

华师一附中 2024 届高三补充作业 22 《简单几何体.球的内切与外接》

1. 甲、乙两个圆锥的母线长相等，侧面展开图的圆心角之和为 2π ，侧面积分别为 $S_{\text{甲}}$ 和 $S_{\text{乙}}$ ，

体积分别为 $V_{\text{甲}}$ 和 $V_{\text{乙}}$ 。若 $\frac{S_{\text{甲}}}{S_{\text{乙}}} = 2$ ，则 $\frac{V_{\text{甲}}}{V_{\text{乙}}} = (\quad)$

- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{10}$ D. $\frac{5\sqrt{10}}{4}$

2. 已知球 O 的半径为 1，四棱锥的顶点为 O ，底面的四个顶点均在球 O 的球面上，则当该四棱锥的体积最大时，其高为 (\quad)

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. 南水北调工程缓解了北方一些地区水资源短缺问题，其中一部分水蓄入某水库。已知该水库水位为海拔 148.5m 时，相应水面的面积为 140.0km²；水位为海拔 157.5m 时，相应水面的面积为 180.0km²，将该水库在这两个水位间的形状看作一个棱台，则该水库水位从海拔 148.5m 上升到 157.5m 时，增加的水量约为 (\quad) ($\sqrt{7} \sim 2.65$ ，棱台体积公式

$V = \frac{1}{3}h(S + S' + \sqrt{SS'})$ ，其中 S, S' 分别为棱台的上下底的面积， h 是棱台的高)

- A. $1.0 \times 10^9 \text{m}^3$ B. $1.2 \times 10^9 \text{m}^3$ C. $1.4 \times 10^9 \text{m}^3$ D. $1.6 \times 10^9 \text{m}^3$

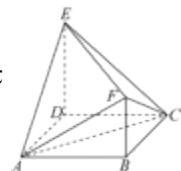
4. 已知正四棱锥的侧棱长为 l ，其各顶点都在同一球面上。若该球的体积为 36π ，且 $3 < l < 3\sqrt{3}$ ，则该正四棱锥体积的取值范围是 (\quad)

- A. $\left[18, \frac{81}{4}\right]$ B. $\left[\frac{27}{4}, \frac{81}{4}\right]$ C. $\left[\frac{27}{4}, \frac{64}{3}\right]$ D. $[18, 27]$

5. 已知正三棱台的高为 1，上、下底面边长分别为 $3\sqrt{3}$ 和 $4\sqrt{3}$ ，所有顶点在同一球面上，则该球的表面积为 (\quad)

- A. 100π B. 128π C. 144π D. 192π

6. 如图，四边形 $ABCD$ 为正方形， $ED \perp$ 平面 $ABCD$ ， $FB \parallel ED$ ， $AB = ED = 2FB$ ，



记三棱锥 $E-ACD$ ， $F-ABC$ ， $F-ACE$ 的体积分别为 V_1, V_2, V_3 ，则 (\quad)

- A. $V_3 = 2V_2$ B. $V_3 = 2V_1$ C. $V_3 = V_1 + V_2$ D. $2V_3 = 3V_1$

7. 下列命题正确的有 _____

- (1) 棱柱的侧面都是平行四边形；
- (2) 有两个面平行，其余各面都是平行四边形的几何体叫做棱柱；
- (3) 用一个平面去截棱锥，棱锥底面和截面之间的部分是棱台；

(4) 有两个面互相平行，其余四个面都是等腰梯形的六面体是棱台.

8. (1) 一个棱柱至少有_____个面，面数最少的一个棱锥有_____个顶点，顶点最少的一个棱台有_____条侧棱.

(2) 一个正棱锥的侧棱长与底面边长相等，则该棱锥不可能是 ()

- A.三棱锥 B.四棱锥 C.五棱锥 D.六棱锥

9.若一个平行六面体的各个侧面都是正方形，则这个平行六面体一定是 ()

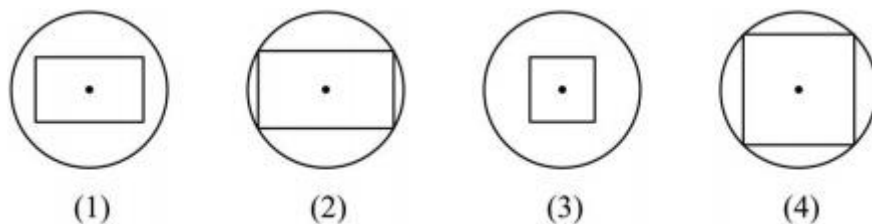
- A.正方体 B.直平行六面体 C.长方体 D.正四棱柱

10.把一个圆锥截成圆台，已知圆台的上、下底面半径的比是 1 : 4，母线长 10，求圆锥的母线长_____

11.圆锥轴截面顶角为 120° ，母线长为 1，则求轴截面的面积为_____，过顶点的圆锥的截面中，最大截面的面积为_____

12.一个轴截面是正三角形的圆锥内有一个轴截面是正方形的内接圆柱，则它们的高的比值为_____，母线长的比值为_____

13. 一个正方体内接于一个球（即正方体的 8 个顶点都在球面上），过球心作一截面，则截面的图形可能是_____.



14.将半径为 l ，圆心角为 $\frac{4\pi}{3}$ 的扇形卷成一个圆锥的侧面，则过顶点的截面面积的最大值为

15.在半径为 3 的球面上有 A, B, C 三点， $\angle ABC = 90^{\circ}$ ， $BA = BC$ ，球心 O 到平面 ABC 的距离是 $\frac{3}{2}$ ，则 B, C 两点的球面距离是_____

16.在三棱锥 $A - BCD$ 中， $\triangle BCD$ 是边长为 2 的等边三角形， $\angle ABC = \angle ABD = \frac{\pi}{3}$ ， $AB = 3$ ，则三棱锥 $A - BCD$ 的外接球的表面积为_____.

17.已知三棱锥 $D - ABC$ 的所有顶点都在球 O 的表面上， $AD \perp$ 平面 ABC ， $AC = \sqrt{3}$ ， $BC = 1$ ， $\cos \angle ACB = \sqrt{3} \sin \angle ACB$ ， $AD = 2$ ，则球 O 的表面积为_____.

18.已知三棱锥 $P - DEF$ 的各顶点都在球面上， $PD \perp ED$ ， $EF \perp$ 平面 PDE ， $DE = 4$ ，

$EF = 3$ ，若该球的体积为 $\frac{17\sqrt{34}}{3}\pi$ ，则三棱锥 $P - DEF$ 的表面积为_____。

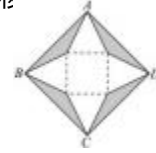
19. 如果球、正方体与等边圆柱（圆柱底面圆的直径与高相等）的体积相等，设他们的表面积依次为 S_1, S_2, S_3 ，那么 S_1, S_2, S_3 的大小关系为_____。

20. 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$, $AB \perp BC$, $AB = 3$, $BC = 4$, $AA_1 = 3$, 设该直三棱柱的外接球的表面积为 S_1 , 该直三棱柱内部最大的球的表面积为 S_2 , 则 $\frac{S_1}{S_2}$ _____.

21. 正四棱台 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的下底边长 $AB = 6\sqrt{3}$, 它的内切球半径为 3, 则正四棱台的表面积 $S =$ _____.

22. 边长为 2 的正四面体内有一个球, 当球与正四面体的棱均相切时, 球的体积为 _____.

23. 如图所示, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 切去阴影部分围成一个正四棱锥, 则正四棱锥的侧面积取值范围为 ()



- A. $(1, 2)$ B. $[1, 2]$ C. $[0, 2]$ D. $(0, 2)$

24. 已知四边形 $ABCD$ 是等腰梯形, $AB \parallel DC$, $AB = 3$, $CD = 6$, $\angle ADC = 60^\circ$, 梯形 $ABCD$ 的四个顶点均在半径为 $2\sqrt{3}$ 的球面上, 若 S 是该球面上任意一点, 则四棱锥 $S - ABCD$ 体积的最大值为 _____.

25. 已知点 M 、 N 、 P 、 Q 在同一个球面上, $MN = 3$, $NP = 4$, $MP = 5$, 若四面体 $MNPQ$ 的体积的最大值为 10, 则这个球的表面积是 _____.

26. (2023 全国甲卷理科 11 题) 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $AB = 4$, $PC = PD = 3$, $\angle PCA = 45^\circ$, 则 $\triangle PBC$ 的面积为 ()

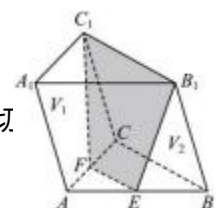
- A. $2\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{2}$ D. $5\sqrt{2}$

27. (2023 全国甲卷理科 15 题) 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 、 F 分别为 CD 、 A_1B_1 的中点, 则以 EF 为直径的球面与正方体每条棱的交点总数为 _____.

28. 棱长为 6 的正方体内有一个棱长为 x 的正四面体, 正四面体的中心(正四面体的中心就是该四面体外接球的球心)与正方体的中心重合, 且该四面体可以在正方体内任意转动, 则 x 的最大值为 _____.

29. 已知 A 、 B 、 C 、 D 是体积为 $\frac{20}{3}\pi$ 的球体表面上四点, 若 $AB=4$, $AC=2$, $BC=2\sqrt{3}$,

且三棱锥 $A - BCD$ 的体积为 $2\sqrt{3}$, 则线段 CD 长度的最大值为 _____.



30. 四个半径为 2 的球刚好装进一个正四面体容器内, 此时正四面体各面与球相切

正四面体外接球的表面积为_____.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/348021132124006051>