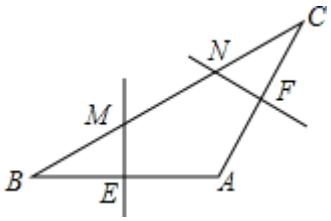
专题 1.12　线段的垂直平分线（培优篇）（专项练习）

一、单选题

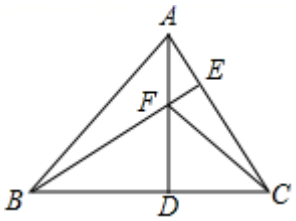
类型一、垂直平分线的性质

1．如图，在△ABC 中，$AB=AC$，$\angle A=120°$，$BC=6cm$，AB 的垂直平分线交 BC 于点 M，交 AB 于点 E，AC 的垂直平分线交 BC 于点 N，交 AC 于点 F，则 MN 的长为（　　）



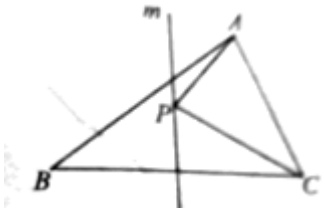
A．$4cm$　　B．$3cm$　　C．$2cm$　　D．$1cm$

2．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=45°, AD, BE$ 分别为 BC, AC 边上的高，AD, BE 相交于点 F，连接 CF，则下列结论：①$BF=AC$；②$\angle FCD=\angle DAC$；③$CF\perp AB$；④若 $BF=2EC$，则△FDC 周长等于 AB 的长．其中正确的有（　　）



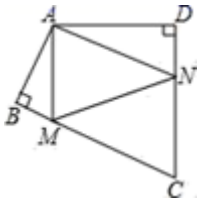
A．①②　　B．①③④　　C．①③　　D．②③④

3．如图，直线 m 是 ΔABC 中 BC 边的垂直平分线，点 P 是直线 m 上的动点．若 AB=6，AC=4，BC=7．则△APC 周长的最小值是



A．10　　B．11　　C．11.5　　D．13

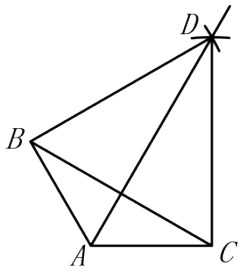
4．如图，四边形 ABCD 中，∠BAD=130°，∠B=∠D=90°，在 BC、CD 上分别找一点 M、N，使三角形 AMN 周长最小时，则∠AMN+∠ANM 的度数为（　　）



A．80°　　B．90°　　C．100°　　D．130°

类型二、垂直平分线的判定

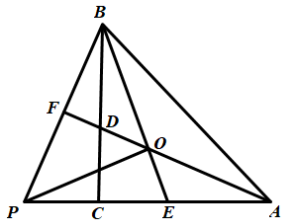
5．已知，在△*ABC* 中，*AB* = *AC*，如图，（1）分别以 *B*，*C* 为圆心，*BC* 长为半径作弧，两弧交于点 *D*；（2）作射线 *AD*，连接 *BD*，*CD*．根据以上作图过程及所作图形，下列结论中错误的是（　）



A．∠*BAD* = ∠*CAD*　　B．△*BCD* 是等边三角形

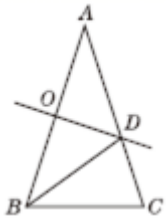
C．*AD* 垂直平分 *BC*　　D．$S_{ABDC} = AD \cdot BC$

6．如图，在△ABC 中，AC=BC，∠ACB=90°，AD 平分∠BAC，BE 平分∠ABC，且 AD，BE 交于点 *O*，延长 AC 至点 *P*，使 CP=CD，连接 BP，OP；延长 AD 交 BP 于点 *F*．则下列结论：①BP=AD；②BF=CP；③AC+CD=AB；④PO⊥BE；⑤BP=2PF．其中正确的是（　　）



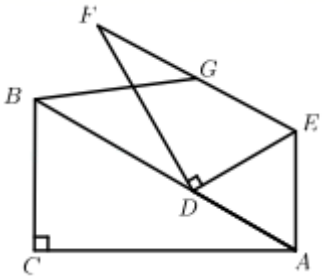
A．①③⑤　　B．①②③④　　C．①③④⑤　　D．①②③④⑤

7．如图，在△*ABC* 中，∠*A*=36°，*AB*=*AC*，*AB* 的垂直平分线 *OD* 交 *AB* 于点 *O*，交 *AC* 于点 *D*，连接 *BD*．有下列结论：①∠*C*=2∠*A*；②*BD* 平分∠*ABC*；③*S*△*BCD*=*S*△*BOD*．其中正确的选项是（　　）



A．①③　　B．②③　　C．①②③　　D．①②

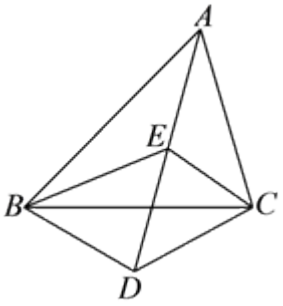
8．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$\angle CAB=30°$，$AC=6\sqrt{3}$，D为AB上一动点（不与点A重合），$\triangle AED$为等边三角形，过D点作DE的垂线，F为垂线上任意一点，G为EF的中点，则线段BG长的最小值是（　　）



A．$2\sqrt{3}$　　B．6　　C．$3\sqrt{3}$　　D．9

类型三、垂直平分线的应用

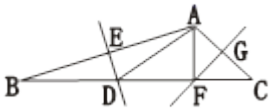
9.如图，$\triangle ABC$中，$\angle BAC=60°$，$\angle ABC$、$\angle ACB$的平分线交于E，D是AE延长线上一点，且$\angle BDC=120°$．下列结论：①$\angle BEC=120°$；②$DB=DE$；③$\angle BDE=2\angle BCE$．其中所有正确结论的序号有（　　）．



A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

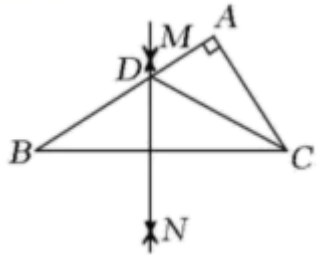
10．如图，在△ABC中，∠C=45°，AB的垂直平分线交AB于点E，交BC于点D；AC的垂

直平分线交AC于点G，交BC与点F，连接AD、AF，若AC=$3\sqrt{2}$，BC=9，则DF等于（　　）



A．$\frac{9}{4}$　　B．$\frac{7}{2}$　　C．4　　D．$3\sqrt{2}$

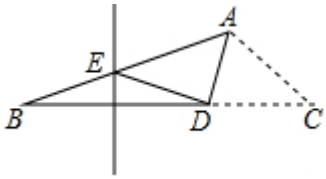
11．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=90°$，$AB>AC$．按下列步骤作图：①分别以点B和点C为圆心，大于BC一半的长为半径作圆弧，两弧相交于点M和点N；②作直线MN，与边AB相交于点D，连结CD．下列说法不一定正确的是（　　）



A．$\angle BDN=\angle CDN$　　B．$\angle ADC=2\angle B$　　C．$\angle ACD=\angle DCB$

D．$2\angle B+\angle ACD=90°$

12．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=120°$，点D是BC上一点，BD的垂直平分线交AB于点E，将$\triangle ACD$沿AD折叠，点C恰好与点E重合，则$\angle B$等于(　　)



A．18°　　B．20°　　C．25°　　D．28°

类型四、垂直平分线的作图

13．如图，在△ABC中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，以A为圆心，任意长为半径画弧分别交AB、AC于点M和N，再分别以M、N为圆心，大于$\frac{1}{2}MN$的长为半径画弧，两弧交于点P，连接AP，并廷长交BC于点D，则下列说法中正确的个数是（　　）

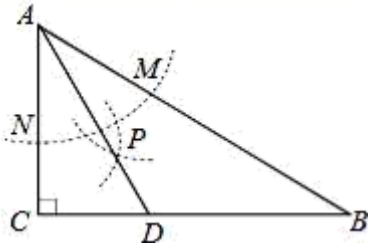
①AD是$\angle BAC$的平分线

②$\angle ADC=60°$

③点D在AB的垂直平分线上

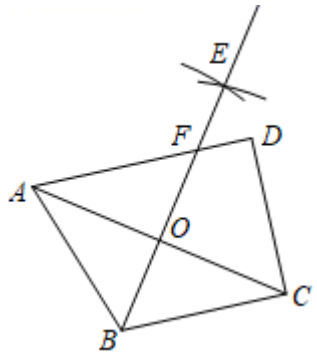
④若$AD=2dm$，则点D到AB的距离是$1dm$

⑤$S_{\triangle DAC}$：$S_{\triangle DAB}=1$：2



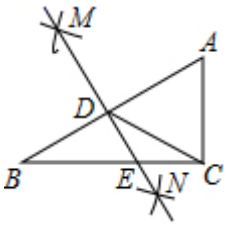
A．2　　B．3　　C．4　　D．5

14．如图，在四边形 ABCD 中，$AD//BC$，$\angle D=90^{\circ}$，$AD=8$，$BC=6$，分别以点 A，C 为圆心，大于$\frac{1}{2}AC$ 长为半径作弧，两弧交于点 E，作射线 BE 交 AD 于点 F，交 AC 于点 O．若点 O 是 AC 的中点，则 CD 的长为（　　）



A．$4\sqrt{2}$　　B．6　　C．$2\sqrt{10}$　　D．8

15．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^{\circ}$，分别以点 A，B 为圆心，大于$\frac{1}{2}AB$ 为半径作弧，相交于点 M，N，作直线 MN 交 AB 于点 D，交 BC 于点 E，连结 CD，下列结论错误的是(　　)

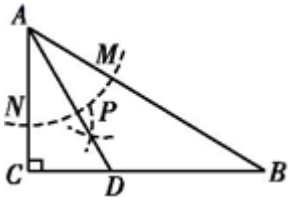


A．MN 是线段 AB 的中垂线　　B．$CD=\frac{1}{2}AB$

C．$\angle A=\angle BED$　　D．$\angle ECD=\angle EDC$

16. 如图,在△ABC 中,∠C=90°,∠B=30°,以 A 为圆心,任意长为半径画弧分别交 AB,AC 于点 M 和 N,再分别以 M,N 为圆心,大于$\frac{1}{2}$MN 的长为半径画弧,两弧交于点 P,连结 AP 并延长交 BC 于点 D,则下列说法中正确的个数是(　　)

①AD 平分∠BAC；②作图依据是 S.A．S；③∠ADC=60°；　④点 D 在 AB 的垂直平分线上

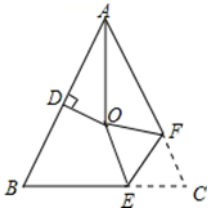


A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

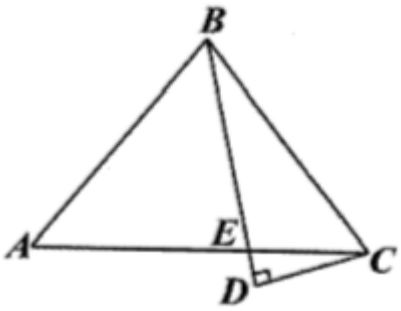
二、填空题

类型一、垂直平分线的性质

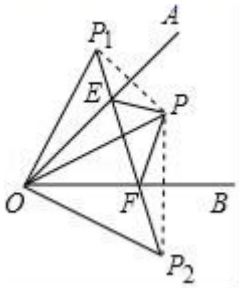
17．如图，△ABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=54^{\circ}$，点 D 为 AB 中点，且 OD⊥AB，$\angle BAC$ 的平分线与 AB 的垂直平分线交于点 O，将∠C 沿 EF（E 在 BC 上，F 在 AC 上）折叠，点 C 与点 O 恰好重合，则∠OEC 为_____度．



18．如图，ΔABC 中，点 E 在边 AC 上，$EB=EA$，$\angle A=2\angle CBE$，CD 垂直于 BE 的延长线于点 D，$BD=8$，$AC=11$，则边 BC 的长为_____．

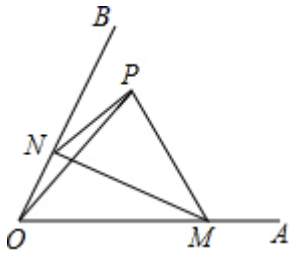


19．已知∠AOB=45°，点 P 在∠AOB 内部，点 P_1 与点 P 关于 OA 对称，点 P_2 与点 P 关于 OB 对称，连接 P_1P_2 交 OA、OB 于 E、F，若 $P_1E=\frac{1}{2}$，$OP=\sqrt{2}$，则 EF 的长度是_____．



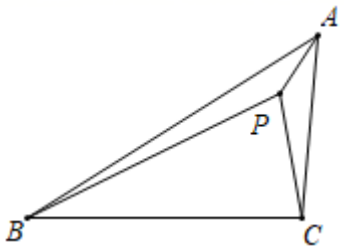
20．如图，∠AOB=60°，点 P 是∠AOB 内的定点且 OP=4，若点 M、N 分别是射线 OA、OB

上异于点 O 的动点，则△PMN 周长的最小值是_____.

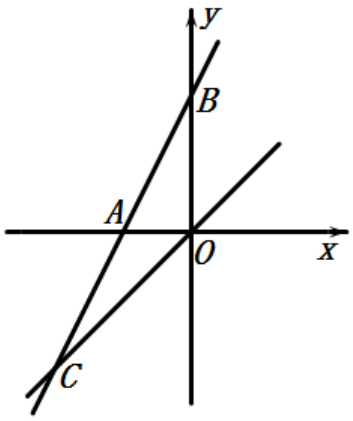


类型二、垂直平分线的判定

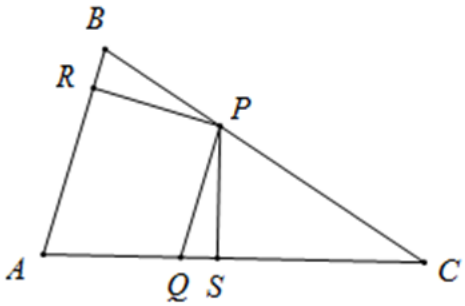
21．P 是△ABC 内一点，∠PBC＝30°，∠PBA＝8°，且∠PAB＝∠PAC＝22°，则∠APC 的度数为_____.



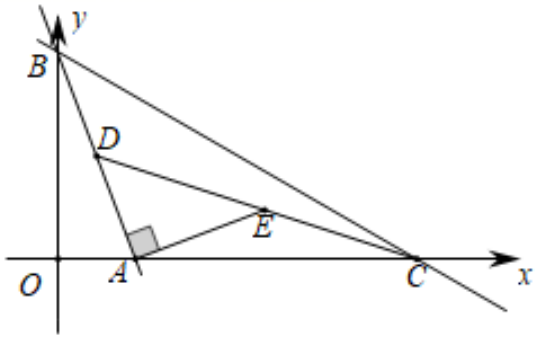
22．如图，在平面直角坐标系中，O 为原点，直线 AB：$y=2x+8$ 与 x 轴、y 轴分别交于 A、B 两点，与直线 OC：$y=x$ 交于点 C，在平面直角坐标系中有一动点 D，当 $DO=DB$ 时，△ACD 周长的最小值为_____.



23．如图，在△ ABC 中，P，Q 分别是 BC，AC 上的点，$PR\perp AB$，$PS\perp AC$，垂足分别是 R，S，若 $AQ=PQ$，$PR=PS$，那么下面四个结论：①$AS=AR$；②$QP\parallel AR$；③△BRP≌△QSP；④$BR=QS$，其中一定正确的是（填写编号）_____.

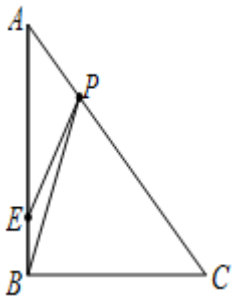


24．如图，直线 $y=-2\sqrt{2}x+2$ 分别交 x，y 轴于 A，B 两点，过点 B 的另一条直线交 x 轴于点 C，D 为 AB 中点，过点 A 作 AB 的垂线交 CD 于点 E，若 $AE=CE$，则直线 BC 的函数表达式为_____.

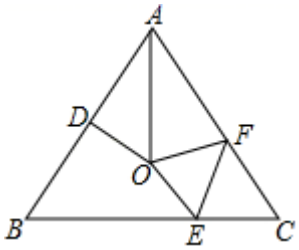


类型三、垂直平分线的应用

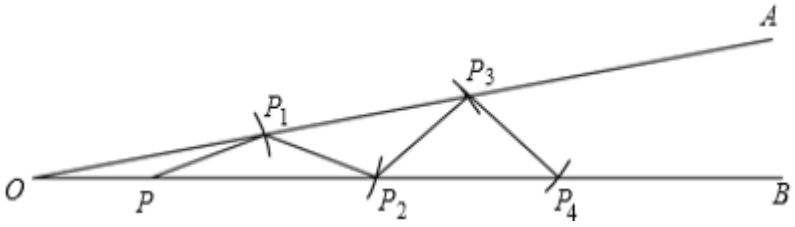
25．如图，E 为等腰直角△ABC 的边 AB 上的一点，要使 $AE=3$，$BE=1$，P 为 AC 上的动点，则 $PB+PE$ 的最小值为_____.



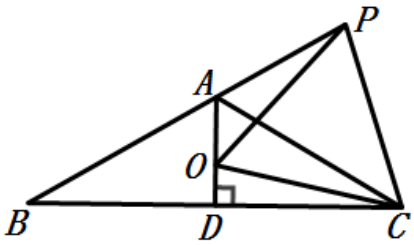
26．如图，在△ABC 中，$AB=AC$，AO 平分∠BAC，OD 垂直平分 AB，将∠C 沿着 EF 折叠，使得点 C 与点 O 重合，∠$AFO=52°$，则∠$OEF=$_____.



27．如图，$\angle AOB=10°$，点P在OB上．以点P为圆心，OP为半径画弧，交OA于点P_1（点P_1与点O不重合），连接PP_1；再以点P_1为圆心，OP为半径画弧，交OB于点P_2（点P_2与点P不重合），连接P_1P_2；再以点P_2为圆心，OP为半径画弧，交OA于点P_3（点P_3与点P_1不重合），连接P_2P_3；……按照上面的要求一直画下去，得到点P_n，若之后就不能再画出符合要求点P_{n+1}了，则$n=$_____.



28．如图，已知△ABC 中高 AD 恰好平分边 BC，∠B=30°，点 P 是 BA 延长线上一点，点 O 是线段 AD 上一点且 OP=OC，下面的结论：①AB=AC，②△AOP≌△AOC ，③∠APO+∠DCO=30°，④△OPC 是等边三角形．其中正确的为_____．（填序号）

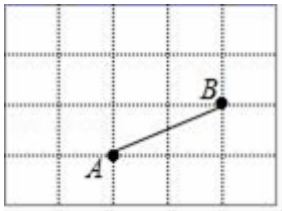


类型四、垂直平分线的作图

29．如图，在每个小正方形的边长为 1 的网格中，A，B 为格点

（I）AB 的长等于__

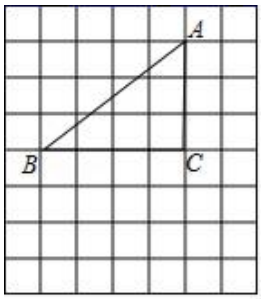
（II）请用无刻度的直尺，在如图所示的网格中求作一点 C，使得 CA=CB 且△ABC 的面积等于$\frac{3}{2}$，并简要说明点 C 的位置是如何找到的_____



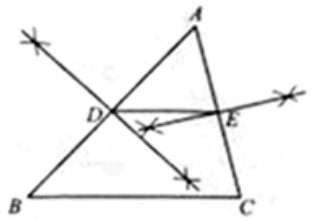
30．在如图所示的网格中，每个小正方形的边长都为 1，点 A、B、C 均为格点．

（I）△ABC 的面积等于_____.

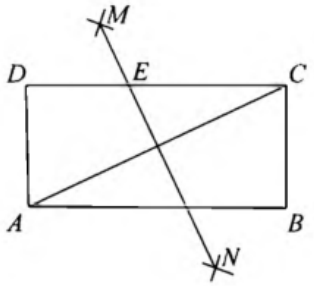
（II）请借助无刻度的直尺，在如图所示的网格中画出△ABC 的角平分线 BD 的垂直平分线，并简要说明你是怎么画出来的：_____.



31．如图，在$\triangle ABC$中，用直尺和圆规作AB、AC的垂直平分线，分别交AB、AC于点D、E，连接DE.若$BC=10\,\text{cm}$，则$DE=$_____cm.



32．如图，在矩形$ABCD$中，按以下步骤作图：①分别以点A和C为圆心，以大于$\frac{1}{2}AC$的长为半径作弧，两弧相交于点M和N；②作直线MN交CD于点E.若$DE=2$，$CE=3$，则矩形的对角线AC的长为_____.



三、解答题

33．已知：在$\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$AC=6\text{cm}$，$BC=8\text{cm}$.

(1) 如图 1，若点 B 关于直线 DE 的对称点为点 A，连接 AD，试求$\triangle ACD$的周长；

(2) 如图 2，将直角边 AC 沿直线 AM 折叠，使点 C 恰好落在斜边 AB 上的点 N，且$BN=4\text{cm}$，求 CM 的长.

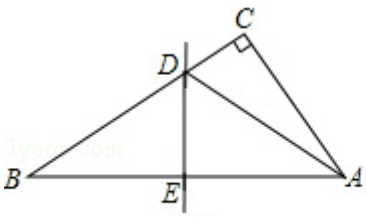


图1

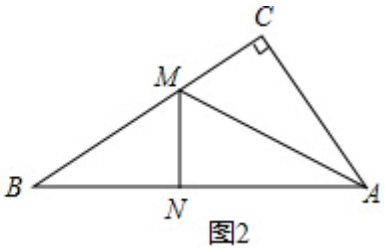


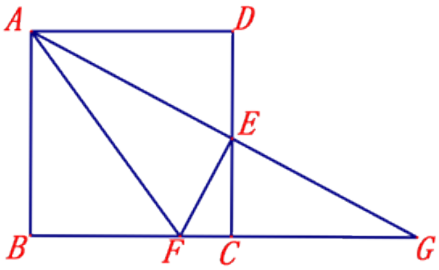
图2

34．如图，在边长为 4 的正方形 ABCD 中，E 是 CD 的中点，F 是 BC 上的一点，且∠AEF=90°，延长 AE 交 BC 的延长线于点 G,

（1）求 GE 的长；

（2）求证：AE 平分∠DAF；

（3）求 CF 的长.



35．教材呈现：下图是华师版八年级上册数学教材第 94 页的部分内容.

线段垂直平分线

我们已知知道线段是轴对称图形，线段的垂直一部分线是线段的对称轴，如图直线 MN 是线段 AB 的垂直平分线，P 是 MN 上任一点，连结 PA、PB，将线段 AB 与直线 MN 对称，我们发现 PA 与 PB 完全重合，由此都有：线段垂直平分线的性质定理，线段垂直平分线上的点到线段的距离相等.

已知：如图，$MN \perp AB$，垂足为点C，$AC = BC$，点P是直线MN上的任意一点.

求证：$PA = PB$.

分析：图中的两个直角三角形APC和BPC，只要证明这两个三角形全等，便可证明$PA = PB$

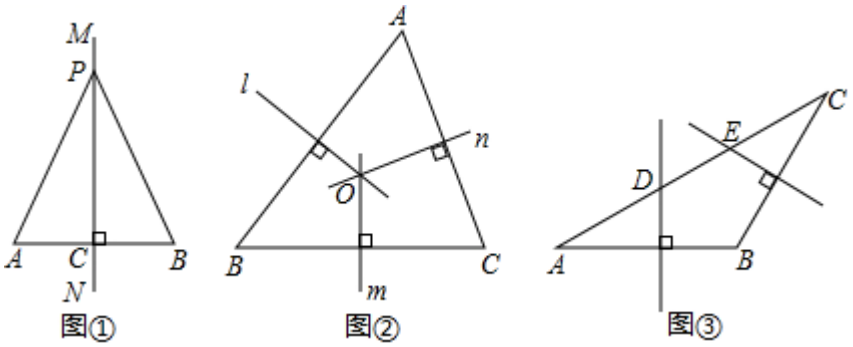
（请写出完整的证明过程）

请根据教材中的分析，结合图①，写出“线段垂直平分线的性质定理”完整的证明过程，定理应用.

（1）如图②，在ΔABC中，直线l、m、n分别是边AB、BC、AC的垂直平分线.

求证：直线l、m、n交于点.

（2）如图③，在ΔABC中，$AB = BC$，边AB的垂直平分线交AC于点D，边BC的垂直平分线交AC于点E，若$\angle ABC = 120°$，$AC = 18$，则DE的长为_____.



36．小宇遇到了这样一个问题：

已知：如图，$\angle MON = 90°$，点 A，B 分别在射线 OM，ON 上，且满足$OB > 2OA$.

求作：线段 OB 上的一点 C，使$\triangle AOC$的周长等于线段OB的长.

以下是小宇分析和求解的过程，请补充完整：首先画草图进行分析，如图 1 所示，若符合题意得点 C 已经找到，即$\triangle AOC$得周长等于 OB 的长，那么由

$OA + OC + AC = OB = OC + BC$，可以得到$OA + AC =$__.

对于这个式子，可以考虑用截长得办法，在 BC 上取一点 D，使得$BD = AO$，那么就可以得

到$CA=$_____.

若连接 AD，由_____.（填推理依据）．可知点 C 在线段 AD 得垂直平分线上，于是问题得解法就找到了．

请根据小宇得分析，在图 2 中完成作图（尺规作图，不写做法，保留作图痕迹）．

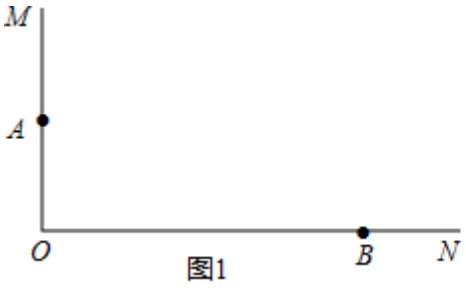


图1

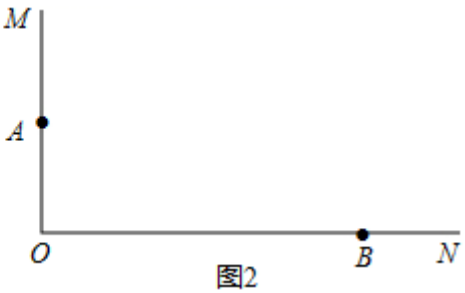


图2

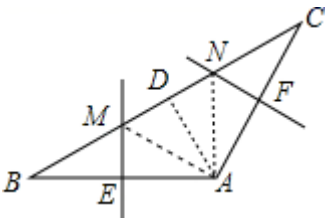
参考答案

1．C

【分析】

连接 AM 、 AN 过 A 作 $AD\perp BC$ 于 D，先求出 AB 、 AC 值，再求出 BE 、 CF 值，求出 BM 、 CN 值，代入 $MN=BC-BM-CN$ 求出即可．

【详解】



连接 AM 、 AN ，过 A 作 $AD \perp BC$ 于 D

∵在 ΔABC 中， $AB=AC$ ， $\angle A=120°$ ， $BC=6\text{cm}$

∴ $\angle B=\angle C=30°$ ， $BD=CD=3\text{cm}$

∴在 $Rt\Delta ABD$ 中， $AB=2AD$

∴在 $Rt\Delta ABD$ 中，

$\sqrt{BD^2+AD^2}=AB$

∴ $AD=\sqrt{3}\text{cm}$ ， $AB=2\sqrt{3}\text{cm}=AC$

∵ AB 的垂直平分线 EM

∴ $BE=\frac{1}{2}AB=\sqrt{3}\text{cm}$

同理 $CF=\sqrt{3}\text{cm}$

∵ $\angle B=\angle C=30°$

∴ $BM=2ME$

∴在 ΔBME 中，

$\sqrt{ME^2+BE^2}=BM$

∴ $BM=2\text{cm}$

同理 $CN=2\text{cm}$

∴ $MN=BC-BM-CN=2\text{cm}$

故选：C.

【点拨】本题考查垂直平分线的性质、含 30° 直角三角形的性质，利用特殊角、垂直平分线的性质添加辅助线是解题关键，通过添加的辅助线将复杂问题简单化，更容易转化边.

2．B

【分析】

证明△BDF≌△ADC，可判断①；求出∠FCD=45°，∠DAC＜45°，延长 CF 交 AB 于 H，证明∠AHC=∠ABC+∠FCD=90°，可判断③；根据①可以得到 E 是 AC 的中点，然后可以推出 EF

是 AC 的垂直平分线，最后由线段垂直平分线的性质可判断④.

【详解】

解：∵△ABC 中，AD，BE 分别为 BC、AC 边上的高，∠ABC=45°，

∴AD=BD，∠DAC 和∠FBD 都是∠ACD 的余角，

而∠ADB=∠ADC=90°，

∴△BDF≌△ADC（ASA），

∴BF=AC，FD=CD，故①正确，

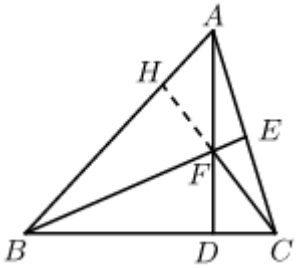
∵∠FDC=90°，

∴∠DFC=∠FCD=45°，

∵∠DAC=∠DBF＜∠ABC=45°，

∴∠FCD≠∠DAC，故②错误；

延长 CF 交 AB 于 H，



∵∠ABC=45°，∠FCD=45°，

∴∠AHC=∠ABC+∠FCD=90°，

∴CH⊥AB，

即 CF⊥AB，故③正确；

∵BF=2EC，BF=AC，

∴AC=2EC，

∴AE=EC=$\frac{1}{2}$$AC$，

∵BE⊥AC，

∴BE 垂直平分 AC，

∴AF=CF，BA=BC，

∴△FDC 的周长=FD+FC+DC

=FD+AF+DC

=AD+DC

=*BD*+*DC*

=*BC*

=*AB*，

即△*FDC* 的周长等于 *AB*，故④正确，

综上：①③④正确，

故选 B.

【点拨】本题考查了全等三角形的性质与判定，也考查了线段的垂直平分线的性质与判定，也利用了三角形的周长公式解题，综合性比较强，对学生的能力要求比较高．＜

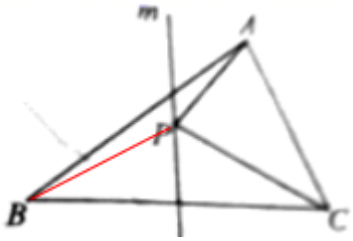
3．A

【分析】

根据垂直平分线的性质 BP=PC，所以△APC 周长=AC+AP+PC=AC+AP+BP≥AC+AB=10.

【详解】

如图，连接 BP



∵直线 *m* 是 ΔABC 中 BC 边的垂直平分线,

∴BP=PC,

∴△APC 周长=AC+AP+PC=AC+AP+BP,

∵两点之间线段最短

∴AP+BP≥AB，

∴△APC 周长最小为 AC+AB=10.

【点拨】本题主要考查线段垂直平分线的性质定理，以及两点之间线段最短.做本题的关键是能得出 AP+BP≥AB，做此类题的关键在于能根据题设中的已知条件，联系相关定理得出结论，再根据结论进行推论.

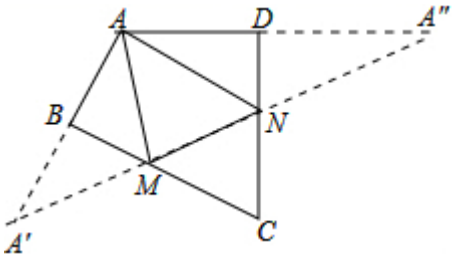
4．C

【分析】

作 A 关于 BC 和 CD 的对称点 A′，A″，连接 A′A″，交 BC 于 M，交 CD 于 N，则 A′A″即为△AMN 的周长最小值.

【详解】

解：作 A 关于 BC 和 CD 的对称点 A′，A″，连接 A′A″，交 BC 于 M，交 CD 于 N，



∵∠DAB=130°，

∴∠AA′M+∠A″=50°，

∵∠MA′A=∠MAA′，∠NAD=∠A″，

且∠MA′A+∠MAA′=∠AMN，∠NAD+∠A″=∠ANM，

∴∠AMN+∠ANM=∠MA′A+∠MAA′+∠NAD+∠A″=2（∠AA′M+∠A″）=2×50°=100°，

故选 C.

【点拨】本题考查的是轴对称-最短路线问题，涉及到平面内最短路线问题求法以及三角形的外角的性质和垂直平分线的性质等知识，根据已知得出 M、N 的位置是解题关键.

5．D

【分析】

根据作图过程及所作图形可知 $BD=BC=CD$，得出△BCD 是等边三角形；又因为 $AB=AC$，$BD=CD, AD=AD$，推出 $\triangle ABD\cong\triangle ACD$，继而得出 $\angle BAD=\angle CAD$；根据，$\angle BAD=\angle CAD$，可知 AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线，根据三线合一得出 AD 垂直平分 BC；四边形 ABCD 的面积等于 $\triangle ABD$ 的面积与 $\triangle ACD$ 的面积之和，为 $\frac{1}{2}AD\cdot BC$.

【详解】

解：∵ $BD=BC=CD$

∴△BCD 是等边三角形

故选项 B 正确；

∵ $AB=AC$，$BD=CD, AD=AD$

∴ $\triangle ABD\cong\triangle ACD$

∴ $\angle BAD=\angle CAD$

故选项 A 正确；

∵ $\angle BAD=\angle CAD$，$AB=AC$

∴据三线合一得出 AD 垂直平分 BC

故选项 C 正确；

∵四边形 ABCD 的面积等于 $\triangle ABD$ 的面积与 $\triangle ACD$ 的面积之和

$\therefore S_{ABCD}=\frac{1}{2}AD\cdot BC$

故选项 D 错误.

故选：D.

【点拨】本题考查的知识点是等边三角形的判定、全等三角形的判定及性质、线段垂直平分线的判定以及四边形的面积，考查的范围较广，但难度不大.

6．C

【分析】

根据三角形全等的判定定理与性质，角平分线的定义，垂直平分线的判定与性质、等腰三角形的判定与性质逐个分析即可.

【详解】

∵AC=BC，∠ACB=∠PCD=90°，CP=CD，

$\therefore \triangle PBC\cong\triangle DAC(SAS)$，则 BP=AD，故①正确；

由 $\triangle PBC\cong\triangle DAC$ 得∠PBC=∠DAC，则 $\angle BFA=\angle BCP=\angle PFA=90°$，

∵AD 平分∠BAC，

∴∠BAF=∠PAF，

$\therefore \angle BAF=\angle PBC$，

假设 $BF=CP$，

在 $\triangle BPC$ 和 $\triangle ABF$ 中，$\begin{cases}\angle PBC=\angle BAF\\ \angle BCP=\angle AFB\\ CP=BF\end{cases}$，

$\therefore \triangle BPC\cong\triangle ABF(AAS)$，

$\therefore BC=AF$，

$\because AC=BC$，

$\therefore AC=AF$，

在 $Rt\triangle ACD$ 中，$AD>AC$，

又 $\because AF=AD+DF>AD$，

$\therefore AF > AD > AC$，与 $AC = AF$ 相矛盾，

则假设不成立，②错误；

在 $\triangle APF$ 与 $\triangle ABF$ 中，$\begin{cases} \angle PFA = \angle BFA \\ AF = AF \\ \angle PAF = \angle BAF \end{cases}$，

$\therefore \triangle APF \cong \triangle ABF\left(ASA\right)$，

$\therefore AB = AP = AC + CP = AC + CD$，

即 $AC + CD = AB$，故③正确；

由 $\triangle APF \cong \triangle ABF$ 得 BF=PF，

则 $BP = BF + PF = 2PF$，故⑤正确；

$\because BF = PF$，AD 平分∠BAC，

$\therefore$ AF 为 BP 的垂直平分线，

$\therefore$ OB=OP，

$\therefore \triangle OBP$ 为等腰三角形，

$\because AC = BC, \angle ACB = 90°$，

$\therefore \angle BAC = \angle ABC = 45°$，

又$\because$ AD 平分∠BAC，BE 平分∠ABC，

$\therefore \angle OBC = \angle OAC = 22.5°$，

$\therefore \angle PBC = \angle OAC = 22.5°$，

$\therefore \angle PBO = \angle PBC + \angle CBO = 45°$，

$\therefore \triangle OBP$ 为等腰直角三角形，且 $\angle POB = 90°$，

即 $PO \perp BE$，故④正确；

综上，①③④⑤正确，

故选：C.

【点拨】本题考查了三角形全等的判定定理与性质、角平分线的定义、垂直平分线的性质、等腰三角形的判定与性质等知识点，能够根据所学综合分析图中的全等三角形是解题关键.

7．D

【解析】

①、$\because$∠A=36°，AB=AC，$\therefore$∠C=∠ABC=72°，

∴∠C=2∠A，正确；

②、∵DO 是 AB 垂直平分线，∴AD=BD.

∴∠A=∠ABD=36°．∴∠DBC=72°﹣36°=36°=∠ABD.

∴BD 是∠ABC 的角平分线，正确；

③，根据已知不能推出△BCD 的面积和△BOD 面积相等，错误；

故选：D.

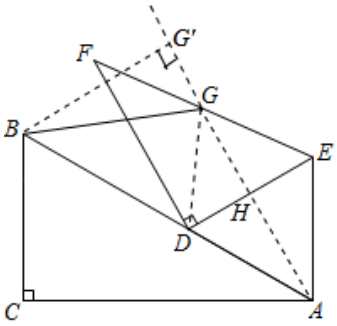
8．B

【分析】

连接 DG， AG，设 AG 交 DE 于点 H，先判定 AG 为线段 DE 的垂直平分线，再判定 $\triangle BAC \cong \triangle BAG'(AAS)$，然后由全等三角形的性质可得答案.

【详解】

解：如图，连接 DG， AG，设 AG 交 DE 于点 H，



$\because DE \perp DF$， G 为 EF 的中点，

$\therefore DG = GE$，

$\therefore$ 点 G 在线段 DE 的垂直平分线上，

$\because \triangle AED$ 为等边三角形，

$\therefore AD = AE$，

$\therefore$ 点 A 在线段 DE 的垂直平分线上，

$\therefore AG$ 为线段 DE 的垂直平分线，

$\therefore AG \perp DE$， $\angle DAG = \frac{1}{2}\angle DAE = 30°$，

$\therefore$ 点 G 在射线 AH 上，当 $BG \perp AH$ 时， BG 的值最小，如图所示，设点 G' 为垂足，

$\because \angle ACB = 90°$， $\angle CAB = 30°$，

$\therefore \angle ACB = \angle AG'B$， $\angle CAB = \angle BAG'$，

则在 $\triangle BAC$ 和 $\triangle BAG'$ 中，

$$\begin{cases}\angle ACB=\angle AG'B\\ \angle CAB=\angle BAG'\\ AB=AB\end{cases},$$

$\therefore \triangle BAC\cong\triangle BAG'(AAS)$.

$\therefore BG'=BC$,

$\because \angle ACB=90°$, $\angle CAB=30°$, $AC=6\sqrt{3}$,

$\therefore BC=\frac{1}{2}AB$, $BC^2+(6\sqrt{3})^2=AB^2$,

$\therefore BC^2+(6\sqrt{3})^2=(2BC)^2$,

解得：$BC=6$,

$\therefore BG'=BC=6$

故选：B.

【点拨】本题考查了全等三角形的判定与性质、线段垂直平分线的判定与性质，数形结合并明确相关性质及定理是解题的关键.

9．D

【解析】

分析：根据三角形内角和等于 180°求出∠ABC+∠ACB，再根据角平分线的定义求出∠EBC+∠ECB，然后求出∠BEC=120°，判断①正确；过点 D 作 DF⊥AB 于 F，DG⊥AC 的延长线于 G，根据角平分线上的点到角的两边的距离相等可得 DF=DG，再求出∠BDF=∠CDG，然后利用“角边角”证明△BDF 和△CDG 全等，根据全等三角形对应边相等可得 BD=CD，再根据等边对等角求出∠DBC=30°，然后根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和以及角平分线的定义求出∠DBE=∠DEB，根据等角对等边可得 BD=DE，判断②正确，再求出 B，C，E 三点在以 D 为圆心，以 BD 为半径的圆上，根据同弧所对的圆周角等于圆心角的一半可得∠BDE=2∠BCE，判断③正确.

详解：$\because \angle BAC=60°$,

$\therefore \angle ABC+\angle ACB=180°-60°=120°$,

$\because BE$、CE 分别为 $\angle ABC$、$\angle ACB$ 的平分线，

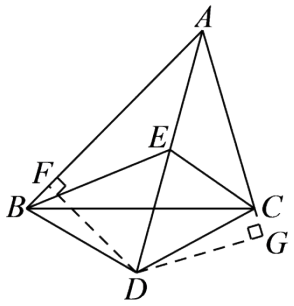
$\therefore \angle EBC=\frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle ECB=\frac{1}{2}\angle ACB$,

$\therefore \angle EBC+\angle ECB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)=\frac{1}{2}\times 120°=60°$,

$\therefore \angle BEC = 180° - (\angle EBC + \angle ECB) = 180° - 60° = 120°$，

故①正确.

如图，过点 D 作 $DF \perp AB$ 于 F，$DG \perp AC$ 的延长线于 G，



$\because BE$、CE 分别为 $\angle ABC$、$\angle ACB$ 的平分线，

$\therefore AD$ 为 $\angle BAC$ 的平分线，

$\therefore DF = DG$，

$\therefore \angle FDG = 360° - 90° \times 2 - 60° = 120°$，

又$\because \angle BDC = 120°$，

$\therefore \angle BDF + \angle CDF = 120°$，$\angle CDG + \angle CDF = 120°$.

$\therefore \angle BDF = \angle CDG$，

$\because$在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CDG$ 中，

$$\begin{cases} \angle BFD = \angle CGD = 90° \\ DF = DG \\ \angle BDF = \angle CDG \end{cases}$$，

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle CDG(ASA)$，

$\therefore DB = CD$，

$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}(180° - 120°) = 30°$，

$\therefore \angle DBC = \angle DBC + \angle CBE = 30° + \angle CBE$，

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$，AE 平分 $\angle BAC$，

$\therefore \angle ABE = \angle CBE$，$\angle BAE = \frac{1}{2}\angle BAC = 30°$，

根据三角形的外角性质，

$\angle DEB = \angle ABE + \angle BAE = \angle ABE + 30°$，

$\therefore \angle DEB = \angle DBE$，

$\therefore DB = DE$，故②正确．

$\because DB = DE = DC$，

$\therefore B$、C、E三点在以D为圆心，以BD为半径的圆上，

$\therefore \angle BDE = 2\angle BCE$，故③正确，

综上所述，正确结论有①②③，

故选：D．

点拨：本题考查了角平分线的性质，全等三角形的判定与性质，等角对等边的性质，圆内接四边形的判定，同弧所对的圆周角等于圆心角的一半性质，综合性较强，难度较大，特别是③的证明．

10．A

【解析】

分析：根据线段垂直平分线性质求出 BD=AD，AF=CF，推出∠C=∠CAF=45°，求出∠AFC=∠AFD=90°，解直角三角形求出 AF 和 CF，根据勾股定理求出 DF 即可．

详解：∵NF 是 AC 的垂直平分线，

∴∠ANC=2∠CNF，CF=$\frac{1}{2}$AC=$\frac{3}{2}\sqrt{2}$，AN=CN，

在 Rt△CFN 中，∠C=45°，

∴∠CNF=∠C=45°，CN=$\sqrt{2}$CF=3，

∴∠ANC=90°，AN=3，

∵BC=9，

∴BN=BC-CN=6=BM+MN，

∴BM=6-MN，

∵ME 是 AB 的垂直平分线，

∴AM=BM=6-MN，

在 Rt△AMN 中，根据勾股定理得，（6-MN）^{2}-MN^2=9，

∴MN=$\frac{9}{4}$．

故选 A.

点拨：本题考查了勾股定理，线段垂直平分线性质的应用，能得出关于 x 的方程是解此题的关键，注意：线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等．

11．C

【分析】

利用线段的垂直平分线的性质以及三角形内角和定理一一判断即可.

【详解】

解：由作图可知，MN 垂直平分线段 BC，

$\therefore DB=DC$，$MN\perp BC$，

$\therefore \angle BDN=\angle CDN$，$\angle DBC=\angle DCB$，

$\therefore \angle ADC=\angle B+\angle DCB=2\angle B$，

$\because \angle A=90°$，

$\therefore \angle ADC+\angle ACD=90°$，

$\therefore 2\angle B+\angle ACD=90°$，

故选项 A，B，D 正确，

故选：C.

【点拨】本题考查作图－基本作图，线段的垂直平分线的性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

12．B

【分析】

根据折叠的性质得出$\angle C=\angle AED$，再利用线段垂直平分线的性质得出 $BE=DE$，进而得出$\angle B=\angle EDB$，进而得出 $\angle C=2\angle B$，利用三角形内角和解答即可.

【详解】

$\because$ 将$\triangle ACD$沿 AD 折叠，点 C 恰好与点 E 重合，

$\therefore \angle C=\angle AED$，

$\because$ BD 的垂直平分线交 AB 于点 E，

$\therefore BE=DE$，

$\therefore \angle B=\angle EDB$，

$\therefore \angle C=\angle AED=\angle B+\angle EDB=2\angle B$，

在$\triangle ABC$中，$\angle B+\angle C+\angle BAC=\angle B+2\angle B+120^{\circ}=180^{\circ}$，

解得：$\angle B=20^{\circ}$，

故选 B.

【点拨】本题考查了折叠的性质和线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等的性质，是基础题，熟记性质是解题的关键.

13．D

【分析】

①根据作图的过程可以判定 AD 是∠BAC 的角平分线；

②利用角平分线的定义可以推知∠CAD=30°，则由直角三角形的性质来求∠ADC 的度数；

③利用等角对等边可以证得△ADB 的等腰三角形，由等腰三角形的“三线合一”的性质可以证明点 D 在 AB 的中垂线上；

④作 DH⊥AB 于 H，由∠1=∠2，DC⊥AC，DH⊥AB，推出 DC=DH 即可解决问题；

⑤利用 30 度角所对的直角边是斜边的一半、三角形的面积计算公式来求两个三角形的面积之比．

【详解】

解：①根据作图的过程可知，AD 是$\angle BAC$ 的平分线，故①正确；

②如图，∵在$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，

$\therefore\angle CAB=60°$．

又∵AD 是$\angle BAC$ 的平分线，

$\therefore\angle 1=\angle 2=\frac{1}{2}\angle CAB=30°$，

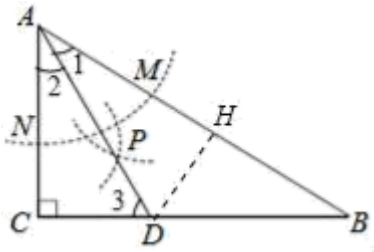
$\therefore\angle 3=90°-\angle 2=60°$，即$\angle ADC=60°$．故②正确；

③∵$\angle 1=\angle B=30°$，

$\therefore AD=BD$，

∴点 D 在 AB 的中垂线上．故③正确；

④作 $DH\perp AB$ 于 H，



∵$\angle 1=\angle 2$，$DC\perp AC$，$DH\perp AB$，

$\therefore DC=DH$，

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$CD=\frac{1}{2}AD=1dm$，

∴点 D 到 AB 的距离是 1dm；故④正确，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/346151120052010112