专题 7.3　三角形内角和定理的运用【八大题型】

【北师大版】

题型先知

举一反三

【知识点 1　三角形的内角及内角和定理】

三角形内角的概念：三角形内角是三角形三边的夹角．每个三角形都有三个内角，且每个内角均大于 0°且小于 180°．三角形内角和定理：三角形内角和是 180°．

【题型 1　运用三角形内角和定理直接求角的度数】

【例 1】（2021 秋•涡阳县期末）在△*ABC* 中，已知∠*B*＝∠*A*+10°，∠*C*＝∠*B*+25°，求∠*A* 的度数．

【分析】将第一个等式代入第二等式用∠*A* 表示出∠*C*，再根据三角形的内角和等于 180°列方程求出∠*A*，然后求解即可．

【解答】解：∵∠*B*＝∠*A*+10°，∠*C*＝∠*B*+25°，

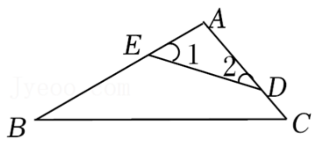
∴∠*C*＝∠*A*+10°+25°＝∠*A*+35°，

由三角形内角和定理得，∠*A*+∠*B*+∠*C*＝180°，

所以，∠*A*+∠*A*+10°+∠*A*+35°＝180°，

解得∠*A*＝45°．

【变式 1-1】（2022 春•武侯区校级期中）如图，点 *E*、*D* 分别在 *AB*、*AC* 上．若∠*B*＝30°，∠*C*＝50°，则∠1+∠2＝________°．



【分析】根据三角形的内角和定理列式整理可得$\angle 1+\angle 2=\angle B+\angle C$，从而可求解．

【解答】解：$\because \angle 1+\angle 2+\angle A=180°$，$\angle B+\angle C+\angle A=180°$，

$\therefore \angle 1+\angle 2=\angle B+\angle C$，

$\because \angle B=30°$，$\angle C=50°$，

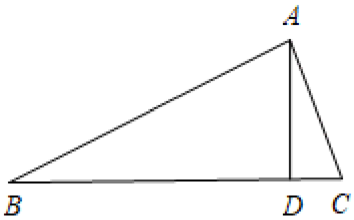
$\therefore \angle 1+\angle 2=\angle B+\angle C=30°+50°=80°$．

故答案为：$80°$．

【变式 1-2】（2022•哈尔滨）在$\triangle ABC$中，AD为边BC上的高，$\angle ABC=30°$，$\angle CAD=20°$，则$\angle BAC$是 ________度．

【分析】分两种情况：$\triangle ABC$为锐角三角形或钝角三角形，然后利用三角形内角和定理即可作答．

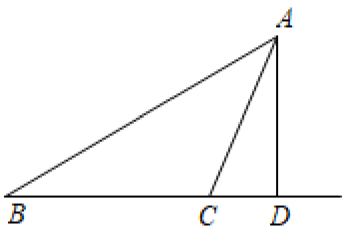
【解答】解：当$\triangle ABC$为锐角三角形时，如图，



$\angle BAD=180°-\angle B-\angle ADB=180°-30°-90°=60°$，

$\angle BAC=\angle BAD+\angle CAD=60°+20°=80°$；

当$\triangle ABC$为钝角三角形时，如图，



$\angle BAD=180°-\angle B-\angle ADB=180°-30°-90°=60°$，

$\angle BAC=\angle BAD-\angle CAD=60°-20°=40°$．

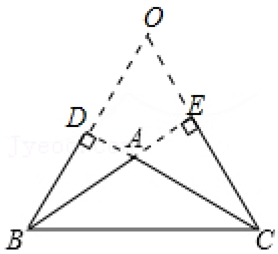
综上所述，$\angle BAC=80°$或$40°$．

故答案为：80 或 40．

【变式 1-3】（2022•南京模拟）已知BD、CE是$\triangle ABC$的高，直线BD、CE相交所成的角中有一个角为$45°$，则$\angle BAC$等于 ________．

【分析】根据三角形的内角和定理．分$\angle BAC$与这个$45°$的角在一个四边形内，及$\angle BAC$与这个$45°$的角不在一个四边形内两种情况讨论．

【解答】解：若$\angle BAC$与这个45°的角在一个四边形$BCDE$内，



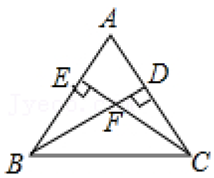
因为BD、CE是$\triangle ABC$的高，设BD的延长线交CE的延长线于O.

∴$\angle AEC=\angle ADB=90°$，

∵$\angle O=45°$，

∴$\angle DAE=180°-45°=135°$

∴$\angle BAC=\angle DAE=135°$；



若$\angle BAC$与这个45°的角不在一个四边形$BCDE$内，

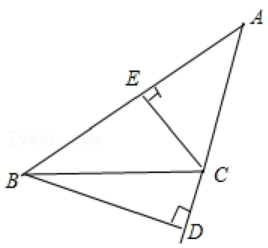
因为BD、CE是$\triangle ABC$的高，

如图：$\angle BAC=180°-(180°-45°)=45°$，

所以$\angle BAC$等于45度.

若$\angle ACB$是钝角，$\angle A$是锐角，

易知$\angle ABD=40°$，$\angle A=45°$

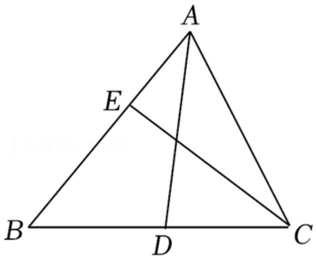


综上所述，$\angle A$的值为45°或135°.

故答案为：45°或135°.

【题型2　三角形内角和定理与角平分线、高线综合】

【例2】（2022春•西湖区校级月考）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=60°$，$\angle BCE=40°$，AD平分$\angle BAC$，$CE\perp AB$于点E，则$\angle ADB$的度数为（　　）



A．100°　　　　B．90°　　　　C．80°　　　　D．50°

【分析】根据三角形内角和定理以及角平分线的定义求出∠*B* 与∠*BAD* 的度数即可求解．

【解答】解：∵*CE*⊥*AB*，

∴∠*BEC*＝90°，

∵∠*BCE*＝40°，

∴∠*B*＝50°，

∵∠*BAC*＝60°，*AD* 平分∠*BAC*，

∴$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=30°$，

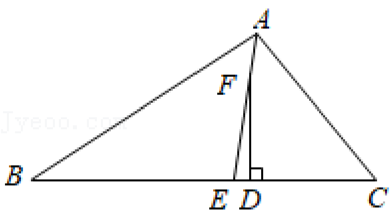
∴∠*ADB*＝180°﹣∠*B*﹣∠*BAD*

＝180°﹣50°﹣30°

＝100°．

故选：*A*．

【变式 2-1】（2021 秋•靖西市期末）△*ABC* 中，∠*C*＝50°，∠*B*＝30°，*AE* 平分∠*BAC*，点 *F* 为 *AE* 上一点，*FD*⊥*BC* 于点 *D*，则∠*EFD* 的度数为（　　）



A．5　　　　B．10　　　　C．12　　　　D．20

【分析】根据三角形的内角和为 180°即可得出结论．

【解答】解：∵∠*C*＝50°，∠*B*＝30°，

∴∠*BAC*＝180°﹣∠*C*﹣∠*A*＝180°﹣50°﹣30°＝100°，

∵*AE* 是∠*BAC* 的平分线，

∴∠*BAE*＝50°，

∴∠*FED*＝50°+30°＝80°，

又∵$DF\perp BC$，

∴$\angle FED+\angle EFD=90^\circ$，

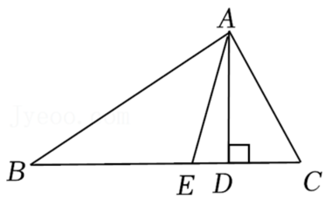
∴$\angle EFD=90^\circ-80^\circ=10^\circ$，

故选：B．

【变式2-2】（2022春•鼓楼区校级期末）如图，在△ABC中，AD是高，AE是角平分线．

（1）若$\angle B=32^\circ$，$\angle C=60^\circ$，求$\angle DAE$的度数；

（2）若$\angle C-\angle B=18^\circ$，求$\angle DAE$的度数．



【分析】（1）根据三角形内角和定理求出$\angle BAC$，根据角平分线的定义求出$\angle EAC$，根据垂直求出$\angle ADC=90^\circ$，根据直角三角形两锐角互余求出$\angle DAC$，再求出答案即可；

（2）求出$\angle C=18^\circ+\angle B$，根据三角形内角和定理求出$\angle BAC$，根据角平分线的定义求出$\angle EAC$，根据垂直求出$\angle ADC=90^\circ$，根据直角三角形两锐角互余求出$\angle DAC$，再求出答案即可．

【解答】解：（1）∵$\angle B=32^\circ$，$\angle C=60^\circ$，

∴$\angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle C=88^\circ$，

∵AE是角平分线，

∴$\angle EAC=\frac{1}{2}\angle BAC=44^\circ$，

∵AD是高，

∴$\angle AC=90^\circ$，

∵$\angle C=60^\circ$，

∴$\angle DAC=90^\circ-\angle C=30^\circ$，

∴$\angle DAE=\angle EAC-\angle DAC=44^\circ-30^\circ=14^\circ$；

（2）∵$\angle C-\angle B=18^\circ$，

∴$\angle C=18^\circ+\angle B$，

∴$\angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle C=180^\circ-\angle B-（18^\circ+\angle B）=162^\circ-2\angle B$，

∵AE是角平分线，

∴$\angle EAC=\frac{1}{2}\angle BAC=81^\circ-\angle B$，

∵AD是高，

∴$\angle AC=90°$，

∵$\angle C=18°+\angle B$，

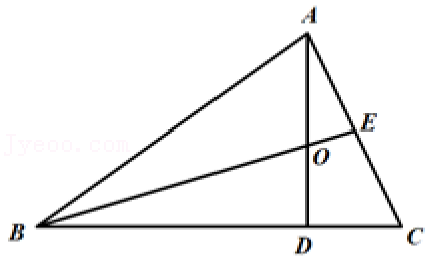
∴$\angle DAC=90°-\angle C=90°-(18°+\angle B)=72°-\angle B$，

∴$\angle DAE=\angle EAC-\angle DAC=(81°-\angle B)-(72°-\angle B)=9°$．

【变式 2-3】（2022 春•锡山区期中）已知：如图，$\triangle ABC$中，$AD\perp BC$于点D，BE是$\angle ABC$的平分线，若$\angle DAC=30°$，$\angle BAC=80°$．

（1）求$\angle EBC$的度数；

（2）求$\angle AOB$的度数．



【分析】（1）由直角三角形的性质可求解$\angle C=60°$，利用三角形的内角和定理可求解$\angle ABC=40°$，再根据角平分线的定义可求解；

（2）由$\angle BAD=\angle BAC-\angle DAC$可求解$\angle BAD=50°$，由角平分线的定义可求解$\angle ABO=\angle EBC=20°$，由三角形的内角和定理可求解．

【解答】解：（1）∵$AD\perp BC$，

∴$\angle ADC=90°$，

∴$\triangle ADC$是直角三角形，

∵$\angle DAC=30°$，

∴$\angle C=90°-\angle DAC=60°$，

∵$\angle BAC=80°$，

∴$\angle ABC=180°-\angle BAC-\angle C=40°$，

∵BE是$\triangle ABC$的平分线，

∴$\angle EBC=\frac{1}{2}\angle ABC=20°$；

（2）∵$\angle BAC=80°$，$\angle DAC=30°$，

∴$\angle BAD=\angle BAC-\angle DAC=50°$，

由（1）可知$\angle EBC=20°$，

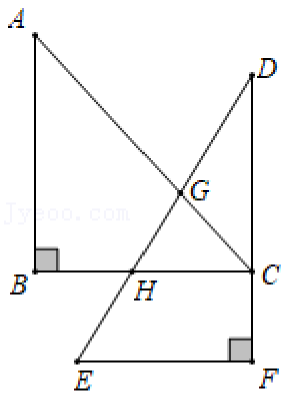
∵BE是$\angle ABC$的平分线，

∴$\angle ABO=\angle EBC=20°$，

在$\triangle AOB$中，$\angle AOB=180°-\angle BAO-\angle ABO=110°$．

【题型3　三角形内角和定理与平行线的性质综合】

【例3】（2022•高唐县二模）将一副直角三角尺按如图所示的方式摆放在一起，其中$\angle B=\angle F=90°$，$\angle A=45°$，$\angle E=60°$，点C在边DF上，AC，BC分别交DE于点G，H．若$BC\parallel EF$，则$\angle AGD$的度数为（　　）



A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．75°

【分析】在$\triangle ABC$中，利用三角形内角和定理可求出$\angle ACB$（即$\angle HCG$）的度数，由$BC\parallel EF$，利用“两直线平行，同位角相等”可得出$\angle GHC$的度数，在$\triangle HCG$中，利用三角形内角和定理可求出$\angle HGC$的度数，再结合对顶角相等可得出$\angle AGD$的度数．

【解答】解：∵$\angle B=90°$，$\angle A=45°$，

∴$\angle ACB=180°-\angle B-\angle A=180°-90°-45°=45°$，即$\angle HCG=45°$．

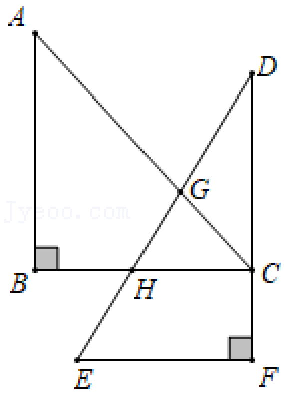
∵$BC\parallel EF$，

∴$\angle GHC=\angle E=60°$，

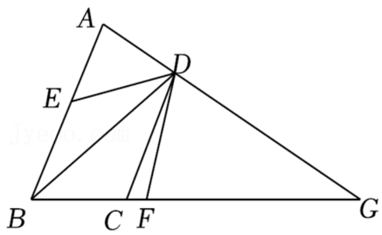
∴$\angle HGC=180°-\angle GHC-\angle HCG=180°-60°-45°=75°$，

∴$\angle AGD=\angle HGC=75°$．

故选：D．



【变式3-1】（2022春•兴宁区校级期末）如图，在△ABG中，D为AG上一点，AB∥DC，点E是边AB上一点，连接ED，∠EBD＝∠EDB，DF平分∠EDG，若∠GDC＝72°，则∠BDF的度数为（　　）



A．50°　　B．40°　　C．45°　　D．36°

【分析】根据平行线的性质可得∠EBD＝∠BDC，根据角平分线的定义可得∠EDB＝∠BDC，设∠EDB＝∠BDC＝x°，表示出∠GDE，根据角平分线的性质可得∠EDF，再根据∠BDF＝∠EDF﹣∠BDE，求解即可．

【解答】解：∵AB∥DC，

∴∠EBD＝∠BDC，

∵∠EBD＝∠EDB，

∴∠EDB＝∠BDC，

设∠EDB＝∠BDC＝x°，

∵∠GDC＝72°，

∴∠GDE＝2x°+72°，

∵DF平分∠EDG，

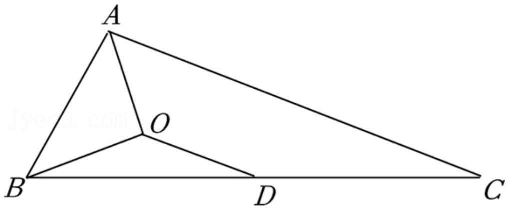
∴$\angle EDF=\frac{1}{2}\angle EDG=x°+36°$，

∴∠BDF＝∠EDF﹣∠BDE＝x°+36°﹣x°＝36°，

故选：D．

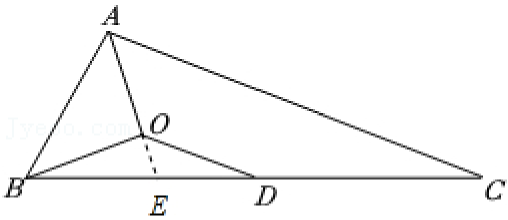
【变式3-2】（2022春•泌阳县期末）如图，在△ABC中，AO平分∠BAC，BO⊥AO，O为垂足，OD∥AC，

若$\angle ABO=40°$，试求$\angle BOD$的大小．（提示：延长AO交BC于点E）



【分析】延长AO交BC于点E，根据垂直的定义得到$\angle AOB=\angle BOE=90°$，根据三角形内角和得出$\angle BAO=50°$，根据角平分线的定义得到$\angle EAC=50°$，根据平行线的性质得到$\angle EOD=50°$，根据角的和差即可得解．

【解答】解：延长AO交BC于点E，



∵$BO\perp AO$，

∴$\angle AOB=\angle BOE=90°$，

∵$\angle ABO=40°$，

∴$\angle BAO=180°-\angle ABO-\angle AOB=50°$，

∵AO平分$\angle BAC$，

∴$\angle EAC=\angle BAO=50°$，

∵$OD\parallel AC$，

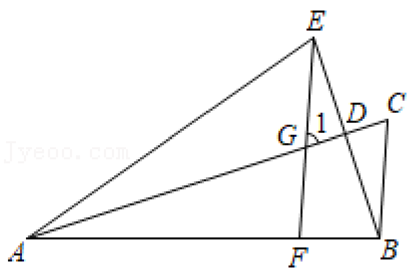
∴$\angle EOD=\angle EAC=50°$，

∴$\angle BOD=\angle BOE+\angle EOD=140°$．

【变式3-3】（2022春•铜梁区校级期中）如图，AD是$\triangle ABE$的角平分线，过点B作$BC\perp AB$交AD的延长线于点C，点F在AB上，连接EF交AD于点G．

（1）若$2\angle 1+\angle EAB=180°$，求证：$EF\parallel BC$；

（2）若$\angle C=72°$，$\angle AEB=78°$，求$\angle CBE$的度数．



【分析】（1）先根据垂直等于得到$\angle ABC=90°$，则$\angle C+\angle BAC=90°$，再证明$2\angle C+\angle EAB=180°$，加上$2\angle 1+\angle EAB=180°$，则$\angle 1=\angle C$，然后根据平行线的判定方法得到结论；

（2）先根据三角形内角和定理可计算出计算出$\angle BAC=18°$，则$\angle EAD=18°$，根据三角形内角和定理得到$\angle EAD+\angle AED=\angle C+\angle CBE$，即$18°+78°=72°+\angle CBE$，从而可求出$\angle CBE$的度数．

【解答】（1）证明：$\because BC\perp AB$，

$\therefore \angle ABC=90°$，

$\therefore \angle C+\angle BAC=90°$，

$\because AD$是$\triangle ABE$的角平分线，

$\therefore \angle BAC=\frac{1}{2}\angle EAB$，

$\therefore \angle C+\frac{1}{2}\angle EAB=90°$，

即$2\angle C+\angle EAB=180°$，

$\because 2\angle 1+\angle EAB=180°$，

$\therefore \angle 1=\angle C$，

$\therefore EF// BC$；

（2）解：$\because \angle ABC=90°$，$\angle C=72°$，

$\therefore \angle BAC=18°$，

$\therefore \angle EAD=\angle BAC=18°$，

$\because \angle ADE=\angle BDC$，

$\therefore \angle EAD+\angle AED=\angle C+\angle CBE$，

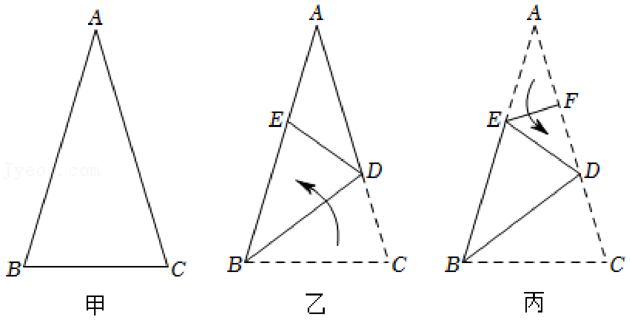
即$18°+78°=72°+\angle CBE$，

$\therefore \angle CBE=24°$．

【题型 4　三角形内角和定理与折叠性质综合】

【例 4】（2022 春•锦江区校级期中）如图甲所示三角形纸片ABC中，$\angle B=\angle C$，将纸片沿过点B的直线

折叠，使点 C 落到 AB 边上的 E 点处，折痕为 BD（如图乙）．再将纸片沿过点 E 的直线折叠，点 A 恰好与点 D 重合，折痕为 EF（如图丙），则$\angle ABC$ 的大小为 ______°．



【分析】设$\angle A=x$，根据翻折不变性可知$\angle A=\angle EDA=x$，$\angle C=\angle BED=\angle A+\angle EDA=2x$，利用三角形内角和定理构建方程即可解决问题.

【解答】解：设$\angle A=x$，根据翻折不变性可知$\angle A=\angle EDA=x$，$\angle C=\angle DEB=\angle A+\angle EDA=2x$，

$\because AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle C=2x$，

$\because \angle A+\angle ABC+\angle C=180°$，

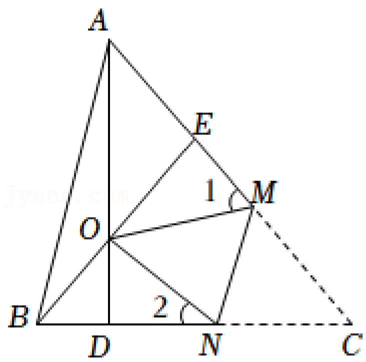
$\therefore 5x=180°$，

$\therefore x=36°$，

$\therefore \angle ABC=72°$．

故答案为：72.

【变式 4-2】（2021 春•丹阳市期中）如图，$\triangle ABC$ 中，$AD\perp BC$ 于点 D，$BE\perp AC$ 于点 E，AD 与 BE 交于点 O，将$\triangle ABC$ 沿 MN 折叠，使点 C 与点 O 重合，若$\angle AOB=135°$，则$\angle 1+\angle 2=$______°．



【分析】根据折叠的性质得到对应角相等，推出$\angle 1+\angle 2=2\angle MON$，根据垂直的定义得到$\angle ODN=\angle OEM=90°$，利用平角的定义得到$\angle BOD+\angle DON+\angle MON+\angle EOM=180°$，即可求出结果.

【解答】解：由折叠性质可知，$\angle OMN=\angle CMN$，$\angle ONM=\angle CNM$，$\angle MON=\angle MCN$，

$\therefore \angle 1=180°-2\angle CMN$，$\angle 2=180°-2\angle CNM$，

$\therefore \angle 1+\angle 2=2(180^\circ-\angle CMN-\angle CNM)=2\angle MCN=2\angle MON$,

$\because \angle AOB=135^\circ$,

$\therefore \angle BOD=45^\circ$,

$\because AD\perp BC$，$BE\perp AC$，

$\therefore \angle ODN=\angle OEM=90^\circ$,

$\therefore \angle DON=90^\circ-\angle 2$，$\angle EOM=90^\circ-\angle 1$，

$\because \angle BOD+\angle DON+\angle MON+\angle EOM=180^\circ$,

即 $45^\circ+90^\circ-\angle 2+90^\circ-\angle 1+\frac{1}{2}(\angle 1+\angle 2)=180^\circ$，

$\therefore \frac{1}{2}(\angle 1+\angle 2)=45^\circ$，

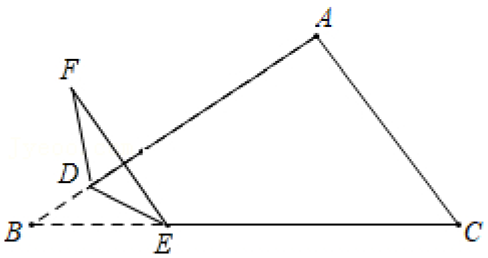
$\therefore \angle 1+\angle 2=90^\circ$，

故答案为：90．

【变式 4-3】（2022 春•铁西区期末）有一张三角形纸片 ABC，已知 $\angle B=30^\circ$，$\angle C=50^\circ$，点 D 在边 AB 上，请在边 BC 上找一点 E，将纸片沿直线 DE 折叠，点 B 落在点 F 处，若 EF 与三角形纸片 ABC 的边 AC 平行，则 $\angle BED$ 的度数为 _________．

【分析】分两种情况：①当点 F 在 AB 的上方时，②当点 F 在 BC 的下方时，根据折叠性质、平行线的性质即可解决问题．

【解答】解：①当点 F 在 AB 的上方时，如图：



$\because AC/\!/EF$，$\angle C=50^\circ$，

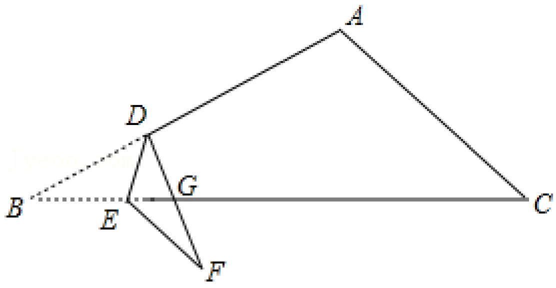
$\therefore \angle BEF=\angle C=50^\circ$，

$\therefore \angle BED=\angle FED=\frac{1}{2}\angle BEF=\frac{1}{2}\times 50^\circ=25^\circ$；

②当点 F 在 BC 的下方时，如图：

$\because AC/\!/EF$，$\angle C=50^\circ$，

$\therefore \angle CEF=\angle C=50^\circ$，



∵∠*F*＝∠*B*＝30°，

∴∠*BGD*＝50°+30°＝80°，

∴∠*BDG*＝180°﹣80°﹣30°＝70°，

∴$\angle BDE=\frac{1}{2}\angle BDG=\frac{1}{2}\times 70°$＝35°，∴$\angle BED=115°$；

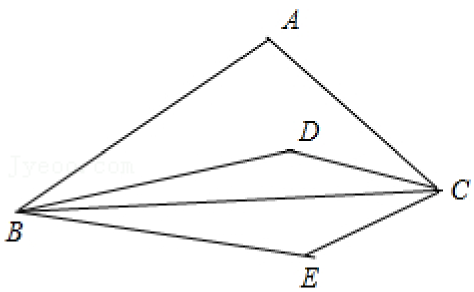
综上所述，∠*BDE* 的度数为 25°或 115°．

故答案为：25°或 115°．

【变式 4-4】（2022•巴彦县二模）在△*ABC* 中，∠*A*＝110°，点 *D* 在△*ABC* 内，将射线 *BA* 沿直线 *BD* 翻折，将射线 *CA* 沿直线 *CD* 翻折，两射线交于点 *E*，若∠*BEC*＝150°，则∠*BDC* 的度数为 ________．

【分析】当点 *E* 在△*ABC* 外时，根据四边形的内角和求出∠*ABE*+∠*ACE*，再由折叠性质求得∠*ABD*+∠*ACD*，由三角形内角和求得∠*ABC*+∠*ACB*，便可求得∠*CBD*+∠*BCD*，最后由三角形内角和求得∠*BDC*；当点 *E* 在△*ABC* 内时，根据三角形内角和求出结果便可．

【解答】解：当点 *E* 在△*ABC* 外时，如图，



∵∠*A*＝110°，∠*BEC*＝150°，

∴∠*ABE*+∠*ACE*＝360°﹣110°﹣150°＝100°，

由折叠性质知，$\angle ABD=\angle EBD=\frac{1}{2}\angle ABE$，$\angle ACD=\angle ECD=\frac{1}{2}\angle ACE$，

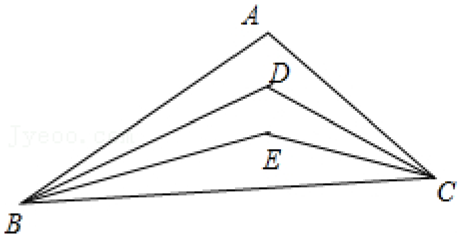
∴$\angle ABD+\angle ACD=\frac{1}{2}\times 100°=50°$，

∵∠*ABC*+∠*ACB*＝180°﹣∠*A*＝70°，

∴∠*CBD*+∠*BCD*＝70°﹣50°＝20°，

∴∠*BDC*＝180°﹣20°＝160°，

当点 E 在△ABC 内时，如图，



∵ $\angle A=110^\circ$，$\angle BEC=150^\circ$，

∴ $\angle ABC+\angle ACB=180^\circ-110^\circ=70^\circ$，

$\angle EBC+\angle ECB=180^\circ-150^\circ=30^\circ$，

∴ $\angle ABE+\angle ACE==70^\circ-30^\circ=40^\circ$，

由折叠性质知，$\angle DBE=\frac{1}{2}\angle ABE$，$\angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACE$，

∴ $\angle DBE+\angle DCE=\frac{1}{2}$（$\angle ABE+\angle ACE$）$=20^\circ$，

∴ $\angle DBC+\angle DCB=\angle DBE+\angle DCE+\angle EBC+\angle ECB=50^\circ$，

∴ $\angle BDC=180^\circ-$（$\angle DBC+\angle DCB$）130°，

故答案为：160°或 130°．

【题型 5　三角形内角和定理与新定义问题综合】

【例 5】（2021 秋•山亭区期末）定义：当三角形中一个内角 α 是另一个内角的两倍时，我们称此三角形为“倍角三角形”，其中 α 称为“倍角”，如果一个“倍角三角形”的一个内角为 99°，那么倍角 α 的度数是 ____________.

【分析】根据三角形内角和定理以及分类讨论的思想解决本题.

【解答】解：设这个“倍角”三角形的三个内角分别为 α、β、γ，其中 α=2β，则可能出现以下几种情况：

①当 α=99°时，则 β=49.5°；

②当 β=99°时，则 α=198°，该种情况不存在；

③当 γ=99°时，则 α+β+γ=2β+β+99°=180°，故 β=27°，α=54°．

综上：α=99°或 54°．

故答案为：99°或 54°．

【变式 5-1】（2022 春•大丰区校级月考）当三角形中一个内角 â 是另外一个内角ά的$\frac{1}{2}$时，我们称此三角形为“友好三角形”，ά为友好角．如果一个“友好三角形”中有一个内角为 36°，那么这个“友好三角

形”的“友好角α”的度数为 ______________.

【分析】利用“友好三角形”的定义讨论：当三角形的另一个内角为72°时，可确定“友好角α”的度数为72°；当三角形的另一个内角为18°时，可确定“友好角α”的度数为36°；当三角形的另两个内角为x，$2x$时，利用三角形内角和求出$x=48°$，所以$2x=96°$，从而得到“友好角α”的度数.

【解答】解：∵一个“友好三角形”中有一个内角为36°，

∴当三角形的另一个内角为72°时，这个“友好三角形”的“友好角α”的度数为72°；

当三角形的另一个内角为18°时，这个“友好三角形”的“友好角α”的度数为36°；

当三角形的另两个内角为x，$2x$时，则$x+2x+36°=180°$，解得$x=48°$，$2x=96°$，这个“友好三角形”的“友好角α”的度数为96°；

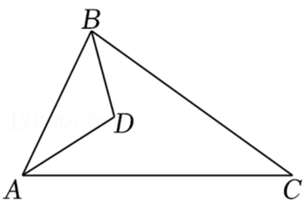
综上所述，这个“友好三角形”的“友好角α”的度数为36°或72°或96°.

故答案为：36°或72°或96°.

【变式5-2】（2022春•安溪县期末）新定义：在△ABC中，若存在最大内角是最小内角度数的n倍（n为大于1的正整数），则称△ABC为“n倍角三角形”. 例如，在△ABC中，若∠$A=90°$，∠$B=60°$，则∠$C=30°$，因为∠A最大，∠C最小，且∠$A=3$∠C，所以△ABC为“3倍角三角形”.

（1）在△DEF中，若∠$E=40°$，∠$F=60°$，则△DEF为“______倍角三角形”.

（2）如图，在△ABC中，∠$C=36°$，∠BAC、∠ABC的角平分线相交于点D，若△ABD为“6倍角三角形”，请求出∠ABD的度数.



【分析】（1）根据三角形内角和定理求出∠D，根据n倍角三角形的定义判断；

（2）根据角平分线的定义、三角形内角和定理求出∠ADB，n倍角三角形的定义分情况讨论计算，得到答案.

【解答】解：（1）在△DEF中，∠$E=40°$，∠$F=60°$，

则∠$D=180°-∠E-∠F=80°$，

∴∠$D=2$∠E，

∴△DEF为“2倍角三角形”，

故答案为：2；

（2）∵∠$C=36°$，

∴$\angle BAC+\angle ABC=180^\circ-36^\circ=144^\circ$，

∵$\angle BAC$、$\angle ABC$ 的角平分线相交于点 D，

∴$\angle DAB=\frac{1}{2}\angle BAC$，$\angle DBA=\frac{1}{2}\angle ABC$，

∴$\angle DAB+\angle DBA=\frac{1}{2}\times144^\circ=72^\circ$，

∴$\angle ADB=180^\circ-72^\circ=108^\circ$，

∵$\triangle ABD$ 为“6 倍角三角形”，

∴$\angle ADB=6\angle ABD$ 或 $\angle ADB=6\angle BAD$，

当 $\angle ADB=6\angle ABD$ 时，$\angle ABD=18^\circ$，

当 $\angle ADB=6\angle BAD$ 时，$\angle BAD=18^\circ$，则 $\angle ABD=180^\circ-108^\circ-18^\circ=54^\circ$，

综上所述，$\angle ABD$ 的度数为 18° 或 54°．

【变式 5-3】（2021 秋•福田区校级期末）我们定义：

【概念理解】在一个三角形中，如果一个角的度数是另一个角度数的 4 倍，那么这样的三角形我们称之为“完美三角形”．如：三个内角分别为 130°、40°、10° 的三角形是“完美三角形”．

【简单应用】如图 1，$\angle MON=72^\circ$，在射线 OM 上找一点 A，过点 A 作 $AB\perp OM$ 交 ON 于点 B，以 A 为端点作射线 AD，交线段 OB 于点 C（点 C 不与 C、B 重合点）

（1）$\angle ABO=$________°，$\triangle AOB$_____（填“是”或“不是”）“完美三角形”；

（2）若 $\angle ACB=90^\circ$，求证：$\triangle AOC$ 是“完美三角形”；

【应用拓展】

如图 2，点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上，连接 DC，作 $\angle ADC$ 的平分线交 AC 于点 E，在 DC 上取一点 F，使 $\angle EFC+\angle BDC=180^\circ$，$\angle DEF=\angle B$，若 $\triangle BCD$ 是“完美三角形”，求 $\angle B$ 的度数．

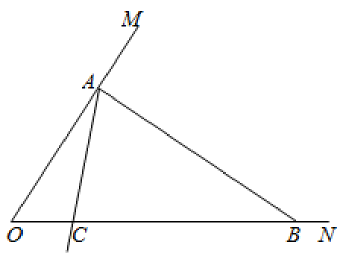


图1

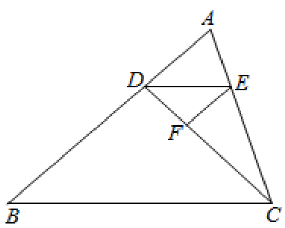


图2

【概念理解】在一个三角形中，如果一个角的度数是另一个角度数的 4 倍，那么这样的三角形我们称之为“完美三角形”．如：三个内角分别为 130°、40°、10° 的三角形是“完美三角形”．

【简单应用】如图 1，$\angle MON=72^\circ$，在射线 OM 上找一点 A，过点 A 作 $AB\perp OM$ 交 ON 于点 B，以 A

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/346235145115011003