

2023-2024 学年江苏省七校联盟高考数学二模试卷

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若函数 $y = 2\sin(2x + \varphi)$ 的图象过点 $(\frac{\pi}{6}, 1)$ ，则它的一条对称轴方程可能是 ()

- A. $x = \frac{\pi}{6}$ B. $x = \frac{\pi}{3}$ C. $x = \frac{\pi}{12}$ D. $x = \frac{5\pi}{12}$

2. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ，且 $(\sqrt{2}\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$ ，则 $\vec{a}, \vec{b}$ 所夹的锐角为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. 0

3. 若双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{m^2} = 1$ 的焦距为 $4\sqrt{5}$ ，则 C 的一个焦点到一条渐近线的距离为 ()

- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{19}$ D. $2\sqrt{19}$

4. 设不等式组 $\begin{cases} x - 2 \leq 0 \\ x + y \geq 0 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域为 Ω ，在区域 Ω 内任取一点 $P(x, y)$ ，则 P 点的坐标满足不等式 $x^2 + y^2 \leq 2$

的概率为

- A. $\frac{\pi}{8}$ B. $\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{1}{2 + \pi}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2} + \pi}$

5. 若 $(1 - 2i)z = 5i$ (i 是虚数单位)，则 $|z|$ 的值为 ()

- A. 3 B. 5 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

6. 若 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ，则 $\cos 2\alpha =$ ()

- A. $-\frac{4}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

7. 设 $0 < p < 1$ ，随机变量 ξ 的分布列是

ξ	-1	0	1
P	$\frac{1}{3}(1-p)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}p$

则当 p 在 $(\frac{2}{3}, \frac{3}{4})$ 内增大时, ()

- A. $E(\xi)$ 减小, $D(\xi)$ 减小
 B. $E(\xi)$ 减小, $D(\xi)$ 增大
 C. $E(\xi)$ 增大, $D(\xi)$ 减小
 D. $E(\xi)$ 增大, $D(\xi)$ 增大

8. 已知函数 $f(x) = 3\sin(\omega x + \varphi)$, ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$), 若 $f(-\frac{\pi}{3}) = 0$, 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒有 $f(x) \leq \left| f(\frac{\pi}{3}) \right|$, 在区间 $(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5})$ 上有且只有一个 x_1 使 $f(x_1) = 3$, 则 ω 的最大值为 ()

- A. $\frac{123}{4}$
 B. $\frac{111}{4}$
 C. $\frac{105}{4}$
 D. $\frac{117}{4}$

9. 过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点作直线交抛物线于 A, B 两点, 若线段 AB 中点的横坐标为 3, 且 $|AB| = 8$, 则抛物线的方程是()

- A. $y^2 = 2x$
 B. $y^2 = 4x$
 C. $y^2 = 8x$
 D. $y^2 = 10x$

10. 设 α 为锐角, 若 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{5}$, 则 $\sin 2\alpha$ 的值为 ()

- A. $\frac{17}{25}$
 B. $-\frac{7}{25}$
 C. $-\frac{17}{25}$
 D. $\frac{7}{25}$

11. 设 α, β 为两个平面, 则 $\alpha \parallel \beta$ 的充要条件是

- A. α 内有无数条直线与 β 平行
 B. α 内有两条相交直线与 β 平行
 C. α, β 平行于同一条直线
 D. α, β 垂直于同一平面

12. 设 $A(2, -1), B(4, 1)$, 则以线段 AB 为直径的圆的方程是 ()

- A. $(x-3)^2 + y^2 = 2$
 B. $(x-3)^2 + y^2 = 8$
 C. $(x+3)^2 + y^2 = 2$
 D. $(x+3)^2 + y^2 = 8$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 满足 $a_1 = 2, 3S_n = (n+m)a_n (n \in \mathbf{N}^*, m \in \mathbf{R})$, 且

$a_n b_n = n+1$. 若任意 $n \in \mathbb{N}^*$, $\lambda \leq T_{2n} - T_n$ 成立, 则实数 λ 的取值范围为_____.

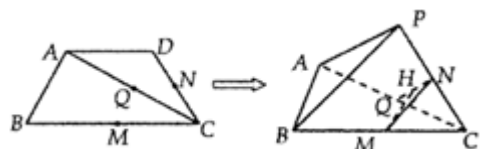
14. 在疫情防控过程中, 某医院一次性收治患者 127 人. 在医护人员的精心治疗下, 第 15 天开始有患者治愈出院, 并且恰有其中的 1 名患者治愈出院. 如果从第 16 天开始, 每天出院的人数是前一天出院人数的 2 倍, 那么第 19 天治愈出院患者的人数为_____, 第_____天该医院本次收治的所有患者能全部治愈出院.

15. 有以下四个命题: ①在 $\triangle ABC$ 中, $A > B$ 的充要条件是 $\sin A > \sin B$; ②函数 $y = f(x)$ 在区间 $(1, 2)$ 上存在零点的充要条件是 $f(1) \cdot f(2) < 0$; ③对于函数 $y = f(x)$, 若 $f(2) = f(-2)$, 则 $f(x)$ 必不是奇函数; ④函数 $y = f(1-x)$ 与 $y = f(1+x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称. 其中正确命题的序号为_____.

16. 假如某人有壹元、贰元、伍元、拾元、贰拾元、伍拾元、壹佰元的纸币各两张, 要支付贰佰壹拾玖 (219) 元的货款, 则有_____种不同的支付方式.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = AB = CD = 2$, $BC = 4$, M , N , Q 分别为 BC , CD , AC 的中点, 以 AC 为折痕将 $\triangle ACD$ 折起, 使点 D 到达点 P 位置 ($P \notin$ 平面 ABC).



(1) 若 H 为直线 QN 上任意一点, 证明: $MH \parallel$ 平面 ABP ;

(2) 若直线 AB 与直线 MN 所成角为 $\frac{\pi}{4}$, 求二面角 $A-PC-B$ 的余弦值.

18. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A , B , C 的对边分别为 a , b , c , 且 $b(a^2 + c^2 - b^2) = a^2 c \cos C + ac^2 \cos A$.

(1) 求角 B 的大小;

(2) 若 $\triangle ABC$ 外接圆的半径为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

19. (12 分) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_n + 2a_{n+1} = 0$, 其前 n 项和为 S_n , 数列 $\left\{\frac{b_n}{2n+1}\right\}$ 的前 n 项积为 $\frac{1}{2n+1}$.

(1) 求 S_n 和数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $c_n = \frac{1}{\sqrt{b_n} \sqrt{b_{n+1}} (\sqrt{b_n} + \sqrt{b_{n+1}})}$, 求 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n , 并证明: 对任意的正整数 m, k , 均有 $S_m > T_k$.

20. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 是直线 $l: x = -1$ 上的动点, $F(1, 0)$ 为定点, 点 Q 为 PF 的中点, 动点 M 满足 $\vec{MQ} \cdot \vec{PF} = 0$, 且 $\vec{MP} = \lambda \vec{OF}$ ($\lambda \in \mathbb{R}$), 设点 M 的轨迹为曲线 C .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/348020106114007032>