

长沙市 2024—2025 学年度高三阶段性检测（一）

数学试卷（答案在最后）

时量：120 分钟 总分：150 分

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 设集合 $A = \{x \mid |x| < 1\}$ ，集合 $B = \{x \mid y = \sqrt{x}\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. $(-1, 1)$ B. $(0, 1)$ C. $[0, 1)$ D. $(1, +\infty)$

【答案】C

【解析】

【分析】求解绝对值不等式和函数定义域解得集合 A, B ，再求交集即可．

【详解】根据题意，可得 $A = \{x \mid -1 < x < 1\}$ ， $B = \{x \mid x \geq 0\}$ ，

故 $A \cap B = \{x \mid 0 \leq x < 1\} = [0, 1)$ ．

故选：C．

2. 已知复数 z 满足 $iz = -1 + 2i$ ，则复数 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】D

【解析】

【分析】根据复数的除法运算法则、结合共轭复数的定义、复数在复平面内对应点的特征进行求解即可．

【详解】 $iz = -1 + 2i \Rightarrow z = \frac{-1 + 2i}{i} = \frac{(-1 + 2i) \cdot i}{i^2} = 2 + i \Rightarrow \bar{z} = 2 - i$ ，

所以复数 $\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于第四象限，

故选：D

3. 已知一个古典概型，其样本空间中共有 12 个样本点，其中事件 A 有 6 个样本点，事件 B 有 4 个样本点，事件 $A+B$ 有 8 个样本点，则 $P(AB) =$ ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

【答案】D

【解析】

【分析】依题意计算可得 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A+B) = \frac{2}{3}$, 再由概率的加法公式计算即可得 $P(AB) = \frac{1}{6}$.

【详解】根据概率公式计算可得 $P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, $P(A+B) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$;
由概率的加法公式可知 $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$, 代入计算可得 $P(AB) = \frac{1}{6}$

故选: D

4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项和 $S_5 = 35$, 且满足 $a_5 = 13a_1$, 则等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 ()

A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意得到 $S_5 = 5a_1 + 10d = 35$, $a_5 = a_1 + 4d = 13a_1$, 解得答案.

【详解】 $S_5 = 5a_1 + 10d = 35$; $a_5 = a_1 + 4d = 13a_1$, 解得 $d = 3$, $a_1 = 1$.

故选: D

5. 已知 $\left(\frac{1}{x} + my\right)(2x - y)^5$ 的展开式中 x^2y^4 的系数为 80, 则 m 的值为 ()

A. -2 B. 2 C. -1 D. 1

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意可得 $\left(\frac{1}{x} + my\right)(2x - y)^5 = \frac{1}{x}(2x - y)^5 + my(2x - y)^5$, 利用二项式展开式的通项公式

$T_{r+1} = C_n^r a^{n-r} b^r$ 求出 x^2y^4 的项的系数, 进而得出结果.

【详解】 $\left(\frac{1}{x} + my\right)(2x - y)^5 = \frac{1}{x}(2x - y)^5 + my(2x - y)^5$,

在 $\frac{1}{x}(2x - y)^5$ 的展开式中, 由 $x^{-1}C_5^r(2x)^{5-r}(-y)^r = (-1)^r \cdot 2^{5-r} C_5^r x^{4-r} y^r$,

令 $\begin{cases} 4-r=2 \\ r=4 \end{cases}$, 得 r 无解, 即 $\frac{1}{x}(2x - y)^5$ 的展开式没有 x^2y^4 的项;

在 $my(2x - y)^5$ 的展开式中, 由 $myC_5^r(2x)^{5-r}(-y)^r = (-1)^r \cdot 2^{5-r} mC_5^r x^{5-r} y^{r+1}$,

$$\text{令 } \begin{cases} 5-r=2 \\ r+1=4 \end{cases}, \text{ 解得 } r=3,$$

即 $my(2x-y)^5$ 的展开式中 x^2y^4 的项的系数为 $(-1)^3 \cdot 2^{5-3} mC_5^3 = -40m$,

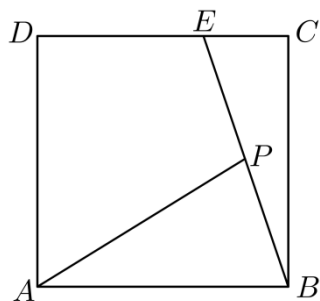
又 $(2x+my)(x-y)^5$ 的展开式中 x^2y^4 的系数为 80,

所以 $-40m = 80$, 解得 $m = -2$.

故选: A.

6. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{EC}$, P 是直线 BE 上的动点, 且 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$ ($x > 0, y > 0$), 则

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值为 ()



- A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $\frac{4+2\sqrt{3}}{3}$ D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】根据给定图形, 用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}$ 表示向量 $\overrightarrow{AD}$, 再利用共线向量定理的推论, 结合“1”的妙用求解即得.

【详解】正方形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{EC}$, 则 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AE} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$,
而 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$, 则 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y(\overrightarrow{AE} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}) = (x - \frac{2}{3}y)\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AE}$,

又点 B, P, E 共线, 于是 $(x - \frac{2}{3}y) + y = 1$, 即 $x + \frac{y}{3} = 1$, 而 $x > 0, y > 0$,

因此 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = (x + \frac{y}{3})(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) = \frac{4}{3} + \frac{x}{y} + \frac{y}{3x} \geq \frac{4}{3} + 2\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{3x}} = \frac{4+2\sqrt{3}}{3}$,

当且仅当 $\frac{x}{y} = \frac{y}{3x}$, 即 $y = \sqrt{3}x = \frac{3\sqrt{3}-3}{2}$ 时取等号,

所以当 $x = \frac{3-\sqrt{3}}{2}, y = \frac{3\sqrt{3}-3}{2}$ 时, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 取得最小值 $\frac{4+2\sqrt{3}}{3}$.

故选: C

7. 设 $a = \frac{3}{103}, b = \ln 1.03, c = e^{0.03} - 1$, 则下列关系正确的是 ()

A. $a > b > c$

B. $b > a > c$

C. $c > b > a$

D. $c > a > b$

【答案】C

【解析】

【分析】构造函数 $f(x) = e^x - 1 - x, (x \geq 0)$. 利用导数判断单调性, 证明出 $e^{0.03} - 1 > 0.03$. 构造函数

$g(x) = \ln(1+x) - x, (x \geq 0)$. 利用导数判断单调性, 证明出 $\ln 1.03 < 0.03$, 得到 $c > b$; 构造函数

$h(x) = \ln(1+x) - \frac{x}{1+x}, (x \geq 0)$. 利用导数判断单调性, 证明出 $\ln 1.03 > \frac{3}{103}$, 即为 $b > a$. 即可得到答案.

【详解】记 $f(x) = e^x - 1 - x, (x \geq 0)$.

因为 $f'(x) = e^x - 1$, 所以当 $x > 0$ 时, $f'(x) > 0$, 所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增函数, 所以当 $x > 0$

时, $f(x) > f(0) = 0$, 即 $e^x - 1 > x$, 所以 $e^{0.03} - 1 > 0.03$.

记 $g(x) = \ln(1+x) - x, (x \geq 0)$.

因为 $g'(x) = \frac{1}{1+x} - 1 = \frac{-x}{1+x} < 0$, 所以 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减函数, 所以当 $x > 0$ 时,

$g(x) < g(0) = 0$, 即 $\ln(1+x) < x$, 所以 $\ln 1.03 < 0.03$.

所以 $c > b$.

记 $h(x) = \ln(1+x) - \frac{x}{1+x}, (x \geq 0)$.

因为 $h'(x) = \frac{1}{1+x} - \frac{1}{(1+x)^2} = \frac{x}{(1+x)^2}$, 所以当 $x > 0$ 时, $h'(x) > 0$, 所以 $h(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增

函数, 所以当 $x > 0$ 时, $h(x) > h(0) = 0$, 即 $\ln(1+x) > \frac{x}{1+x}$, 所以 $\ln 1.03 > \frac{0.03}{1+0.03} = \frac{3}{103}$.

所以 $b > a$.

综上所述: $c > b > a$.

故选: C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/348103000106006130>