. (2023 秋•霸州市期末) 对于题目：“如图，点 M ， N 分别是长方形 $ABCD$ 的边 AB 和 BC 上的点，沿 MN 折叠长方形 $ABCD$ ，点 B 落在点 B' 处，若 $\angle MNB'$ 与 $\angle CNB'$ 两个角之差的绝对值为 45° ，确定 $\angle BNM$ 的所有度数.” 甲的结论是 $\angle BNM = 45^\circ$ ，乙的结论是 $\angle BNM = 60^\circ$. 下列判断正确的是 ()



A. 甲的结论正确

B. 乙的结论正确

C. 甲、乙的结论合在一起才正确

D. 甲、乙的结论合在一起也不正确

【分析】由折叠的性质可知： $\angle MNB' = \angle BNM$ ，分①当 $\angle MNB'$ 与 $\angle CNB'$ 两个角之差为 45° 时，②当 $\angle CNB'$ 与 $\angle MNB'$ 两个角之差为 45° 时，两种情况讨论求出 $\angle BNM$ 即可得解.

【解答】解：由折叠的性质可知： $\angle MNB' = \angle BNM$ ，

①当 $\angle MNB'$ 与 $\angle CNB'$ 两个角之差为 45° ，即 $\angle MNB' = \angle CNB' + 45^\circ$ 时， $\angle CNB' = \angle MNB' - 45^\circ$

$$= \angle BNM - 45^\circ ,$$

$$\because \angle MNB' + \angle MNB + \angle CNB' = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle BNM + \angle BNM + \angle BNM - 45^\circ = 180^\circ ,$$

$$\text{解得: } \angle BNM = 75^\circ ,$$

$$\text{②当} \angle CNB' \text{与} \angle MNB' \text{两个角之差为} 45^\circ , \text{即} \angle MNB' = \angle CNB' - 45^\circ \text{时, } \angle CNB' = \angle MNB' + 45^\circ \\ = \angle BNM + 45^\circ ,$$

$$\because \angle MNB' + \angle MNB + \angle CNB' = 180^\circ ,$$

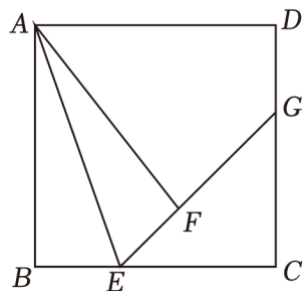
$$\therefore \angle BNM + \angle BNM + \angle BNM + 45^\circ = 180^\circ ,$$

$$\text{解得: } \angle BNM = 45^\circ$$

综上所述: $\angle BNM = 75^\circ$ 或 45° .

故选: D.

4. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 边上一点, 连接 AE , 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 对折后得到 $\triangle AFE$, 延长 EF 交 CD 于 G . 若 $\angle BAE = \alpha$, 则 $\angle EGC$ 一定等于 ()



$$\text{A. } 2\alpha$$

$$\text{B. } 90^\circ - 2\alpha$$

$$\text{C. } 45^\circ - \alpha$$

$$\text{D. } 90^\circ - \alpha$$

【分析】根据将 $\triangle ABE$ 沿 AE 对折后得到 $\triangle AFE$, 可得 $\angle AFE = \angle B = 90^\circ$, 知 $\angle AFG = 90^\circ$, 故 $\angle DGF + \angle DAF = 360^\circ - \angle D - \angle AFG = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ$, 即得 $\angle EGC = \angle DAF$, 由 $\angle BAE = \alpha$, 可知 $\angle BAF = 2\alpha$, 从而 $\angle DAF = \angle BAD - \angle BAF = 90^\circ - 2\alpha$, 即可得 $\angle EGC = 90^\circ - 2\alpha$;

【解答】解: $\because$ 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 对折后得到 $\triangle AFE$,

$$\therefore \angle AFE = \angle B = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle AFG = 90^\circ ,$$

$$\because \angle D = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle DGF + \angle DAF = 360^\circ - \angle D - \angle AFG = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 180^\circ ,$$

$$\because \angle DGF + \angle EGC = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle EGC = \angle DAF,$$

∵ 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 对折后得到 $\triangle AFE$, $\angle BAE = \alpha$,

∴ $\angle BAE = \angle EAF = \alpha$,

∴ $\angle BAF = 2\alpha$,

∵ $\angle DAF = \angle BAD - \angle BAF = 90^\circ - 2\alpha$,

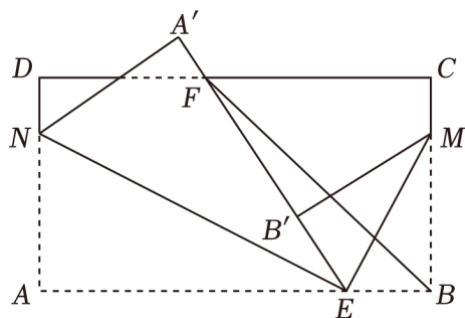
∴ $\angle EGC = 90^\circ - 2\alpha$;

故选: B.

5. (2024•渝中区校级开学) 如图, 长方形纸片 $ABCD$, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上, 连接 EF . 将 $\angle BEF$ 对折, 点 B 落在直线 EF 上的点 B' 处, 得折痕 EM ; 将 $\angle AEF$ 对折, 点 A 落在直线 EF 上的点 A' 处, 得折痕 EN , 连接 BF . 下列说法:

- ① 若 $\angle BEF = 110^\circ$, 则 $\angle AEN = 35^\circ$;
- ② 图中与 $\angle B' ME$ 一定互余的角有 4 个;
- ③ 若 NA' 平分 $\angle DNE$, 则 EA' 平分 $\angle AEM$;
- ④ 若 $\angle FBC + \angle AEA' = 106^\circ$, 则 $\angle BFE = 16^\circ$.

其中正确的个数是 ()



A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【分析】由 $\angle BEF = 110^\circ$, 得 $\angle AEF = 180^\circ - \angle BEF = 70^\circ$, 而 $\angle AEN = \angle A'EN$, 故 $\angle AEN = \angle A'EN = 35^\circ$; 判断①正确; 由翻折可证明 $\angle B' ME = \angle BME = \angle A'EN = \angle AEN$, 故与 $\angle B' ME$ 一定互余的角有 $\angle B' EM$, $\angle BEM$, $\angle A' NE$, $\angle ANE$, 共 4 个, 判断②正确; 若 NA' 平分 $\angle DNE$, 则可证 $\angle AEA' = \angle B' EM = 60^\circ$, 判断③正确; 若 $\angle FBC + \angle AEA' = 106^\circ$, 则 $\angle FBC + \angle EFC = 106^\circ$, 从而 $\angle BFE = 16^\circ$, 判断④正确.

【解答】解: ∵ $\angle BEF = 110^\circ$,

∴ $\angle AEF = 180^\circ - \angle BEF = 70^\circ$,

由翻折可知, $\angle AEN = \angle A'EN$,

∴ $\angle AEN = \angle A'EN = 70^\circ \div 2 = 35^\circ$; 故①正确;

由翻折可知, $\angle AEN = \angle A'EN$, $\angle BEM = \angle B' EM$,

$$\because \angle AEN + \angle A'EN + \angle BEM + \angle B'EM = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle A'EN + 2\angle B'EM = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A'EN + \angle B'EM = 90^\circ,$$

$$\because \angle EB'M = \angle EBM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B'EM + \angle B'ME = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A'EN = \angle B'ME,$$

$$\therefore \angle B'ME = \angle BME = \angle A'EN = \angle AEN,$$

$\therefore$ 与 $\angle B'ME$ 一定互余的角有 $\angle B'EM$, $\angle BEM$, $\angle A'NE$, $\angle ANE$, 共 4 个, 故②正确;

若 NA' 平分 $\angle DNE$, 则 $\angle A'ND = \angle A'NE$,

$$\because \angle A'NE = \angle ANE,$$

$$\therefore \angle A'ND = \angle A'NE = \angle ANE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AEN = \angle A'EN = 30^\circ,$$

$$\because \angle A'EN + \angle B'EM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B'EM = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AEA' = \angle B'EM = 60^\circ,$$

$\therefore EA'$ 平分 $\angle AEM$, 故③正确;

若 $\angle FBC + \angle AEA' = 106^\circ$, 则 $\angle FBC + \angle EFC = 106^\circ$,

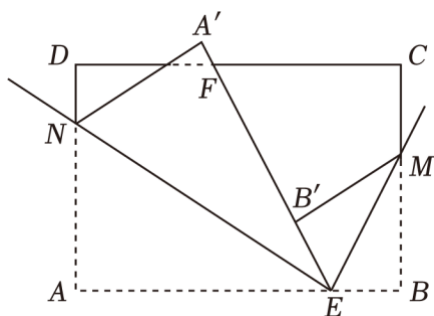
$$\because \angle FBC + \angle BFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BFE = 16^\circ, \text{ 故④正确;}$$

$\therefore$ 正确的有①②③④, 共 4 个;

故选: A.

6. (2023 秋•洪山区期末) 如图, 长方形纸片 $ABCD$, 点 E, F 分别在边 AB, CD 上, 连接 EF . 将 $\angle BEF$ 对折, 点 B 落在直线 EF 上的点 B' 处, 得折痕 EM ; 将 $\angle AEF$ 对折, 点 A 落在直线 EF 上的点 A' 处, 得折痕 EN , 若 $\angle MEB = 60^\circ$, 则 $\angle NEA =$ _____.



【分析】由折叠找到 $\angle BMB'$ ， $\angle AEA'$ 之间关系，由 $\angle AEN + \angle A'EN + \angle MEB + \angle MEB' = 180^\circ$ ，可求 $\angle NEA$ 。

【解答】解：由折叠的性质得， $\angle AEN = \angle A'EN$ ， $\angle MEB = \angle MEB'$ ，

$$\therefore \angle AEN + \angle A'EN + \angle MEB + \angle MEB' = 180^\circ，$$

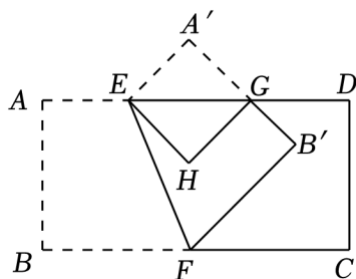
$$\therefore \angle NEA + \angle MEB = 90^\circ，$$

$$\therefore \angle MEB = 60^\circ，$$

$$\therefore \angle NEA = 30^\circ，$$

故答案为： 30° 。

7. (2023 秋•锡山区期末) 如图，将长方形纸片 $ABCD$ 沿 EF 折叠后，点 A 、 B 分别落在 A' 、 B' 的位置，再沿 AD 边将 $\angle A'$ 折叠到 $\angle H$ 处，已知 $\angle FEH = 15^\circ$ ，则 $\angle AEF$ 的度数是 _____。



【分析】设 $\angle A'EG = x^\circ$ ，根据折叠的性质可得： $\angle A'EG = \angle HEG = x^\circ$ ，从而可得 $\angle A'EF = (2x + 15)^\circ$ ，

然后再利用折叠的性质可得： $\angle AEF = \angle A'EF = (2x + 15)^\circ$ ，

从而利用平角定义列出关于 x 的方程，进行计算即可解答。

【解答】解：设 $\angle A'EG = x^\circ$ ，

由折叠得： $\angle A'EG = \angle HEG = x^\circ$ ，

$$\therefore \angle FEH = 15^\circ，$$

$$\therefore \angle A'EF = \angle A'EG + \angle HEG + \angle FEH = (2x + 15)^\circ，$$

由折叠得： $\angle AEF = \angle A'EF = (2x + 15)^\circ$ ，

$$\therefore \angle AEF + \angle HEG + \angle FEH = 180^\circ，$$

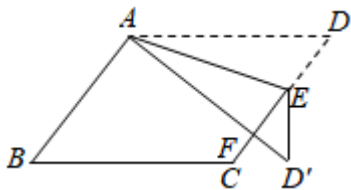
$$\therefore 2x + 15 + x + 15 = 180，$$

解得： $x = 50$ ，

$$\therefore \angle AEF = (2x + 15)^\circ = 115^\circ，$$

故答案为： 115° 。

8. (2023 春•前郭县期末) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E 为边 CD 上的一个点，将 $\triangle ADE$ 沿 AE 折叠至 $\triangle AD'E$ 处， AD' 与 CE 交于点 F ，若 $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle DAE = 20^\circ$ ，则 $\angle FED'$ 的大小为 _____。



【分析】由平行四边形的性质得 $\angle B = \angle D = 50^\circ$ ，再由三角形的外角性质得 $\angle AEC = \angle D + \angle DAE = 70^\circ$ ，则 $\angle AED = 110^\circ$ ，然后由折叠的性质得 $\angle AED = \angle AED' = 110^\circ$ ，即可求解。

【解答】解：∵ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$$\therefore \angle B = \angle D = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle D + \angle DAE = 50^\circ + 20^\circ = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ,$$

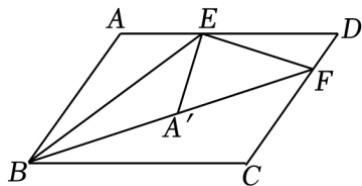
∵ 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 折叠至 $\triangle AD'E$ 处，

$$\therefore \angle AED = \angle AED' = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle FED' = \angle AED' - \angle AEC = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ,$$

故答案为： 40° .

9. 如图，将 $\square ABCD$ 先沿 BE 折叠，再沿 BF 折叠后，A 点落在线段 BF 上的 A' 处，C 点落在 E 处，连结 EA' ，EF. 若恰有 $EF \perp EA'$ ，则 $\angle A =$ _____.



【分析】由平行四边形的性质得 $AD \parallel BC$ ， $\angle A = \angle C$ ，由折叠得 $\angle ABE = \angle A'BE = \angle CBF$ ， $\angle A'EB = \angle AEB$ ， $\angle BEF = \angle C = \angle A$ ，则 $\angle A'EB = \angle AEB = \angle EBC = 2\angle A'BE = 2\angle ABE$ ，所以 $\angle BEF - \angle A'EB = 90^\circ$ ，则 $\angle A - 2\angle ABE = 90^\circ$ ，于是得 $180^\circ - 3\angle ABE - 2\angle ABE = 90^\circ$ ，则 $\angle ABE = 18^\circ$ ， $\angle AEB = 36^\circ$ ，即可求得 $\angle A = 126^\circ$ ，于是得到问题的答案。

【解答】解：∵ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC, \angle A = \angle C,$$

由折叠得 $\angle ABE = \angle A'BE = \angle CBF$ ， $\angle A'EB = \angle AEB$ ， $\angle BEF = \angle C = \angle A$ ，

$$\therefore \angle A'EB = \angle AEB = \angle EBC = 2\angle A'BE = 2\angle ABE,$$

$$\therefore EF \perp EA',$$

$$\therefore \angle A'EF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF - \angle A'EB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A - 2\angle ABE = 90^\circ,$$

$$\because \angle A = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 3\angle ABE,$$

$$\therefore 180^\circ - 3\angle ABE - 2\angle ABE = 90^\circ,$$

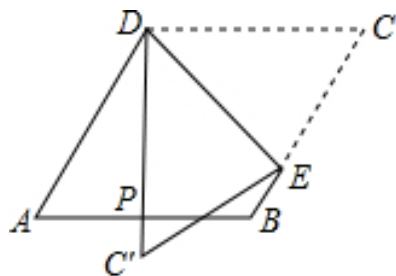
$$\therefore \angle ABE = 18^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = 2\angle ABE = 2 \times 18^\circ = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ABE - \angle AEB = 180^\circ - 18^\circ - 36^\circ = 126^\circ,$$

故答案为：126° .

10. (2020•吉林四模) 如图，菱形纸片 $ABCD$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ，点 P 是 AB 边的中点，折叠纸片，使点 C 落在直线 DP 上的 C' 处，折痕为经过点 D 的线段 DE 。则 $\angle DEC$ 的度数为_____.



【分析】连接 BD ，由菱形的性质及 $\angle A = 60^\circ$ ，得到三角形 ABD 为等边三角形， P 为 AB 的中点，利用三线合一得到 DP 为角平分线，得到 $\angle ADP = 30^\circ$ ， $\angle ADC = 120^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，进而求出 $\angle PDC = 90^\circ$ ，由折叠的性质得到 $\angle CDE = \angle PDE = 45^\circ$ ，利用三角形的内角和定理即可求出所求角的度数.

【解答】解：连接 BD ，如图所示：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形，

$$\therefore AB = AD, \angle C = \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 为等边三角形, } \angle ADC = 120^\circ,$$

$\because P$ 为 AB 的中点，

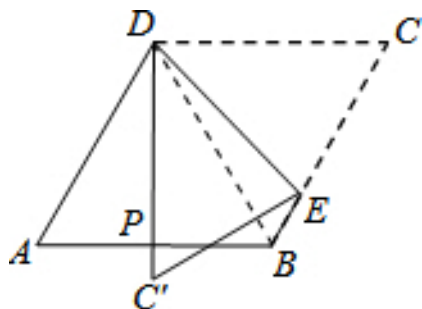
$$\therefore DP \text{ 为 } \angle ADB \text{ 的平分线, 即 } \angle ADP = \angle BDP = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle PDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{由折叠的性质得: } \angle CDE = \angle PDE = 45^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle DEC \text{ 中, } \angle DEC = 180^\circ - (\angle CDE + \angle C) = 75^\circ.$$

故答案为：75° .



类型二 折叠与角度

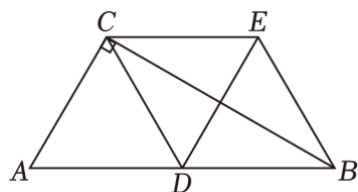
【知识点睛】

特殊平行四边形折叠问题求长度常见的等量关系：

- ①有折叠必有全等，全等三角形对应边相等；②当折叠点出现在直线上时，常有直角三角形，求长度则想直角三角形勾股定理；③牵涉到面积时，想面积的等积法

【典题练习】

1. (2024 春·碑林区月考) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，点 D 是 AB 的中点，将 $\triangle ACD$ 沿 CD 翻折得到 $\triangle ECD$ 。连结 BE ，则线段 BE 的长等于 ()



A. $\frac{9\sqrt{5}}{5}$

B. 3

C. $\frac{9}{2}$

D. 6

【分析】先求出 $AB=2AC=6$ ，根据点 D 是 AB 的中点，证明出 $\triangle ACD$ 为等边三角形，根据翻折的性质得到 $AD=ED$ ， $\angle ADC=\angle EDC=60^\circ$ ，证明出 $\triangle BDE$ 为等边三角形即可求解。

【解答】解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，

$$\therefore AB=2AC=6,$$

又 $\because$ 点 D 是 AB 的中点，

$$\therefore AD=BD=CD=3,$$

$\therefore \triangle ACD$ 为等边三角形，

$$\therefore \angle ADC=60^\circ,$$

将 $\triangle ACD$ 沿 CD 翻折得到 $\triangle ECD$ ，

$$\therefore AD=ED, \angle ADC=\angle EDC=60^\circ,$$

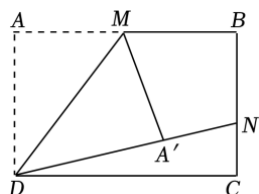
$$\therefore \angle BDE=60^\circ,$$

∴ $\triangle BDE$ 为等边三角形，

∴ $BD = BE = 3$ ，

故选：B.

2. (2024•鹿城区校级一模) 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 M 为 AB 的中点，将 $\triangle ADM$ 沿 DM 所在直线翻折压平，得到 $\triangle A'DM$ ，延长 DA' 与 BC 交于点 N ，若 $BN = 2CN$ ， $AB = 2\sqrt{6}$ ，则四边形 $A'MBN$ 的面积为 ()



A. $2\sqrt{3}$

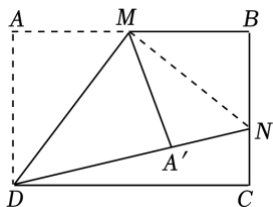
B. $2\sqrt{6}$

C. $3\sqrt{3}$

D. $3\sqrt{6}$

【分析】连接 MN ，根据矩形的性质得出 $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$ ， $AB = CD = 2\sqrt{6}$ ， $AD = BC$ ，则 $AM = BM = \sqrt{6}$ ，根据折叠的性质得， $AD = A'D$ ， $AM = A'M = BM$ ， $\angle A = \angle DA'M = 90^\circ$ ，利用 HL 证明 $\text{Rt}\triangle MA'N \cong \text{Rt}\triangle MBN$ ，根据全等三角形的性质得出 $A'N = BN$ ， $S_{\triangle MA'N} = S_{\triangle MBN}$ ，则四边形 $A'MBN$ 的面积 $= 2S_{\triangle MBN}$ ，设 $CN = x$ ，则 $AD = A'D = 3x$ ， $DN = A'D + A'N = 5x$ ，在 $\text{Rt}\triangle DCN$ 中，根据勾股定理求出 $x = 1$ ，则 $BN = 2$ ，再根据三角形面积公式求解即可。

【解答】解：如图，连接 MN ，



∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形， $AB = 2\sqrt{6}$ ，

∴ $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$ ， $AB = CD = 2\sqrt{6}$ ， $AD = BC$ ，

∵ 点 M 为 AB 的中点，

∴ $AM = BM = \sqrt{6}$ ，

根据折叠的性质得， $AD = A'D$ ， $AM = A'M = BM$ ， $\angle A = \angle DA'M = 90^\circ$ ，

又 $MN = MN$ ，

∴ $\text{Rt}\triangle MA'N \cong \text{Rt}\triangle MBN$ (HL)，

∴ $A'N = BN$ ， $S_{\triangle MA'N} = S_{\triangle MBN}$ ，

$\therefore$ 四边形 $A'MBN$ 的面积 $= 2S_{\triangle MBN}$,

$\because BN = 2CN$,

$\therefore BN = A'N = 2x$, $AD = BC = 3CN$,

设 $CN = x$, 则 $AD = A'D = 3x$,

$\therefore DN = A'D + A'N = 5x$,

在 $Rt\triangle DCN$ 中, $DN^2 = CD^2 + CN^2$,

$$\therefore (5x)^2 = (2\sqrt{6})^2 + x^2,$$

$\therefore x = 1$ (负值已舍),

$\therefore BN = 2$,

$$\therefore S_{\triangle MBN} = \frac{1}{2} BM \cdot BN = \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times 2 = \sqrt{6},$$

$\therefore$ 四边形 $A'MBN$ 的面积 $= 2 \times \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$,

故选: B.

3. (2024•遂平县一模) 如图所示, 已知矩形纸片 $ABCD$, 其中 $AB = 3$, $BC = 4$, AC 为其对角线, 现将纸片进行如下操作: 将如图 1 所示纸片对折, 使 AB 与 DC 重合, 折痕为 EF , 展开后如图 2 所示; 在 AB 上取点 P , 将 $\triangle PBF$ 沿着 PF 对折, 使得点 B 的对应点 G 落在对角线 AC 上, 如图 3 所示. 则 PF 的长为()

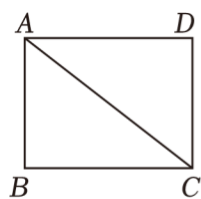


图1

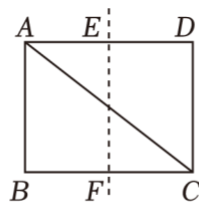


图2

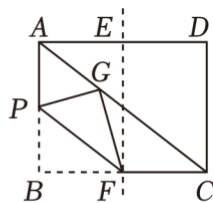


图3

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{8}{5}$

C. $\frac{5}{2}$

D. $\frac{9}{5}$

【分析】根据折叠得出 F 为 BC 中点, 进一步得出 $FG = GC$, 得出 $\angle FGC = \angle FCG$, 再根据等角的余角相等得出 $\angle PAG = \angle PGA$, 最后得出点 P 为 AB 的中点即可解决问题.

【解答】解: 由折叠可知,

$BF = CF$, $BF = GF$, $\angle PGF = \angle B$,

$\therefore GF = CF$,

$\therefore \angle FCG = \angle FGC$.

又因为四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle PGF = \angle B = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BAC + \angle BCA = 90^\circ, \quad \angle PGA + \angle FGC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle PGA,$$

$$\therefore PA = PG,$$

$$\therefore PA = PB.$$

$$\text{又} \because AB = 3, BC = 4,$$

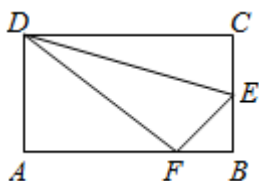
$$\therefore PB = \frac{3}{2}, BF = 2.$$

在 $\text{Rt}\triangle PBF$ 中,

$$PF = \sqrt{PB^2 + BF^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2} = \frac{5}{2}.$$

故选: C.

4. (2023 秋•惠来县校级期末) 如图所示, 在长方形 $ABCD$ 中, $AD = 6$, $AB = 10$, 若将长方形 $ABCD$ 沿 DE 折叠, 使点 C 落在 AB 边上的点 F 处, 则线段 CE 的长为 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{17}{30}$ C. $\frac{10}{3}$ D. 10

【分析】根据折叠的性质得到 $DF = DC = 10$, $CE = EF$, 根据勾股定理求出 AF , 进而求出 BF , 根据勾股定理列出方程, 解方程得到答案.

【解答】解: 由折叠的性质可知, $DF = DC = 10$, $CE = EF$,

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle DAF \text{ 中, } AF = \sqrt{DF^2 - AD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8,$$

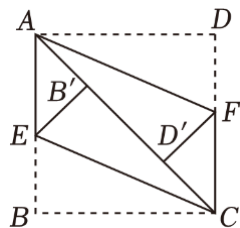
$$\text{则 } BF = AB - AF = 10 - 8 = 2,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BEF \text{ 中, } EF^2 = BE^2 + BF^2, \text{ 即 } CE^2 = (6 - CE)^2 + 2^2,$$

$$\text{解得: } CE = \frac{10}{3},$$

故选: C.

5. (2023 秋•遵义期末) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, AC 为对角线, E, F 分别为 AB, CD 上的点, 将 $\triangle BCE$ 与 $\triangle DAF$ 分别沿 CE, AF 折叠, 使 B, D 分别落在对角线 AC 上的 B', D' 处. 若 $AB = 2$, 则 $B'D'$ 的长是 ()



- A. $4 - 2\sqrt{2}$ B. $4 - \sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2} - 2$ D. $2\sqrt{2} - 1$

【分析】由正方形的性质得 $AB=CB=AD=2$ ， $\angle B=90^\circ$ ，则 $AC=\sqrt{AB^2+CB^2}=2\sqrt{2}$ ，由折叠得 $CB'=CB=2$ ， $AD'=AD=2$ ，可推导出 $CB'+AD'=B'D'+AC$ ，则 $2+2=B'D'+2\sqrt{2}$ ，求得 $B'D'=4-2\sqrt{2}$ ，于是得到问题的答案．

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是正方形， $AB=2$ ，

∴ $AB=CB=AD=2$ ， $\angle B=90^\circ$ ，

∴ $AC=\sqrt{AB^2+CB^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ ，

由折叠得 $CB'=CB=2$ ， $AD'=AD=2$ ，

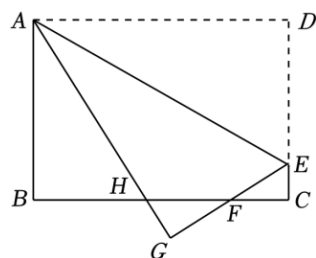
∴ $CB'+AD'=B'D'+CD'+AD'=B'D'+AC$ ，

∴ $2+2=B'D'+2\sqrt{2}$ ，

∴ $B'D'=4-2\sqrt{2}$ ，

故选：A．

6. (2023 秋•翠屏区期末) 如图，在长方形纸片 $ABCD$ 中， $AB=3$ ， $BC=4$ ，点 E 在 CD 边上，将 $\triangle ADE$ 沿 AE 折叠，点 D 落在点 G 处， EG 、 AG 分别交 BC 于点 F 、 H ，且 $FE=FH$ ，则 AH 的长为 ()



- A. $\frac{8}{5}$ B. $\frac{11}{5}$ C. $\frac{14}{5}$ D. $\frac{17}{5}$

【分析】根据折叠的性质得到 $\angle G=\angle D=\angle C=90^\circ$ ， $DE=EG$ ，根据全等三角形的性质得到 $HG=CE$ ， $GF=CF$ ，得到 $CH=DE=EG$ ，设 $CE=x$ ，则 $CH=DE=EG=3-x$ ，根据勾股定理即可得到结论．

【解答】解：∵将 $\triangle ADE$ 沿 AE 折叠，点 D 落在点 G 处，

∴ $\angle G=\angle D=\angle C=90^\circ$ ， $DE=EG$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/346123120120010114>