

2023 届四川省宜宾市叙州一中高三 2 月阶段性检测试题数学试题试卷

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{y \mid y = 2^x, x > 0\}$, $N = \{x \mid y = \lg(2x - \square^2)\}$, 则 $M \cap N$ 为 ()

- A. $(1, +\infty)$ B. $(1, 2)$ C. $[2, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

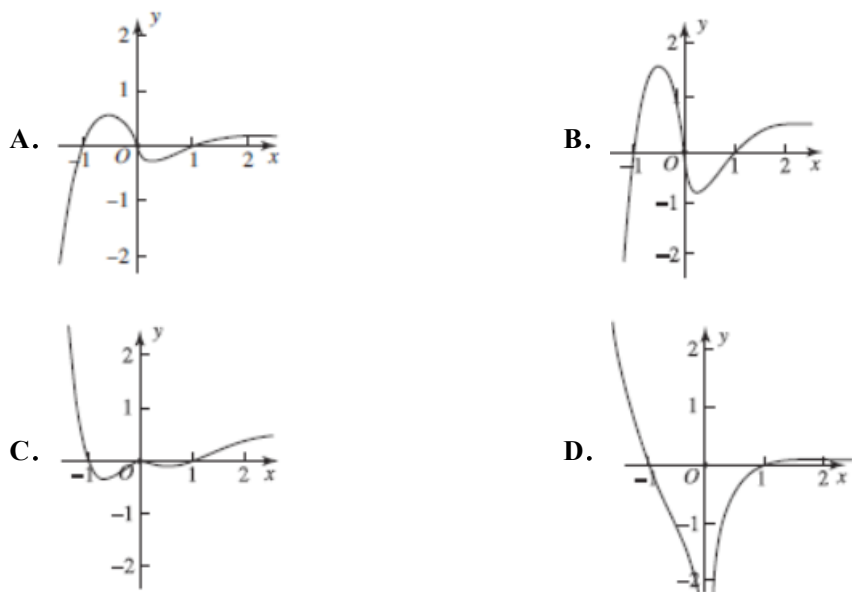
2. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 < 1\}$, $B = \{x \mid \log_2 x < 1\}$, 则

- A. $A \cap B = \{x \mid 0 < x < 2\}$ B. $A \cap B = \{x \mid x < 2\}$
C. $A \cup B = \{x \mid x < 2\}$ D. $A \cup B = \{x \mid -1 < x < 2\}$

3. 中国古典乐器一般按“八音”分类。这是我国最早按乐器的制造材料来对乐器进行分类的方法，最先见于《周礼·春官·大师》，分为“金、石、土、革、丝、木、匏（páo）、竹”八音，其中“金、石、木、革”为打击乐器，“土、匏、竹”为吹奏乐器，“丝”为弹拨乐器。现从“八音”中任取不同的“两音”，则含有打击乐器的概率为 ()

- A. $\frac{3}{14}$ B. $\frac{11}{14}$ C. $\frac{1}{14}$ D. $\frac{2}{7}$

4. 函数 $f(x) = \frac{x \ln |x|}{e^x}$ 的大致图象为 ()



5. 设 i 是虚数单位，则 $(2+3i)(3-2i) =$ ()

- A. $12+5i$ B. $6-6i$ C. $5i$ D. 13

6. 已知集合 $A=\{y|y=|x|-1, x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x|x\geq 2\}$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $-3\in A$ B. $3\notin B$ C. $A\cap B=B$ D. $A\cup B=B$

7. 已知命题 p : “ $a > b$ ”是“ $2^a > 2^b$ ”的充要条件; $q: \exists x \in \mathbf{R}, |x+1| \leq x$, 则 ()

- A. $(\neg p) \vee q$ 为真命题 B. $p \vee q$ 为真命题
C. $p \wedge q$ 为真命题 D. $p \wedge (\neg q)$ 为假命题

8. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的焦距为 8, 一条渐近线方程为 $y = \sqrt{3}x$, 则 C 为 ()

- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$
C. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{48} = 1$ D. $\frac{x^2}{48} - \frac{y^2}{16} = 1$

9. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$), 过原点作一条倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 直线分别交双曲线左、右两支 P, Q 两点, 以线段 PQ 为直径的圆过右焦点 F , 则双曲线离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}+1$ B. $\sqrt{3}+1$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

10. 若点 $(\square, \square)$ 位于由曲线 $\square = |\square - 2| + 1$ 与 $\square = 3$ 围成的封闭区域内 (包括边界), 则 $\frac{\square+1}{\square-2}$ 的取值范围是 ()

- A. $[-3, 1]$ B. $[-3, 5]$ C. $(-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$ D. $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$

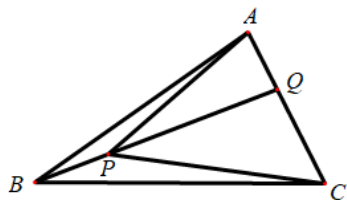
11. 定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数 $f(x)$ 满足任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(x+2) = f(x) - f(1)$, 且当 $x \in [2, 3]$ 时,

$f(x) = -2x^2 + 12x - 18$. 若函数 $y = f(x) - \log_a(x+1)$ 至少有三个零点, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ B. $\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ C. $\left(0, \frac{\sqrt{5}}{5}\right)$ D. $\left(0, \frac{\sqrt{6}}{6}\right)$

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 Q 为线段 AC 上靠近点 A 的三等分点, 点 P 为线段 BQ 上靠近点 B 的三等分点, 则

$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} =$ ()



- A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ B. $\frac{5}{9}\overrightarrow{BA} + \frac{7}{9}\overrightarrow{BC}$ C. $\frac{1}{9}\overrightarrow{BA} + \frac{10}{9}\overrightarrow{BC}$ D. $\frac{2}{9}\overrightarrow{BA} + \frac{7}{9}\overrightarrow{BC}$

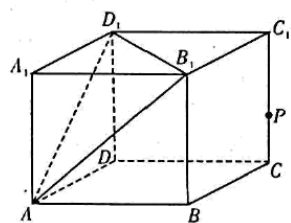
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E 是正方形 BB_1C_1C 的中心， M 为 C_1D_1 的中点，过 A_1M 的平面 α 与直线 DE 垂直，则平面 α 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得的截面面积为_____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $S_n = 2(a_n + 1)$ ，则满足 $S_n = -126$ 的正整数 n 的值为_____.

15. 已知函数 $f(x) = -x^3 + \sin x$ ，若 $f(a) = M$ ，则 $f(-a) =$ _____.

16. 若点 N 为点 M 在平面 α 上的正投影，则记 $N = f_\alpha(M)$. 如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，记平面 AB_1D_1 为 β ，平面 $ABCD$ 为 γ ，点 P 是线段 CC_1 上一动点， $Q_1 = f_\gamma[f_\beta(P)]$, $Q_2 = f_\beta[f_\gamma(P)]$. 给出下列四个结论：



① Q_2 为 $\triangle AB_1D_1$ 的重心；

② $Q_1Q_2 \perp BD$ ；

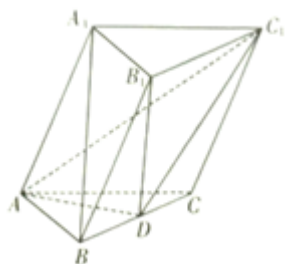
③ 当 $CP = \frac{4}{5}$ 时， $PQ_1 \perp$ 平面 β ；

④ 当三棱锥 D_1-APB_1 的体积最大时，三棱锥 D_1-APB_1 外接球的表面积为 2π 。

其中，所有正确结论的序号是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长均相等， B_1 在底面 ABC 上的投影 D 在棱 BC 上，且 $A_1B \parallel$ 平面 ADC_1



(I) 证明: 平面 $ADC_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 ;

(II) 求直线 AB 与平面 ADC_1 所成角的余弦值.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x-2| + |x-4|$.

(1) 解关于 x 的不等式 $f(x) \leq 4$;

(2) 若函数 $f(x)$ 的图象恒在直线 $y = |m-1|$ 的上方, 求实数 m 的取值范围

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$, $x_1, x_2, x_3 \in R$, 且 $x_1 < x_2 < x_3$.

(1) 当 $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的减区间;

(2) 求证: 方程 $f'(x) = 0$ 有两个不相等的实数根;

(3) 若方程 $f'(x) = 0$ 的两个实数根是 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$, 试比较 $\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{x_2+x_3}{2}$ 与 α, β 的大小, 并说明理由.

20. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $a_1 = -1, a_n > 0 (n \geq 2), S_n = \frac{a_{n+1}^2 - 9n - 1}{6}, n \in N^*$, 各项均为正

数的等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_2, b_3 = a_4$

(1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $c_n = \frac{1}{2} a_n \cdot b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(2mx^2 - 3x + 8m)$.

(I) 当 $m = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上的值域;

(II) 若函数 $f(x)$ 在 $(4, +\infty)$ 上单调递减, 求实数 m 的取值范围.

22. (10 分) 设前 n 项积为 T_n 的数列 $\{a_n\}$, $a_n = \lambda - T_n$ (λ 为常数), 且 $\left\{\frac{1}{T_n}\right\}$ 是等差数列.

(I) 求 λ 的值及数列 $\{T_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 S_n 是数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 且 $b_n = (2n+3)T_n$, 求 $S_{2n} - S_n - 2n$ 的最小值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. B

【解析】

$$\square = \{\square | \square = 2^{\square}, \square > 0\} = \{\square | \square > 1\},$$

$$\square = \{\square | \square = \lg(2\square - \square^2)\} = \{\square | 2\square - \square^2 > 0\}$$

$$= \{\square | \square^2 - 2\square < 0\} = \{\square | 0 < \square < 2\},$$

$$\therefore \square \cap \square = (1, 2).$$

故选B.

2. D

【解析】

因为 $A = \{x | x^2 < 1\} = \{x | -1 < x < 1\}$, $B = \{x | \log_2 x < 1\} = \{x | 0 < x < 2\}$, 所以 $A \cap B = \{x | 0 < x < 1\}$,

$A \cup B = \{x | -1 < x < 2\}$, 故选 D.

3. B

【解析】

分别求得所有基本事件个数和满足题意的基本事件个数，根据古典概型概率公式可求得结果.

【详解】

从“八音”中任取不同的“两音”共有 $C_8^2 = 28$ 种取法；

“两音”中含有打击乐器的取法共有 $C_8^2 - C_4^2 = 22$ 种取法；

$$\therefore \text{所求概率 } p = \frac{22}{28} = \frac{11}{14}.$$

故选：B.

【点睛】

本题考查古典概型概率问题的求解，关键是能够利用组合的知识求得基本事件总数和满足题意的基本事件个数.

4. A

【解析】

利用特殊点的坐标代入，排除掉 C，D；再由 $f(-\frac{1}{2}) < 1$ 判断 A 选项正确.

【详解】

$$f(-1.1) = \frac{-1.1 \ln |1.1|}{e^{1.1}} < 0, \text{ 排除掉 C, D;}$$

$$f(-\frac{1}{2}) = \frac{-\frac{1}{2} \ln \left| \frac{1}{2} \right|}{e^{-\frac{1}{2}}} = \sqrt{e} \ln \sqrt{2},$$

$$Q \ln \sqrt{2} < \ln \sqrt{e} = \frac{1}{2}, \quad \sqrt{e} < 2,$$

$$\therefore f(-\frac{1}{2}) = \sqrt{e} \ln \sqrt{2} < 1.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查了由函数解析式判断函数的大致图象问题，代入特殊点，采用排除法求解是解决这类问题的一种常用方法，属于中档题.

5. A

【解析】

利用复数的乘法运算可求得结果.

【详解】

$$\text{由复数的乘法法则得 } (2+3i)(3-2i) = 6+5i-6i^2 = 12+5i.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查复数的乘法运算，考查计算能力，属于基础题.

6. C

【解析】

试题分析：集合 $A = \{y | y \geq -1\}$ $\therefore B \subseteq A \therefore A \cap B = B$

考点：集合间的关系

7. B

【解析】

由 $y = 2^x$ 的单调性，可判断 p 是真命题；分类讨论打开绝对值，可得 q 是假命题，依次分析即得解

【详解】

由函数 $y = 2^x$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数，知命题 p 是真命题.

对于命题 q ，当 $x+1 \geq 0$ ，即 $x \geq -1$ 时， $|x+1| = x+1 > x$ ；

当 $x+1 < 0$ ，即 $x < -1$ 时， $|x+1| = -x-1$ ，

由 $-x-1 \leq x$ ，得 $x = -\frac{1}{2}$ ，无解，

因此命题 q 是假命题. 所以 $(\neg p) \vee q$ 为假命题，A 错误；

$p \vee q$ 为真命题，B 正确；

$p \wedge q$ 为假命题，C 错误；

$p \wedge (\neg q)$ 为真命题，D 错误.

故选：B

【点睛】

本题考查了命题的逻辑连接词，考查了学生逻辑推理，分类讨论，数学运算的能力，属于中档题.

8. A

【解析】

由题意求得 c 与 $\frac{b}{a}$ 的值，结合隐含条件列式求得 a^2 ， b^2 ，则答案可求.

【详解】

由题意， $2c=8$ ，则 $c=4$ ，

又 $\frac{b}{a} = \sqrt{3}$ ，且 $a^2+b^2=c^2$ ，

解得 $a^2=4$ ， $b^2=12$.

$\therefore$ 双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$.

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线的简单性质，属于基础题.

9. B

【解析】

求得直线 PQ 的方程，联立直线的方程和双曲线的方程，求得 P, Q 两点坐标的关系，根据 $FQ \perp FP$

列方程，化简后求得离心率.

【详解】

设 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ ，依题意直线 PQ 的方程为 $y = \sqrt{3}x$ ，代入双曲线方程并化简得

$$x^2 = \frac{a^2 b^2}{b^2 - 3a^2}, y^2 = 3x^2 = \frac{3a^2 b^2}{b^2 - 3a^2}, \text{ 故 } x_1 + x_2 = 0, x_1 \cdot x_2 = \frac{-a^2 b^2}{b^2 - 3a^2}, y_1 \cdot y_2 = 3x_1 \cdot x_2 = \frac{-3a^2 b^2}{b^2 - 3a^2}, \text{ 设焦点坐标为}$$

$F(c, 0)$ ，由于以 PQ 为直径的圆经过点 F ，故 $\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FQ} = 0$ ，即 $(x_1 - c, y_1) \cdot (x_2 - c, y_2) = 0$ ，即 $4x_1 x_2 + c^2 = 0$ ，即

$$b^4 - 6a^2 b^2 - 3a^4 = 0, \text{ 两边除以 } a^4 \text{ 得 } \left(\frac{b}{a}\right)^4 - 6\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 3 = 0, \text{ 解得 } \left(\frac{b}{a}\right)^2 = 3 + 2\sqrt{3}. \text{ 故}$$

$$e = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1, \text{ 故选 B.}$$

【点睛】

本小题主要考查直线和双曲线的交点，考查圆的直径有关的几何性质，考查运算求解能力，属于中档题.

10. D

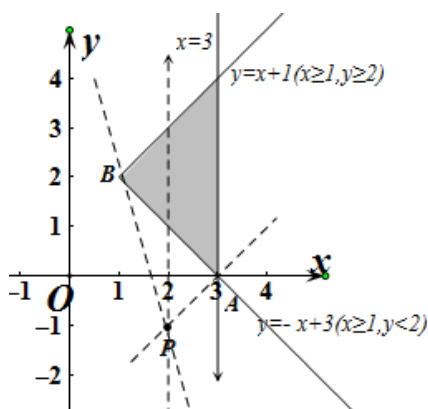
【解析】

画出曲线 $y = |x - 2| + 1$ 与 $y = 3$ 围成的封闭区域， $\frac{y+1}{y-2}$ 表示封闭区域内的点 (x, y) 和定点 $(2, -1)$ 连线的斜率，然后结合

图形求解可得所求范围.

【详解】

画出曲线 $y = |x - 2| + 1$ 与 $y = 3$ 围成的封闭区域，如图阴影部分所示.



$\frac{y+1}{y-2}$ 表示封闭区域内的点 (x, y) 和定点 $(2, -1)$ 连线的斜率，

设 $k = \frac{y+1}{y-2}$ ，结合图形可得 $k \geq \frac{1}{3}$ 或 $k \leq \frac{1}{3}$ ，

由题意得点 A,B 的坐标分别为 $(3,0), (1,2)$,

$$\therefore \frac{m+1}{m-2} = \frac{1}{3-2} = 1, \frac{m+1}{m-2} = \frac{2-(-1)}{1-2} = -3,$$

$$\therefore m \geq 1 \text{ 或 } m \leq -3,$$

$$\therefore \frac{m+1}{m-2} \text{ 的取值范围为 } (-\infty, -3] \cup [1, +\infty).$$

故选 D.

【点睛】

解答本题的关键有两个：一是根据数形结合的方法求解问题，即把 $\frac{m+1}{m-2}$ 看作两点间连线的斜率；二是要正确画出两曲线

所围成的封闭区域。考查转化能力和属性结合的能力，属于基础题。

11. B

【解析】

由题意可得 $f(x)$ 的周期为 2，当 $x \in [2, 3]$ 时， $f(x) = -2x^2 + 12x - 18$ ，令 $g(x) = \log_a(x+1)$ ，则 $f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像至少有 3 个交点，画出图像，数形结合，根据 $g(2) > f(2)$ ，求得 a 的取值范围。

【详解】

$f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数，满足任意 $x \in \mathbf{R}$ ，

$$f(x+2) = f(x) - f(1), \text{ 令 } x = -1, f(1) = f(-1) - f(1),$$

$$\text{又 } f(-1) = f(1), \therefore f(1) = 0, f(x+2) = f(x),$$

$\therefore f(x)$ 为周期为 2 的偶函数，

$$\text{当 } x \in [2, 3] \text{ 时, } f(x) = -2x^2 + 12x - 18 = -2(x-3)^2,$$

$$\text{当 } x \in [0, 1], x+2 \in [2, 3], f(x) = f(x+2) = -2(x-1)^2,$$

$$\text{当 } x \in [-1, 0], -x \in [0, 1], f(x) = f(-x) = -2(x+1)^2,$$

作出 $f(x), g(x)$ 图像，如下图所示：

函数 $y = f(x) - \log_a(x+1)$ 至少有三个零点，

则 $f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像至少有 3 个交点，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/346145241145010232>