# 2023-2024学年福建省龙岩市龙岩一中高三下学期4月份高考模拟训练（一）数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．记$n$个两两无交集的区间的并集为$n$阶区间如$(-\infty,1]\cup[2,3]$为2阶区间，设函数$f(x)=\dfrac{x}{\ln|x|}$，则不等式$f[f(x)]+3\le 0$的解集为（　　）

A．2阶区间　　B．3阶区间　　C．4阶区间　　D．5阶区间

2．函数$f(x)=\cos 2x\left(x\in[-\pi,2\pi]\right)$的图象与函数$g(x)=\sin x$的图象的交点横坐标的和为（　　）

A．$\dfrac{5\pi}{3}$　　B．$2\pi$　　C．$\dfrac{7\pi}{6}$　　D．$\pi$

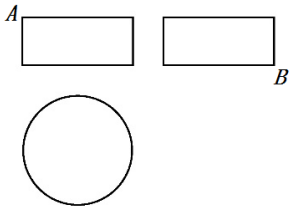
3．已知集合$M=\{y\,|\,-1<y<3\}$，$N=\{x\,|\,x(2x-7)\leqslant 0\}$，则$M\cup N=$（　　）

A．$[0,3)$　　B．$\left(0,\dfrac{7}{2}\right]$　　C．$\left(-1,\dfrac{7}{2}\right]$　　D．$\varnothing$

4．$M$是抛物线$y^2=4x$上一点，$N$是圆$(x-1)^2+(y-2)^2=1$关于直线$x-y-1=0$的对称圆上的一点，则$|MN|$最小值是（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{11}}{2}-1$　　B．$\sqrt{3}-1$　　C．$2\sqrt{2}-1$　　D．$\dfrac{3}{2}$

5．某圆柱的高为2，底面周长为16，其三视图如图所示，圆柱表面上的点$M$在正视图上的对应点为$A$，圆柱表面上的点$N$在左视图上的对应点为$B$，则在此圆柱侧面上，从$M$到$N$的路径中，最短路径的长度为（　　）




A．$2\sqrt{17}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．3　　D．2

6．在边长为1的等边三角形$ABC$中，点$E$是$AC$中点，点$F$是$BE$中点，则$\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AB}=$（　　）

A．$\frac{5}{4}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{5}{8}$　　D．$\frac{3}{8}$

7．若$x,y$满足约束条件$\begin{cases}0\le 2x+y\le 6\\3\le x-y\le 6,\end{cases}$则$z=x+2y$的最大值为（　　）

A．10　　B．8　　C．5　　D．3

8．已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$，公差$d\neq 0$，且$a_1,a_2,a_5$成等比数列，则$d=$

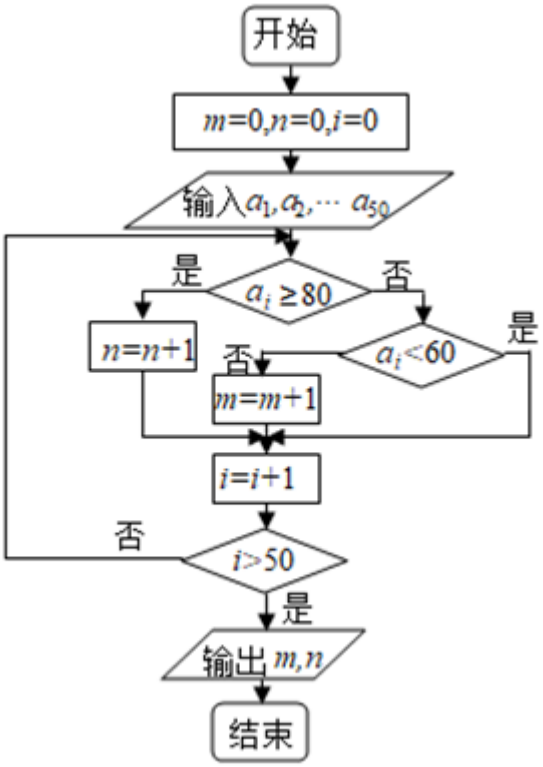
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

9．已知函数$f(x)=\sin(2019x+\frac{\pi}{4})+\cos(2019x-\frac{\pi}{4})$的最大值为$M$，若存在实数$m,n$，使得对任意实数$x$总有$f(m)\le f(x)\le f(n)$成立，则$M\cdot|m-n|$的最小值为（　）

A．$\frac{\pi}{2019}$　　B．$\frac{2\pi}{2019}$　　C．$\frac{4\pi}{2019}$　　D．$\frac{\pi}{4038}$

10．如图所示的茎叶图为高三某班50名学生的化学考试成绩，算法框图中输入的$a_1$，$a_2$，$a_3$，$\ldots$，$a_{50}$为茎叶图中的学生成绩，则输出的$m$，$n$分别是（　　）

| | |
|---|---|
| 4 | 3 6 7 8 |
| 5 | 0 1 2 3 3 6 8 9 |
| 6 | 0 0 1 3 4 4 6 6 7 8 8 9 |
| 7 | 0 1 2 2 4 5 6 6 6 7 8 8 9 9 |
| 8 | 0 0 2 4 4 5 6 9 |
| 9 | 0 1 6 8 |




**A**．$m=38$，$n=12$　　**B**．$m=26$，$n=12$

**C**．$m=12$，$n=12$　　**D**．$m=24$，$n=10$

11．已知双曲线 $E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 满足以下条件：①双曲线 ***E*** 的右焦点与抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 ***F*** 重合；②双曲线 ***E*** 与过点 $P(4,2)$ 的幂函数 $f(x)=x^{\alpha}$ 的图象交于点 ***Q***，且该幂函数在点 ***Q*** 处的切线过点 ***F*** 关于原点的对称点．则双曲线的离心率是（　　）

**A**．$\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$　　**B**．$\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$　　**C**．$\dfrac{3}{2}$　　**D**．$\sqrt{5}+1$

12．已知向量 $\vec{a}=(m,1),\ \vec{b}=(3,m-2)$，则 $m=3$ 是 $\vec{a}//\vec{b}$ 的（　　）

**A**．充分不必要条件　　**B**．必要不充分条件

**C**．既不充分也不必要条件　　**D**．充要条件

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．$(a+x)(1+x)^4$ 的展开式中，若 $x$ 的奇数次幂的项的系数之和为 32，则 $a=$_____．

14．函数 $f(x)=\ln(1-x)+\sqrt{4+3x-x^2}$ 的定义域是_____．（写成区间的形式）

15．在平面直角坐标系 $xOy$ 中，已知点 $A(-3,0)$，$B(-1,-2)$，若圆 $(x-2)^2+y^2=r^2(r>0)$ 上有且仅有一对点 $M,N$，使得 $\Delta MAB$ 的面积是 $\Delta NAB$ 的面积的 2 倍，则 $r$ 的值为_____．

16．过抛物线 $C$：$y^2=2px$（$p>0$）的焦点 $F$ 且倾斜角为锐角的直线 $l$ 与 $C$ 交于 $A$，$B$ 两点，过线段 $AB$ 的中点 $N$ 且垂直于 $l$ 的直线与 $C$ 的准线交于点 $M$，若 $|MN|=\frac{\sqrt{3}}{3}|AB|$，则 $l$ 的斜率为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）移动支付（支付宝及微信支付）已经渐渐成为人们购物消费的一种支付方式，为调查市民使用移动支付的年龄结构，随机对 100 位市民做问卷调查得到 $2\times2$ 列联表如下：

| | 35 岁以下（含 35 岁） | 35 岁以上 | 合计 |
|---|---|---|---|
| 使用移动支付 | 40 | | 50 |
| 不使用移动支付 | | 40 | |
| 合计 | | | 100 |

（1）将上 $2\times2$ 列联表补充完整，并请说明在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下，认为支付方式与年龄是否有关？

（2）在使用移动支付的人群中采用分层抽样的方式抽取 10 人做进一步的问卷调查，从这 10 人随机中选出 3 人颁发参与奖励，设年龄都低于 35 岁（含 35 岁）的人数为 $X$，求 $X$ 的分布列及期望.

| $P(K^2\geq k)$ | 0.50 | 0.40 | 0.25 | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.010 | 0.005 | 0.001 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $k$ | 0.455 | 0.708 | 1.323 | 2.072 | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 | 10.828 |

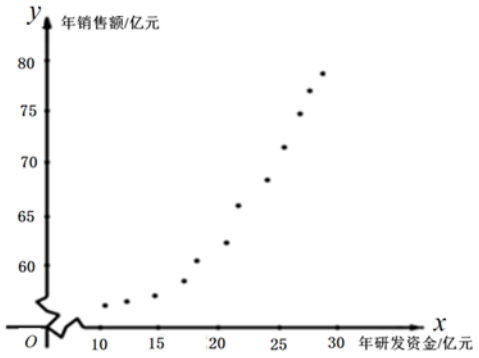
（参考公式：$k^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$（其中 $n=a+b+c+d$）

18．（12 分）设抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 过点 $(m,2\sqrt{m})(m>0)$.

（1）求抛物线 $C$ 的方程；

（2）$F$ 是抛物线 $C$ 的焦点，过焦点的直线与抛物线交于 $A$，$B$ 两点，若 $\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{FA}$，求 $|AB|$ 的值.

19．（12 分）某芯片公司为制定下一年的研发投入计划，需了解年研发资金投入量□（单位：亿元）对年销售额□（单位：亿元）的影响.该公司对历史数据进行对比分析，建立了两个函数模型:①□ = □ + □□$^2$，②□ = e$^{□□+□}$，其中□, □, □, □均为常数，e为自然对数的底数.




现该公司收集了近 12 年的年研发资金投入量$□_□$和年销售额$□_□$的数据，$□ = 1,2,\cdots,12$，并对这些数据作了初步处理，得到了右侧的散点图及一些统计量的值．令$□_□ = □_□^2, □_□ = \ln□_□(□ = 1,2,\cdots,12)$，经计算得如下数据：

| $\overline{□}$ | $\overline{□}$ | $\sum_{□=1}^{12}(□_□ - \overline{□})^2$ | $\sum_{□=1}^{12}(□_□ - \overline{□})^2$ | $\overline{□}$ | $\overline{□}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 20 | 66 | 770 | 200 | 460 | 4.20 |

| $\sum_{□=1}^{12}(□_□ - \overline{□})^2$ | $\sum_{□=1}^{12}(□_□ - \overline{□})(□_□ - \overline{□})$ | $\sum_{□=1}^{12}(□_□ - \overline{□})^2$ |
|---|---|---|
| 3125000 | 21500 | 0.308 |

（1）设$\{□_□\}$和$\{□_□\}$的相关系数为$□_1$，$\{□_□\}$和$\{□_□\}$的相关系数为$□_2$，请从相关系数的角度，选择一个拟合程度更好的模型；

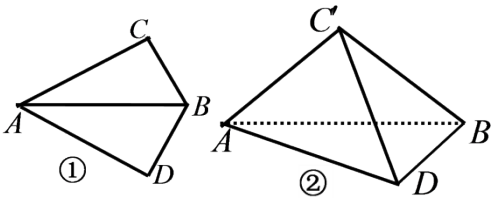
（2）（i）根据（1）的选择及表中数据，建立$□$关于$□$的回归方程（系数精确到 0.01）；

（ii）若下一年销售额$□$需达到 90 亿元，预测下一年的研发资金投入量$□$是多少亿元？

附：①相关系数 $□ = \frac{\sum_{□=1}^{□}(□_□-\overline{□})(□_□-\overline{□})}{\sqrt{\sum_{□=1}^{□}(□_□-\overline{□})^2\sum_{□=1}^{□}(□_□-\overline{□})^2}}$，回归直线$\hat{□} = □ + □□$中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：$□ = \frac{\sum_{□=1}^{□}(□_□-\overline{□})(□_□-\overline{□})}{\sum_{□=1}^{□}(□_□-\overline{□})^2}$，$□ = \overline{□} - □\overline{□}$；

② 参考数据：$308 = 4 \times 77$，$\sqrt{90} \approx 9.4868$，$e^{4.4998} \approx 90$．

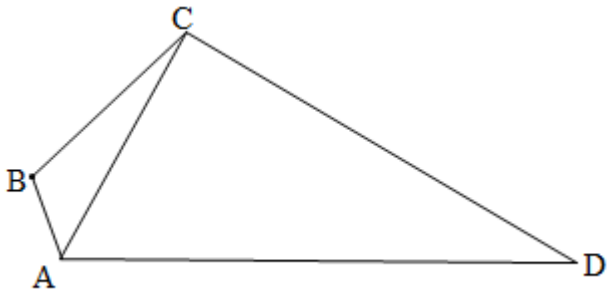
20．（12 分）在平面四边形 $ACBD$（图①）中，$\Delta ABC$ 与 $\Delta ABD$ 均为直角三角形且有公共斜边 $AB$，设 $AB = 2$，$\angle BAD = 30°$，$\angle BAC = 45°$，将 $\Delta ABC$ 沿 $AB$ 折起，构成如图②所示的三棱锥 $C' - ABD$，且使 $C'D = \sqrt{2}$．




（1）求证：平面 $C'AB$ ⊥平面 $DAB$ ；

（2）求二面角 $A-C'D-B$ 的余弦值.

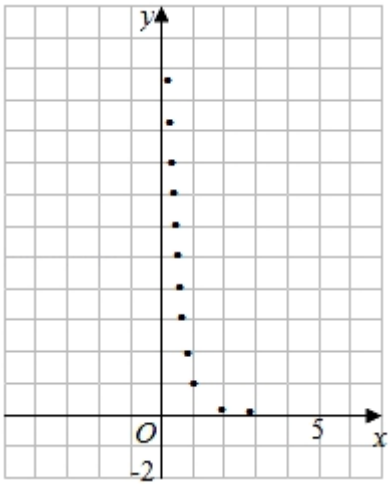
21.（12 分）在平面四边形 $ABCD$ 中，已知 $\angle ABC=\frac{3\pi}{4}$ ， $AB\perp AD,\ AB=1$.




（1）若 $AC=5$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积；

（2）若 $sin\angle CAD=\frac{2\sqrt{5}}{5},\ AD=4,$ 求 $CD$ 的长.

22.（10 分）某学生为了测试煤气灶烧水如何节省煤气的问题设计了一个实验，并获得了煤气开关旋钮旋转的弧度数 $x$ 与烧开一壶水所用时间 $y$ 的一组数据，且作了一定的数据处理（如表），得到了散点图（如图）.




| $\overline{x}$ | $\overline{y}$ | $\overline{w}$ | $\sum_{i=1}^{10}(x_i-\overline{x})^2$ | $\sum_{i=1}^{10}(w_i-\overline{w})^2$ | $\sum_{i=1}^{10}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$ | $\sum_{i=1}^{10}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.47 | 20.6 | 0.78 | 2.35 | 0.81 | −19.3 | 16.2 |

表中 $w_i=\frac{1}{x_1^2}$ ， $\overline{w}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}w_i$ .

（1）根据散点图判断，$y=a+bx$ 与 $y=c+\dfrac{d}{x^2}$ 哪一个更适宜作烧水时间 *y* 关于开关旋钮旋转的弧度数 *x* 的回归方程类型？（不必说明理由）

（2）根据判断结果和表中数据，建立 *y* 关于 *x* 的回归方程；

（3）若旋转的弧度数 *x* 与单位时间内煤气输出量 *t* 成正比，那么 *x* 为多少时，烧开一壶水最省煤气？

附：对于一组数据 $(u_1,v_1)$，$(u_2,v_2)$，$(u_3,v_3)$，…，$(u_n,v_n)$，其回归直线 $v=\alpha+\beta u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为 $\hat{\beta}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(v_i-\bar{v})(u_i-\bar{u})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})^2}$，$\hat{\alpha}=\bar{v}-\hat{\beta}\bar{u}$.

# 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

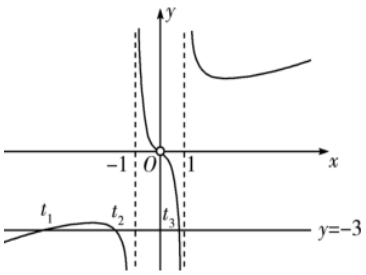
可判断函数为奇函数，先讨论当 $x>0$ 且 $x\neq 1$ 时的导数情况，再画出函数大致图形，将所求区间端点值分别看作对应常函数，再由图形确定具体自变量范围即可求解

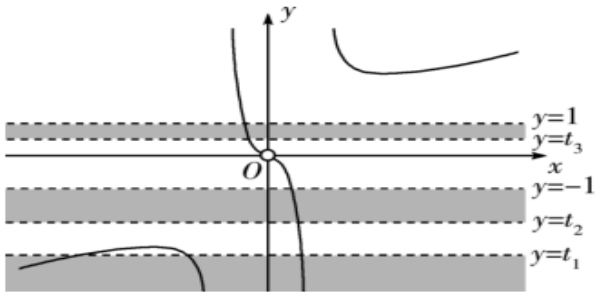
【详解】

当 $x>0$ 且 $x\neq 1$ 时，$f'(x)=\dfrac{\ln x-1}{(\ln x)^2}$.令 $f'(x)=0$ 得 $x=e$.可得 $f'(x)$ 和 $f(x)$ 的变化情况如下表：

| $x$ | $x\to 0$ | $(0,1)$ | $(1,e)$ | $e$ | $(e,+\infty)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | / | − | − | 0 | + |
| $f(x)$ | $f(x)\to 0$ | ] | ] | $e$ | Z |

令 $f(x)=t$，则原不等式变为 $f(t)\le -3$，由图像知 $f(t)\le -3$ 的解集为 $t\in(-\infty,t_1]\cup(t_2,-1)\cup[t_3,1)$，再次由图像得到 $f(x)\in(-\infty,t_1]\cup[t_2,-1)\cup[t_3,1)$ 的解集由 5 段分离的部分组成，所以解集为 5 阶区间.




故选：D

【点睛】

本题考查由函数的奇偶性，单调性求解对应自变量范围，导数法研究函数增减性，数形结合思想，转化与化归思想，属于难题

2、B

【解析】

根据两个函数相等，求出所有交点的横坐标，然后求和即可.

【详解】

令$\sin x=\cos 2x$，有$\sin x=1-2\sin^2 x$，所以$\sin x=-1$或$\sin x=\frac{1}{2}$.又$x\in[-\pi,2\pi]$，所以$x=-\frac{\pi}{2}$或$x=\frac{3\pi}{2}$或$x=\frac{\pi}{6}$或$x=\frac{5\pi}{6}$，所以函数$f(x)=\cos 2x\left(x\in[-\pi,2\pi]\right)$的图象与函数$g(x)=\sin x$的图象交点的横坐标的和$s=-\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{6}+\frac{5\pi}{6}=2\pi$，故选 B.

【点睛】

本题主要考查三角函数的图象及给值求角，侧重考查数学建模和数学运算的核心素养.

3、C

【解析】

先化简$N=\{x\,|\,x(2x-7)„\ 0\}=\left\{x\,|\,0„\ x„\ \frac{7}{2}\right\}$，再求$M\cup N$.

【详解】

因为$N=\{x\,|\,x(2x-7)„\ 0\}=\left\{x\,|\,0„\ x„\ \frac{7}{2}\right\}$,

又因为$M=\{y\,|\,-1<y<3\}$,

所以$M\cup N=\left(-1,\frac{7}{2}\right]$,

故选：C.

【点睛】

本题主要考查一元二次不等式的解法、集合的运算，还考查了运算求解能力，属于基础题.

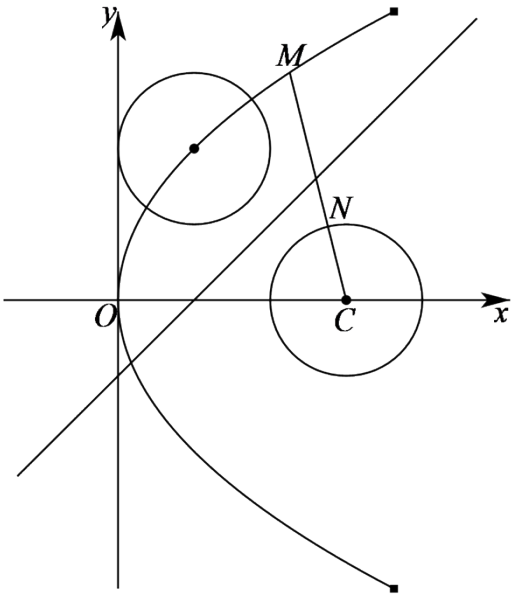
4、C

【解析】

求出点$(1,2)$关于直线$x-y-1=0$的对称点$C$的坐标，进而可得出圆$(x-1)^2+(y-2)^2=1$关于直线$x-y-1=0$的对称圆$C$的方程，利用二次函数的基本性质求出$|MC|$的最小值，由此可得出$|MN|_{\min}=|MC|_{\min}-1$，即可得解.

【详解】

如下图所示：




设点$(1,2)$关于直线$x-y-1=0$的对称点为点$C(a,b)$，

则$\begin{cases}\dfrac{a+1}{2}-\dfrac{b+2}{2}-1=0\\ \dfrac{b-2}{a-1}=-1\end{cases}$，整理得$\begin{cases}a-b-3=0\\ a+b-3=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=3\\ b=0\end{cases}$，即点$C(3,0)$，

所以，圆$(x-1)^2+(y-2)^2=1$关于直线$x-y-1=0$的对称圆$C$的方程为$(x-3)^2+y^2=1$，

设点$M\left(\dfrac{y^2}{4},y\right)$，则$|MC|=\sqrt{\left(\dfrac{y^2}{4}-3\right)^2+y^2}=\sqrt{\dfrac{y^4}{16}-\dfrac{y^2}{2}+9}=\sqrt{\dfrac{1}{16}\left(y^2-4\right)^2+8}$，

当$y=\pm2$时，$|MC|$取最小值$2\sqrt{2}$，因此，$|MN|_{\min}=|MC|_{\min}-1=2\sqrt{2}-1$.

故选：C.

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/348031070131006116