

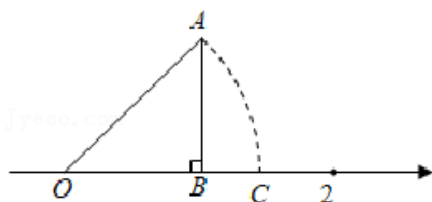
## 2020-2021 学年北京市东城区八年级（下）期末数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. (3 分) 函数  $y = \frac{1}{x+1}$  中自变量  $x$  的取值范围是 ( )

- A.  $x \geq -1$                   B.  $x \leq -1$                   C.  $x \neq -1$                   D.  $x = -1$

2. (3 分) 如图，数轴上点  $B$  表示的数为 1， $AB \perp OB$ ，且  $AB = OB$ ，以原点  $O$  为圆心， $OA$  为半径画弧，交数轴正半轴于点  $C$ ，则点  $C$  所表示的数为 ( )



- A.  $\sqrt{2}$                           B.  $-\sqrt{2}$                           C.  $\sqrt{2} - 1$                           D.  $1 - \sqrt{2}$

3. (3 分) 为筹备学校元旦联欢晚会，在准备工作中，班长先对全班同学喜爱的水果做了民意调查，再决定最终买哪种水果。下面的统计量中，他最关注的是 ( )

- A. 众数                          B. 平均数                          C. 中位数                          D. 方差

4. (3 分) 下列各组数中，能作为直角三角形边长的是 ( )

- A. 1, 2, 3                          B. 6, 7, 8                          C. 1, 1,  $\sqrt{3}$                           D. 5, 12, 13

5. (3 分) 一次函数  $y = 3x + 1$  的图象经过点  $(1, y_1)$ ， $(2, y_2)$ ，则以下判断正确的是 ( )

- A.  $y_1 > y_2$                           B.  $y_1 < y_2$                           C.  $y_1 = y_2$                           D. 无法确定

6. (3 分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，将直线  $y = 2x + 1$  向上平移 2 个单位长度后，所得的直线的解析式为 ( )

- A.  $y = 2x - 1$                           B.  $y = 2x + 2$                           C.  $y = 2x + 3$                           D.  $y = 2x - 2$

7. (3 分) 菱形和矩形都具有的性质是 ( )

- A. 对角线互相垂直                          B. 对角线长度相等  
C. 对角线平分一组对角                          D. 对角线互相平分

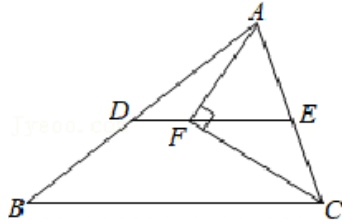
8. (3 分) 甲、乙、丙、丁四位同学五次数学测验成绩统计如表。如果从这四位同学中，选出一位平均成绩较高且状态稳定的同学参加数学比赛，那么应选 ( )

甲                          乙                          丙                          丁

平均数	80	85	85	80
方差	42	45	54	59

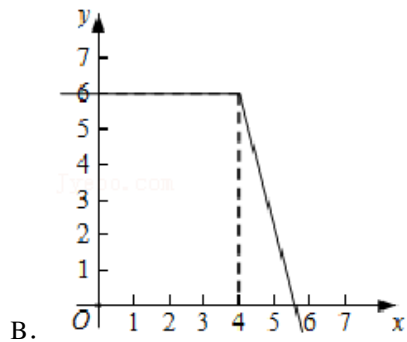
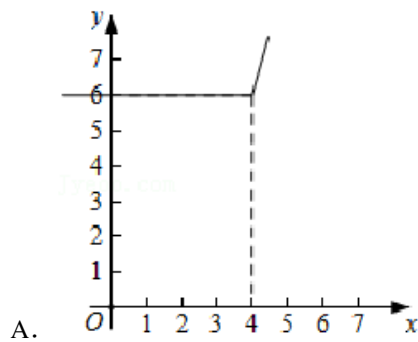
- A. 甲                      B. 乙                      C. 丙                      D. 丁

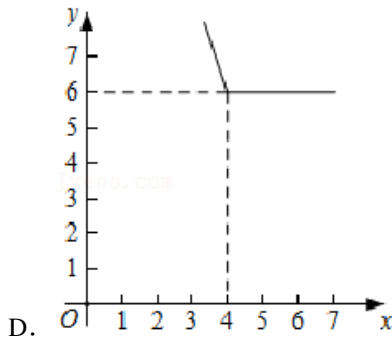
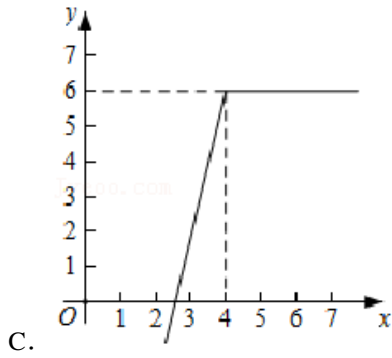
9. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 $D$ 、点 $E$ 分别是 $AB$ ,  $AC$ 的中点, 点 $F$ 是 $DE$ 上一点, 且 $\angle AFC=90^\circ$ , 若 $BC=12$ ,  $AC=8$ , 则 $DF$ 的长为 ( )



- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

10. (3分) 若定义一种新运算:  $a \otimes b = \begin{cases} 2a - b (a \geq b) \\ 2a + b - 12 (a < b) \end{cases}$ , 例如:  $3 \otimes 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$ ;  $4 \otimes 5 = 2 \times 4 + 5 - 12 = 1$ . 则函数  $y = (x+2) \otimes (2x-2)$  的图象大致是 ( )





二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

11. (2 分) 请写出一个图象经过第一、三象限的正比例函数的解析式\_\_\_\_\_.

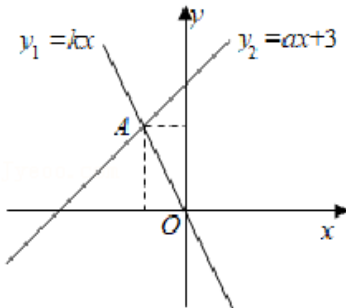
12. (2 分) 在  $\square ABCD$  中,  $\angle A + \angle C = 100^\circ$ , 则  $\angle C =$ \_\_\_\_\_.

13. (2 分) 某手表厂抽查了 10 只手表的日走时误差, 数据如表所示:

日走时误差 (单位: 秒)	0	1	2	3
只数	4	3	2	1

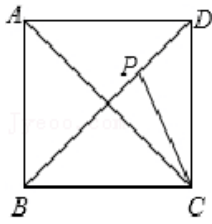
则这 10 只手表的平均日走时误差是 \_\_\_\_\_ 秒.

14. (2 分) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y_1=kx$  与  $y_2=ax+3$  的图象交于点  $A$  (-1, 2), 则关于  $x$  的不等式  $kx > ax+3$  的解集是 \_\_\_\_\_.



15. (2 分) 如图, 已知  $P$  是正方形  $ABCD$  对角线  $BD$  上一点, 且  $BP=BC$ , 则  $\angle ACP$  度数

是\_\_\_\_\_度.



16. (2分) 我国三国时期数学家赵爽为了证明勾股定理, 创造了一幅“弦图”, 后人称其为“赵爽弦图”, 如图1所示. 在图2中, 若正方形  $ABCD$  的边长为 14, 正方形  $IJKL$  的边长为 2, 且  $IJ \parallel AB$ , 则正方形  $EFGH$  的边长为\_\_\_\_\_.

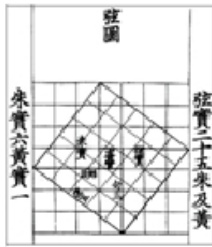


图1

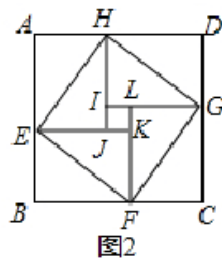
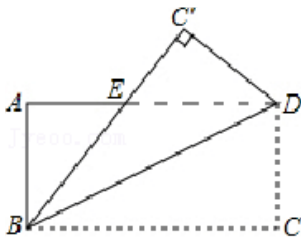
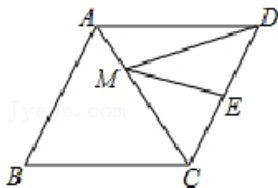


图2

17. (2分) 如图, 把矩形  $ABCD$  沿直线  $BD$  向上折叠, 使点  $C$  落在点  $C'$  的位置上,  $BC'$  交  $AD$  于点  $E$ , 若  $AB=3$ ,  $BC=6$ , 则  $DE$  的长为\_\_\_\_\_.



18. (2分) 如图, 菱形  $ABCD$  的边长为 4,  $\angle ABC=60^\circ$ , 点  $E$  是  $CD$  的中点, 点  $M$  是  $AC$  上一动点, 则  $MD+ME$  的最小值是\_\_\_\_\_.



三、解答题 (第 19 题 4 分, 第 20-25 题每题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27-28 题每题 7 分, 共 54 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

19. (4分) 已知: 如图 1,  $\triangle ABC$  为锐角三角形,  $AB=AC$ .

求作: 菱形  $ABDC$ .

作法：如图 2.

①以点  $A$  为圆心，适当长为半径作弧，交  $AC$  于点  $M$ ，交  $AB$  于点  $N$ ；

②分别以点  $M, N$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}MN$  的长为半径作弧，两弧在  $\angle CAB$  的内部相交于点  $E$ ，

作射线  $AE$  与  $BC$  交于点  $O$ ；

③以点  $O$  为圆心，以  $OA$  长为半径作弧，与射线  $AE$  交于点  $D$ ，点  $D$  和点  $A$  分别位于  $BC$  的两侧，连接  $CD, BD$ ；

则四边形  $ABDC$  就是所求作的菱形.

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形 (保留作图痕迹)；

(2) 完成下面的证明.

证明：由作法可知， $AE$  平分  $\angle CAB$ .

$\because AB=AC,$

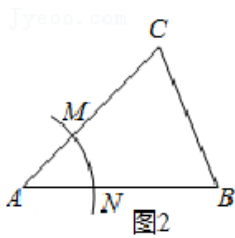
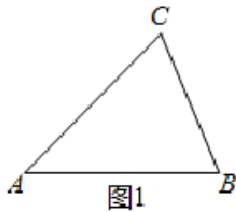
$\therefore CO=$ \_\_\_\_\_.

$\because AO=DO,$

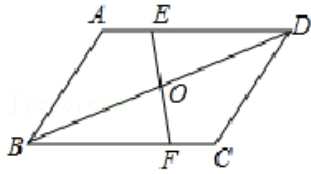
$\therefore$  四边形  $ABDC$  是平行四边形 ( \_\_\_\_\_ ) (填推理的依据).

$\because AB=AC,$

$\therefore$  四边形  $ABDC$  是菱形 ( \_\_\_\_\_ ) (填推理的依据).



20. (5分) 如图，在  $\square ABCD$  中，点  $E, F$  分别在  $AD, BC$  上，且  $AE=CF$ ， $EF, BD$  相交于点  $O$ ，求证： $OE=OF$ .



21. (5分) 如表是一次函数  $y=kx+b$  ( $k, b$  为常数,  $k \neq 0$ ) 中  $y$  与  $x$  的两组对应值.

$x$	- 2	0
$y$	6	3

- (1) 求这个一次函数的表达式;
- (2) 求这个一次函数图象与坐标轴围成的三角形的面积.

22. (5分) 如图, 在  $4 \times 4$  的正方形网格中, 每个小方格的顶点叫做格点, 以格点为顶点分别按下列要求画三角形  $ABC$ .

- (1) 在图①中, 画一个直角三角形, 使它的三边长都是有理数;
- (2) 在图②中, 画一个直角三角形, 使它的两边长是有理数, 另外一边长是无理数;
- (3) 在图③中, 画一个直角三角形, 使它的一边长是有理数, 另外两边长是无理数.



图①



图②



图③

23. (5分) 2021年7月1日是中国共产党成立100周年纪念日. 某校开展了一次党史知识竞赛(竞赛成绩为百分制), 并随机抽取了50名学生的竞赛成绩, 经过整理数据, 得到以下信息:

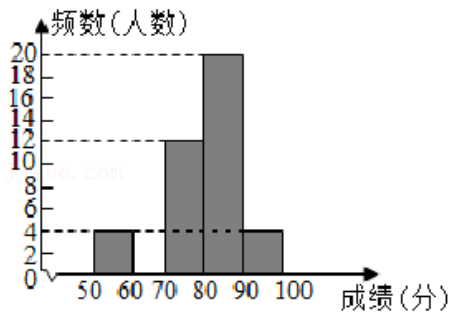
信息一: 50名学生竞赛成绩的频数分布直方图如图所示(数据分成5组:  $50 \leq x < 60$ ,  $60 \leq x < 70$ ,  $70 \leq x < 80$ ,  $80 \leq x < 90$ ,  $90 \leq x \leq 100$ ), 从左到右依次为第一组到第五组.

信息二: 第三组的成绩(单位: 分)为71, 72, 73, 73, 74, 74, 75, 76, 76, 76, 77, 79.

根据信息解答下列问题:

- (1) 补全频数分布直方图(直接在图中补全);
- (2) 第三组竞赛成绩的众数是 \_\_\_\_\_ 分, 抽取的50名学生竞赛成绩的中位数是 \_\_\_\_\_ 分;

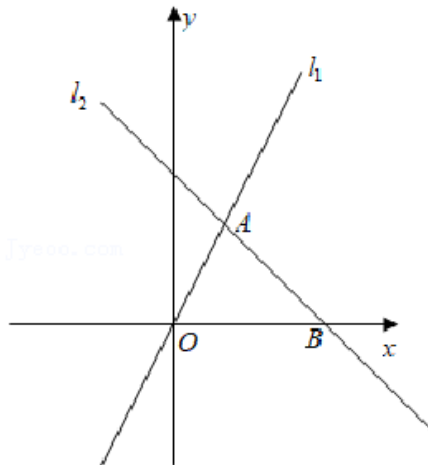
(3) 若该校共有 1500 名学生参赛，估计该校参赛学生成绩不低于 80 分的人数.



24. (5分) 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $l_1$  经过原点，且与直线  $l_2: y = -x + 3$  交于点  $A(m, 2)$ ，直线  $l_2$  与  $x$  轴交于点  $B$ .

(1) 求直线  $l_1$  的函数解析式;

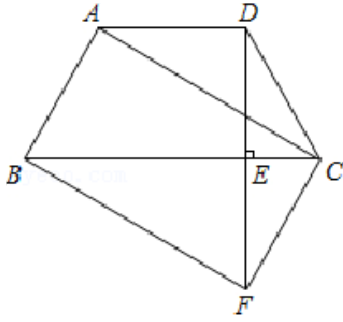
(2) 点  $P(n, 0)$  在  $x$  轴上，过点  $P$  作平行于  $y$  轴的直线，分别与直线  $l_1, l_2$  交于点  $M, N$ . 若  $MN = OB$ ，求  $n$  的值.



25. (5分) 如图，在四边形  $ABCD$  中， $AB = CD = 6$ ， $BC = 10$ ， $AC = 8$ ， $\angle ABC = \angle BCD$ . 过点  $D$  作  $DE \perp BC$ ，垂足为点  $E$ ，延长  $DE$  至点  $F$ ，使  $EF = DE$ ，连接  $BF, CF$ .

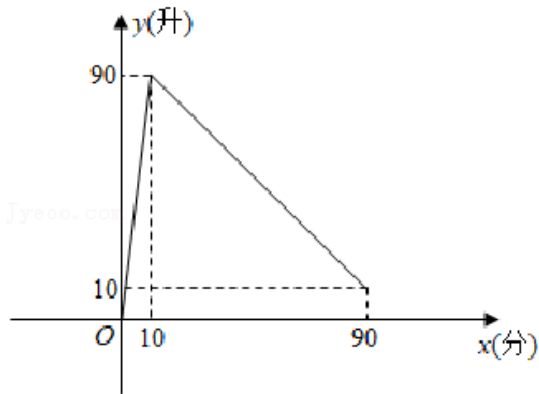
(1) 求证：四边形  $ABFC$  是矩形;

(2) 求  $DE$  的长.



26. (6分) 某种机器工作前先将空油箱加满 (加油过程), 然后停止加油立即开始工作 (加工过程). 当停止工作时, 油箱中油量为 10 升. 在整个过程中, 油箱里的油量  $y$  (单位: 升) 与时间  $x$  (单位: 分) 之间的关系如图所示.

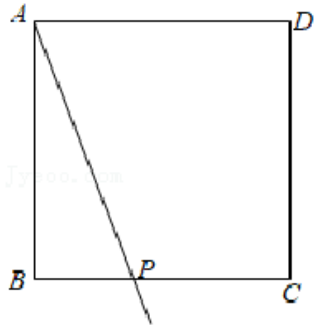
- (1) 机器加油过程中每分钟加油量为 \_\_\_\_\_ 升, 机器加工过程中每分钟耗油量为 \_\_\_\_\_ 升;
- (2) 求机器加工过程中  $y$  关于  $x$  的函数解析式;
- (3) 当油箱中油量为油箱容积的一半时, 直接写出此时  $x$  的值.



27. (7分) 如图, 点  $P$  是正方形  $ABCD$  边  $BC$  上一点,  $\angle BAP = \alpha$ . 作点  $D$  关于直线  $AP$  的对称点  $E$ , 连接  $AE$ . 作射线  $EB$  交直线  $AP$  于点  $F$ , 连接  $CF$ .

- (1) 依题意补全图形;
- (2) 求  $\angle ABE$  的度数 (用含  $\alpha$  的式子表示);
- (3) ①  $\angle AFB =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$  ;
- ② 用等式表示  $BE$ ,  $CF$  的数量关系, 并给出证明.



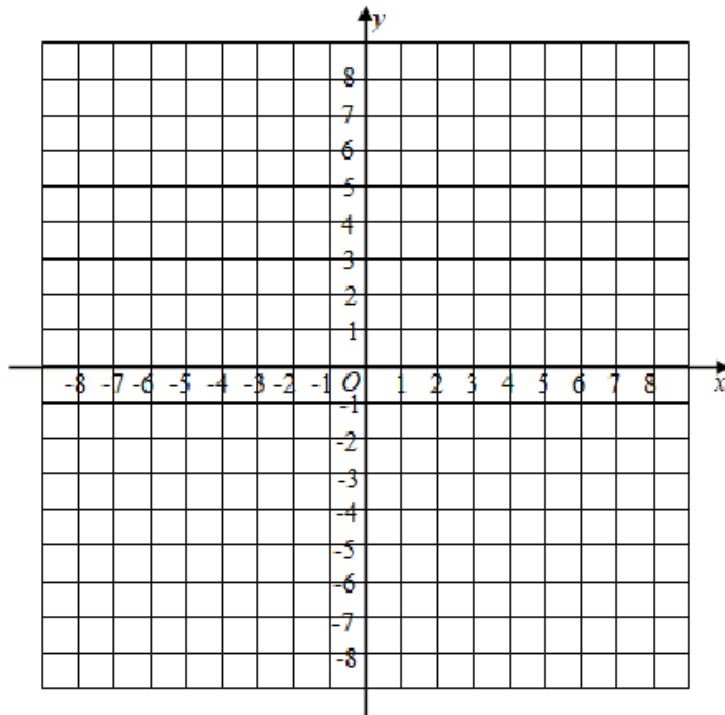


28. (7分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中的图形  $M$  和点  $P$ , 给出如下定义: 如果图形  $M$  上存在点  $Q$ , 使得  $0 \leq PQ \leq 1$ , 那么称点  $P$  为图形  $M$  的和谐点. 已知点  $A(3, 3)$ ,  $B(-3, 3)$ .

(1) 在点  $P_1(-2, 2)$ ,  $P_2(0, 3.5)$ ,  $P_3(4, 0)$  中, 直线  $AB$  的和谐点是 \_\_\_\_\_;

(2) 点  $P$  在直线  $y = x - 1$  上, 如果点  $P$  是直线  $AB$  的和谐点, 求点  $P$  的横坐标  $x$  的取值范围;

(3) 已知点  $C(-3, -3)$ ,  $D(3, -3)$ , 如果直线  $y = x + b$  上存在正方形  $ABCD$  的和谐点  $E, F$ , 使得线段  $EF$  上的所有点 (含端点) 都是正方形  $ABCD$  的和谐点, 且  $EF > \sqrt{2}$ , 直接写出  $b$  的取值范



围.

# 2020-2021 学年北京市东城区八年级（下）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）下面各题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. (3 分) 函数  $y = \frac{1}{x+1}$  中自变量  $x$  的取值范围是 ( )

- A.  $x \geq -1$                   B.  $x \leq -1$                   C.  $x \neq -1$                   D.  $x = -1$

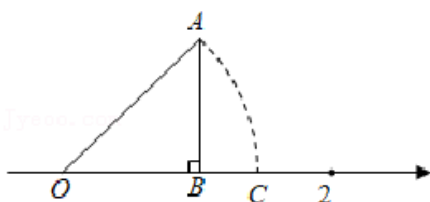
【解答】解：由题意，得

$$x+1 \neq 0,$$

$$\text{解得 } x \neq -1,$$

故选：C.

2. (3 分) 如图，数轴上点  $B$  表示的数为 1， $AB \perp OB$ ，且  $AB = OB$ ，以原点  $O$  为圆心， $OA$  为半径画弧，交数轴正半轴于点  $C$ ，则点  $C$  所表示的数为 ( )



- A.  $\sqrt{2}$                           B.  $-\sqrt{2}$                           C.  $\sqrt{2} - 1$                           D.  $1 - \sqrt{2}$

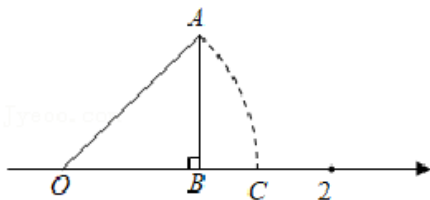
【解答】解：如图，在  $\text{Rt}\triangle AOB$  中， $AB = OB = 1$ ，则  $OA = \sqrt{OB^2 + AB^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ .

$\therefore$  以  $O$  为圆心，以  $OA$  为半径画弧，交数轴的正半轴于点  $C$ ，

$$\therefore OC = OA = \sqrt{2},$$

$\therefore$  点  $C$  表示的实数是  $\sqrt{2}$ .

故选：A.



3. (3 分) 为筹备学校元旦联欢晚会，在准备工作中，班长先对全班同学喜爱的水果做了民意调查，再决定最终买哪种水果. 下面的统计量中，他最关注的是 ( )

- A. 众数                          B. 平均数                          C. 中位数                          D. 方差

**【解答】**解：由于众数是数据中出现次数最多的数，故班长最值得关注的应该是统计调查数据的众数.

故选：A.

4. (3分) 下列各组数中，能作为直角三角形边长的是 ( )

- A. 1, 2, 3            B. 6, 7, 8            C. 1, 1,  $\sqrt{3}$             D. 5, 12, 13

**【解答】**解：A、 $\because 1^2+2^2 \neq 3^2$ ,  $\therefore$ 不能构成直角三角形，故本选项不符合题意；

B、 $\because 6^2+7^2 \neq 8^2$ ,  $\therefore$ 不能构成直角三角形，故本选项不符合题意；

C、 $\because 1^2+1^2 \neq (\sqrt{3})^2$ ,  $\therefore$ 不能构成直角三角形，故本选项不符合题意；

D、 $\because 5^2+12^2=13^2$ ,  $\therefore$ 能构成直角三角形，故本选项符合题意.

故选：D.

5. (3分) 一次函数  $y=3x+1$  的图象经过点  $(1, y_1)$ ,  $(2, y_2)$ , 则以下判断正确的是 ( )

- A.  $y_1 > y_2$             B.  $y_1 < y_2$             C.  $y_1 = y_2$             D. 无法确定

**【解答】**解： $\because$ 一次函数  $y=3x+1$ ,

$\therefore y$  随  $x$  的增大而增大,

$\because P_1(1, y_1)$ 、 $P_2(2, y_2)$  是一次函数  $y=3x+1$  图象上的两个点,  $1 < 2$ ,

$\therefore y_1 < y_2$ .

故选：B.

6. (3分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，将直线  $y=2x+1$  向上平移 2 个单位长度后，所得的直线的解析式为 ( )

- A.  $y=2x-1$             B.  $y=2x+2$             C.  $y=2x+3$             D.  $y=2x-2$

**【解答】**解：由题意得：平移后的解析式为： $y=2x+1+2$ ，即  $y=2x+3$ .

故选：C.

7. (3分) 菱形和矩形都具有的性质是 ( )

- A. 对角线互相垂直            B. 对角线长度相等  
C. 对角线平分一组对角            D. 对角线互相平分

**【解答】**解： $\because$ 矩形的对角线相等且互相平分，菱形的对角线垂直且互相平分，

$\therefore$ 菱形和矩形都具有的性质为对角线互相平分，

故选：D.

8. (3分) 甲、乙、丙、丁四位同学五次数学测验成绩统计如表. 如果从这四位同学中，选出一位平均成绩较高且状态稳定的同学参加数学比赛，那么应选 ( )

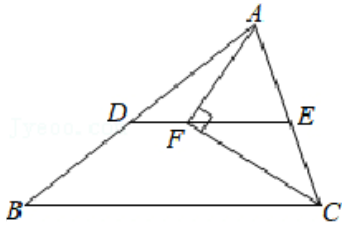
	甲	乙	丙	丁
平均数	80	85	85	80
方差	42	45	54	59

- A. 甲                      B. 乙                      C. 丙                      D. 丁

**【解答】**解：由于乙的平均数较大且方差较小，故选乙.

故选：B.

9. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点D、点E分别是AB，AC的中点，点F是DE上一点，且 $\angle AFC=90^\circ$ ，若 $BC=12$ ， $AC=8$ ，则DF的长为（    ）



- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

**【解答】**解： $\because$ 点D、点E分别是AB，AC的中点，

$\therefore DE$  是 $\triangle ABC$  的中位线，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\because BC = 12,$$

$$\therefore DE = 6,$$

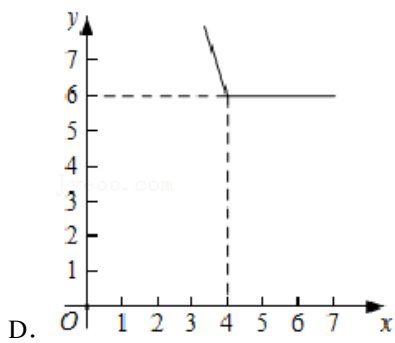
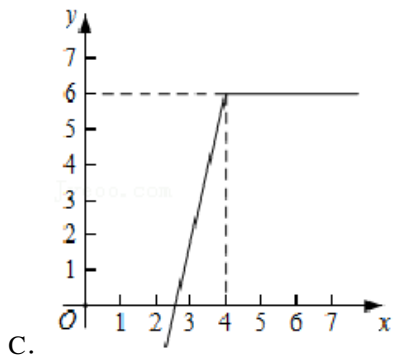
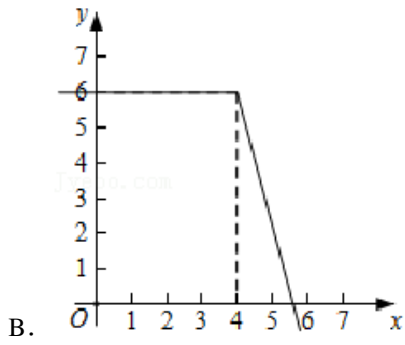
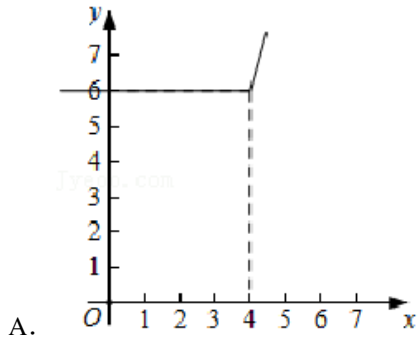
在  $\text{Rt}\triangle AFC$  中， $\angle AFC = 90^\circ$ ，点E是AC的中点， $AC = 8$ ，

$$\therefore FE = \frac{1}{2}AC = 4,$$

$$\therefore DF = DE - FE = 6 - 4 = 2,$$

故选：B.

10. (3分) 若定义一种新运算： $a \otimes b = \begin{cases} 2a - b (a \geq b) \\ 2a + b - 12 (a < b) \end{cases}$ ，例如： $3 \otimes 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$ ； $4 \otimes 5 = 2 \times 4 + 5 - 12 = 1$ . 则函数  $y = (x+2) \otimes (2x-2)$  的图象大致是（    ）



【解答】解：∵当  $x+2 \geq 2x-2$  时， $x \leq 4$ ，

$$\therefore \text{当 } x \leq 4 \text{ 时，} (x+2) \otimes (2x-2) = 2(x+2) - (2x-2) = 6,$$

即：  $y=6$ ，

$$\text{当 } x > 4 \text{ 时，} (x+2) \otimes (2x-2) = 2(x+2) + (2x-2) - 12 = 4x - 10,$$

即：  $y=4x - 10$ ，

$$\therefore k=4>0,$$

$\therefore$ 当  $x>4$  时,  $y=4x-10$ , 函数图象从左向右逐渐上升,  $y$  随  $x$  的增大而增大,

综上所述, A 选项符合题意.

故选: A.

## 二、填空题(本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

11. (2 分) 请写出一个图象经过第一、三象限的正比例函数的解析式  $y=x$ .

**【解答】**解:  $\because$ 正比例函数  $y=kx$  的图象经过第一、三象限,

$$\therefore k \text{ 可取 } 1,$$

此时正比例函数解析式为  $y=x$ .

故答案为  $y=x$ .

12. (2 分) 在  $\square ABCD$  中,  $\angle A+\angle C=100^\circ$ , 则  $\angle C=$   $50^\circ$ .

**【解答】**解:  $\because$ 四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore \angle A=\angle C,$$

$$\because \angle A+\angle C=100^\circ,$$

$$\therefore \angle A=\angle C=50^\circ,$$

故答案为:  $50^\circ$ .

13. (2 分) 某手表厂抽查了 10 只手表的日走时误差, 数据如表所示:

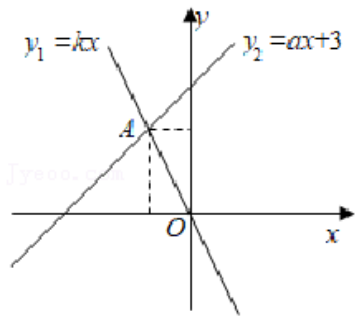
日走时误差 (单位: 秒)	0	1	2	3
只数	4	3	2	1

则这 10 只手表的平均日走时误差是 1 秒.

**【解答】**解: 这 10 只手表的平均日走时误差是  $\frac{0\times 4+1\times 3+2\times 2+3\times 1}{10}=1$  (秒).

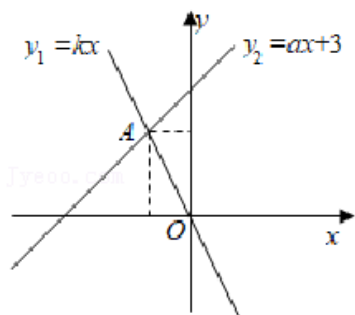
故答案为: 1.

14. (2 分) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 函数  $y_1=kx$  与  $y_2=ax+3$  的图象交于点  $A(-1, 2)$ , 则关于  $x$  的不等式  $kx>ax+3$  的解集是  $x<-1$ .

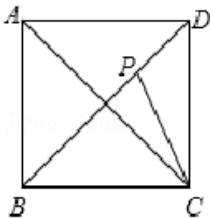


**【解答】**解：如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，函数  $y_1=kx$  与  $y_2=ax+3$  的图象交于点  $A$   $(-1, 2)$ ，则关于  $x$  的不等式  $kx > ax+3$  的解集是  $x < -1$ 。

故答案是： $x < -1$ 。



15. (2分) 如图，已知  $P$  是正方形  $ABCD$  对角线  $BD$  上一点，且  $BP=BC$ ，则  $\angle ACP$  度数是 22.5 度。



**【解答】**解：∵  $ABCD$  是正方形，

$$\therefore \angle DBC = \angle BCA = 45^\circ,$$

$$\because BP = BC,$$

$$\therefore \angle BCP = \angle BPC = \frac{1}{2} (180^\circ - 45^\circ) = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle ACP \text{ 度数是 } 67.5^\circ - 45^\circ = 22.5^\circ.$$

16. (2分) 我国三国时期数学家赵爽为了证明勾股定理，创造了一幅“弦图”，后人称其为“赵爽弦图”，如图1所示。在图2中，若正方形  $ABCD$  的边长为14，正方形  $IJKL$  的边长为2，且  $IJ \parallel AB$ ，则正方形  $EFGH$  的边长为 10。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/347040036120006044>