

# 数学归纳法（第一课时）

册 别：选择性必修2

学 科：高中数学（人教版）

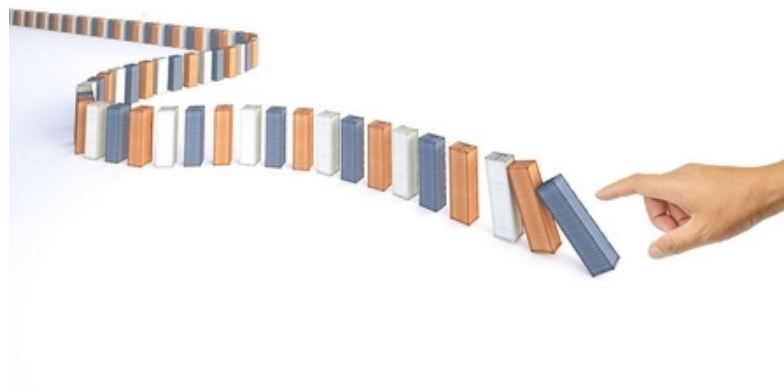
## 一、探究

在数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = \frac{a_n}{1+a_n}$  ( $n \in N^*$ )，求 $a_2$ ， $a_3$ ， $a_4$ 的值并猜想数列的通项公式。

如何把无限的验证转化为有限的证明？

# 一、探究

**思考：**多米诺骨牌全部倒下的条件是什么？



(1) 第一块骨牌倒下； (2) 任意相邻的两块骨牌，前一块倒下一定导致后一块倒下.

问题 你认为条件 (2) 的作用是什么？如何用数学语言来描述它？ 递推

作用：当第 $k$ 块倒下，相邻的第 $k+1$ 块也倒下.

## 一、探究

在数列 $\{a_n\}$ 中,  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = \frac{a_n}{1+a_n}$  ( $n \in N^*$ ), 求 $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$ 的值并猜想数列的通项公式。

## 二、概念

### 数学归纳法

一般地，证明一个与正整数 $n$ 有关的命题，可按下列步骤进行

:

(1) 证明当 $n=n_0$  ( $n_0 \in \mathbb{N}^*$ ) 时命题成立;

归纳奠基

(2) 以“当 $n=k$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ ,  $k \geq n_0$ ) 时命题成立”为条件，  
推出“当 $n=k+1$ 时命题也成立”。

归纳递推

只要完成这两个步骤，就可以断定命题对从 $n_0$ 开始的所有正整数 $n$ 都成立，这种证明方法称为数学归纳法。

### 三、例题讲解

**例：**用数学归纳法证明：公差为 $d$ 的等差数列的通项公式是

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad \text{①}$$

## 四、课堂练习

1. 用数学归纳法证明  $3^n \geq n^3$  ( $n \geq 3, n \in \mathbb{N}^*$ ) 第一步应验证\_\_\_\_\_.

2. 用数学归纳法证明  $1 + a + a^2 + \dots + a^n = \frac{1 - a^{n+1}}{1 - a}$  ( $a \neq 1, n \in \mathbb{N}^*$ ), 在验证当  $n=1$  时, 左边计算所得的式子是 ( )

A. 1

B.  $1 + a$

C.  $1 + a + a^2$

D.  $1 + a + a^2 + a^4$

## 四、课堂练习

3. 用数学归纳法证明 “ $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2^n - 1} > \frac{n}{2} (n \geq 2, n \in N_+)$ ” , 需验证  $n = k + 1$  时的式子为\_\_\_\_\_.



## 四、课堂练习

4. 用数学归纳法证明不等式  $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$  ( $n \geq 2$ ) 的过程中, 由  $n = k$  递推到  $n = k+1$  时, 不等式的左边 ( )

A. 增加了一项  $\frac{1}{2(k+1)}$

B. 增加了两项  $\frac{1}{2k+1}$ ,  $\frac{1}{2(k+1)}$

C. 增加了两项  $\frac{1}{2k+1}$ ,  $\frac{1}{2(k+1)}$ , 又减少了一项  $\frac{1}{k+1}$

D. 增加了一项  $\frac{1}{2(k+1)}$ , 又减少了一项  $\frac{1}{k+1}$

## 四、课堂练习

5. 对于不等式  $\sqrt{n^2+n} < n+1 (n \in \mathbb{N}^*)$ , 某同学用数学归纳法的证明过程如下:

(1) 当  $n=1$  时,  $\sqrt{1^2+1} < 1+1$ , 不等式成立.

(2) 假设当  $n=k (k \in \mathbb{N}^*)$  时, 不等式成立, 即  $\sqrt{k^2+k} < k+1$ , 则当  $n=k+1$  时,

$$\sqrt{(k+1)^2+(k+1)} = \sqrt{k^2+3k+2} < \sqrt{(k^2+3k+2)+k+2} = \sqrt{(k+2)^2} = (k+1)+1,$$

$\therefore n=k+1$  时, 不等式成立, 则上述证法 ( )

A. 过程全部正确

B.  $n=1$  验得不正确

C. 归纳假设不正确

D. 从  $n=k$  到  $n=k+1$  的推理不正确

## 五、总结

### 数学归纳法

#### 多米诺骨牌游戏

(1) 第一块骨牌倒下

(2) 假设第 $k$ 块骨牌倒下，  
能使第 $k + 1$ 块一定倒下

只要保证(1)(2)成立，那么所有的骨牌一定可以全部倒下

#### 证明与 $n$ 有关的命题

(1) 当 $n = 1$ 时命题成立

(2) 假设 $n = k$ 时命题成立，  
能证出 $n = k + 1$ 时命题也成立

根据(1)和(2)可知，通项公式对所有正整数都成立

## 六、课后作业

完成作业练习

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/348100030103006053>