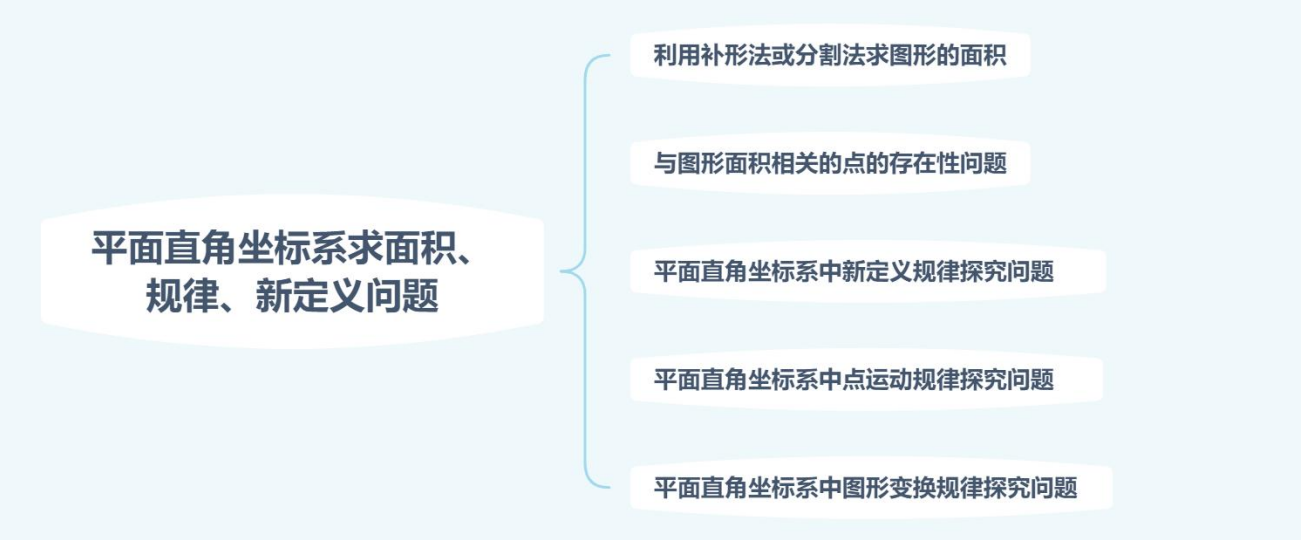
# 第 14 讲 解题技巧专题：平面直角坐标系求面积、规律、新定义问题

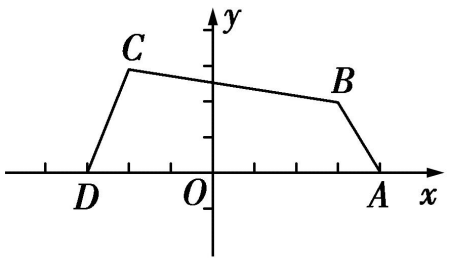
## 模块一 思维导图串题型



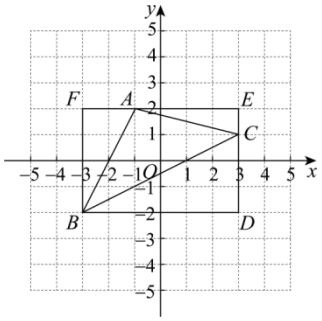

## 模块二 题型归纳举一反三

**【题型一 利用补形法或分割法求图形的面积】**

例 1.（23-24 七年级下·全国·课后作业）如图，在平面直角坐标系中，点 $A(4,0)$，$B(3,2)$，$C(-2,3)$，$D(-3,0)$，求四边形 $ABCD$ 的面积.



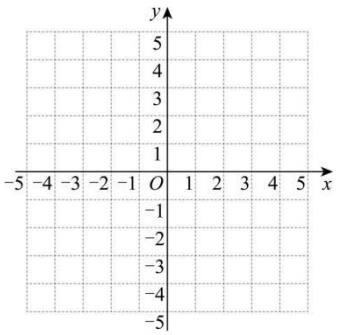

**【变式 1-1】**（2023 上·安徽滁州·八年级统考期中）如图，在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(-1,2)$，$B(-3,-2)$，$C(3,1)$，过点 A 作 $EF \parallel x$ 轴，过点 $B$ 作 $BF \parallel y$ 轴，$BD \parallel x$ 轴，过点 $C$ 作 $DE \parallel y$ 轴，$EF$ 分别与 $BF$ 和 $DE$ 交于点 $F$ 和点 $E$，$BD$ 分别与 $BF$ 和 $DE$ 交于点 $B$ 和点 $D$.




(1)直接写出下列点的坐标：点 $D$ ____，点 $E$ ____，点 $F$ ____；

(2)利用图形求 $\triangle ABC$ 的面积.

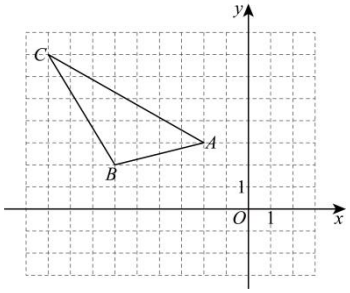
**【变式 1-2】**如图所示，在平面直角坐标系中，已知 $A(-2.1)$，$B(1,-3)$，$C(4,3)$




(1)在平面直角坐标系中画出 $\triangle ABC$ .

(2)求 $\triangle ABC$ 的面积.

**【变式 1-3】**已知，$\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示




(1)写出 $A$、$B$、$C$ 三点的坐标；

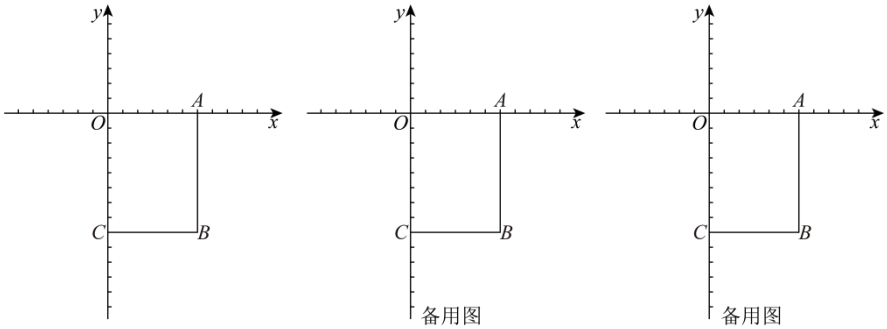
(2)求 $\triangle ABC$ 的面积；

(3) $\triangle ABC$ 中任意一点 $P(x_0,y_0)$ 经平移后对应点为 $P_1(x_0+4,y_0-3)$，将 $\triangle ABC$ 作同样的平移得到 $\triangle A_1B_1C_1$，画

出 $\triangle A_1B_1C_1$.

## 【题型二 与图形面积相关的点的存在性问题】

例 2.（23-24 七年级上·黑龙江哈尔滨·阶段练习）如图，在平面直角坐标系中，$AB \perp x$ 轴，垂足为 $A$，$BC \perp y$ 轴，垂足为 $C$，已知 $A(a,0)$，$C(0,c)$，其中 $a$，$c$ 满足关系式 $(a-6)^2+\sqrt{c+8}=0$，点 $P$ 从 $O$ 点出发沿折线 $OA-AB-BC$ 的方向运动到点 $C$ 停止，运动的速度为每秒 2 个单位长度，设点 $P$ 的运动时间为 $t$ 秒.

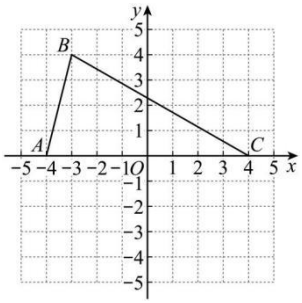



(1)求点 $A$、$C$ 的坐标；

(2)在运动过程中，当点 $P$ 到 $AB$ 的距离为 2 个单位长度时，$t=$_____；

(3)点 $D(2,0)$，在点 $P$ 的运动过程中，是否存在这样的 $t$ 值，使 $S_{\triangle CPD}=\frac{1}{4}S_{四边形ABCO}$，若存在，请求出 $t$ 值，若不存在，请说明理由.

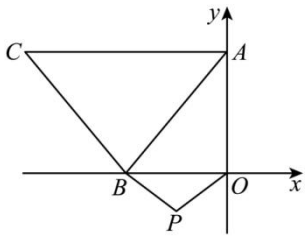
**【变式 2-1】**（2024 上·江西吉安·八年级统考期末）如图，在直角坐标平面内，已做 $A(-4,0)$，$B(-3,4)$，$C(4,0)$




(1)求 $\triangle ABC$ 的面积.

(2)在 $y$ 轴上找一点 $D$，使 $S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}$，求点 $D$ 的坐标.

**【变式 2-2】**（2023 下·黑龙江牡丹江·七年级统考期末）如图，在平面直角坐标系中，点 A 坐标为 $(0,a)$，点 $B$ 坐标为 $(b,0)$，点 $C$ 坐标为 $(c,a)$，且 $a$，$b$，$c$ 满足关系式 $\sqrt{a-3}+|b+2|+(c+4)^2=0$

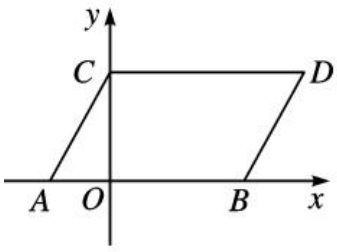



(1)请求出 A、$B$、$C$ 三点的坐标：

(2)如果在第三象限内有一点 $P(-1,m)$，请用含 $m$ 的式子表示四边形 $OPBA$ 的面积；

(3)在（2）的条件下，当 $m=-1$ 时，在 $x$ 轴上是否存在点 $M$，使三角形 $ABM$ 的面积等于四边形 $OPBA$ 面积的 $\frac{3}{2}$？若存在，请直接写出点 $M$ 的坐标，若不存在，请说明理由.

**【变式 2-3】**（2023 下·七年级课时练习）如图，在平面直角坐标系中，点 $A,B$ 的坐标分别为 $(a,0),(b,0)$，且 $a,b$ 满足 $|a+1|+\sqrt{b-3}=0$．同时将点 $A,B$ 分别向上平移 2 个单位长度，再向右平移 1 个单位长度，得到点 $A,B$ 的对应点 $C,D$，连接 $AC,BD,CD$.




(1)求点 $C,D$ 的坐标及四边形 $ABDC$ 的面积；

(2)在坐标轴上是否存在一点 $Q$，连接 $QA,QC$，使 $S_{三角形QAC}=S_{四边形ABDC}$？若存在，求出点 $Q$ 的坐标；若不存在，试说明理由；

(3) $P$ 是线段 $CD$ 上的一个动点，连接 $PA,PB$，当点 $P$ 在 $CD$ 上移动时（不与点 $C,D$ 重合），给出下列结论：

①$\dfrac{\angle CAP+\angle DBP}{\angle APB}$的值不变；②$\dfrac{\angle CAP+\angle APB}{\angle DBP}$的值不变．其中有且只有一个结论是正确的，请你找出这个结论并求其值．

**【题型三 平面直角坐标系中新定义规律探究问题】**

例 3.（2023 上·安徽宿州·八年级统考期中）在平面直角坐标系中，给出如下定义：点 $A$ 到 $x$ 轴、$y$ 轴距离的较小值称为点 $A$ 的“短距”，当点 $P$ 的“短距”等于点 $Q$ 的“短距”时，称 $P$，$Q$ 两点为“等距点”．

(1)点 $B(7,-27)$ 的“短距”为_____；

(2)若点 $P(5,m-1)$ 的“短距”为 3，求 $m$ 的值；

(3)若 $C(-2,k)$，$D(4,3k-5)$ 两点为“等距点”，求 $k$ 的值．

**【变式 3-1】**（2023 上·江苏泰州·八年级统考期中）在平面直角坐标系中，给出如下定义： 点 $P$ 到 $X$ 轴、$y$ 轴的距离的较大值称为点 $P$ 的“长距”， 点 $Q$ 到 $x$ 轴、$y$ 轴的距离相等时， 称点 $Q$ 为“完美点”．

(1)点 $A(-1,3)$ 的“长距”为 ___；

(2)若点 $B(4a-1,-3)$ 是“完美点”， 求 $a$ 的值；

(3)若点 $C(-2,3b-2)$ 的长距为 4，且点 $C$ 在第二象限内，点 $D$ 的坐标为 $(9-2b,-5)$，试说明： 点 $D$ 是“完美点”．

**【变式 3-2】**对于平面直角坐标系 $xOy$ 中的任意一点 $P(x,\ y)$，给出如下定义：记 $a=-x$，$b=x-y$，那么我们把点 $M(a,\ b)$ 与点 $N(b,\ a)$ 称为点 $P$ 的一对“和谐点”．

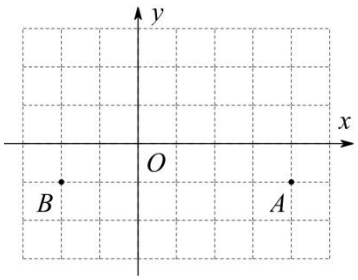
例如，点 $P(-1,2)$ 的一对“和谐点”是点 $(1,-3)$ 与点 $(-3,1)$

(1)点 $A(5,2)$ 的一对“和谐点”坐标是_与_；

(2)若点 $B(3,\ y)$ 的一对“和谐点”重合，则 $y$ 的值为_．

(3)若点 $C$ 的一个“和谐点”坐标为 $(-2,9)$，求点 $C$ 的坐标．

【变式 3-3】在平面直角坐标系中，点 $P$（$a$，$b$），$Q$（$c$，$d$）给出如下定义：对于实数 $k$（$k\neq0$），我们称点 $M$（$ka+kc$，$kb+kd$）为 $P$，$Q$ 两点的“$k$”系和点．例如，点 $P$（3，4），$Q$（1，$-2$），则点 $P$．$Q$ 的“$\frac{1}{2}$”系和点的坐标为：（2，1），如图，已知点 $A$（4，$-1$），$B$（$-2$，$-1$）．




(1)直接写出点 $A$，$B$ 的“$-\frac{1}{2}$”系和点坐标为_____；

(2)若点 $A$ 为 $B$，$C$ 的“$-3$”系和点，求点 $C$ 的坐标：

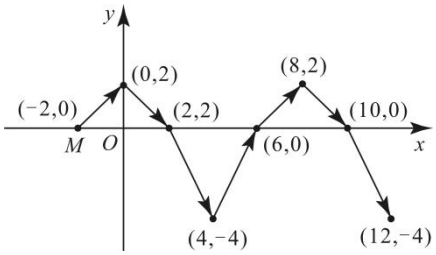
(3)点 $D$ 为 $A$，$B$ 的“$k$”系和点．

①求点 $D$ 的坐标（结果用 $k$ 含的式子表示）；

②若三角形 $ABD$ 的面积为 6，则符合条件的 $k$ 的值为_____（直接写出结果）．

## 【题型四 平面直角坐标系中点运动规律探究问题】

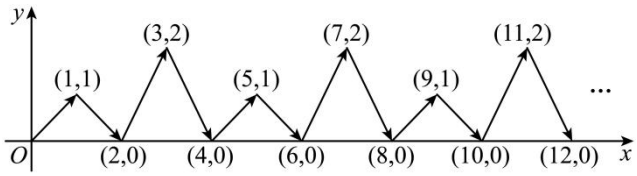
例 4.（23-24 七年级下·重庆江北·阶段练习）如图，在平面直角坐标中，动点 $M$ 从点 $(-2,0)$ 出发，按图中箭头所示方向依次运动，第 1 次运动到点 $(0,2)$，第 2 次运动到点 $(2,0)$，第 3 次运动到点 $(4,-4)$，…，按这样的运动规律，动点 $M$ 第 2024 次运动到点（　）



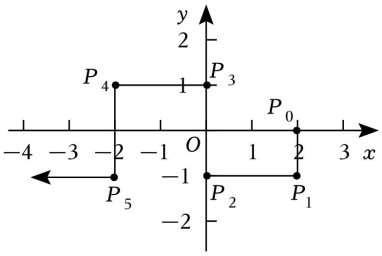

$A$．$(4040,2)$　　$B$．$(4042,-4)$　　$C$．$(4044,0)$　　$D$．$(4046,0)$

【变式 4-1】（23-24 七年级下·黑龙江哈尔滨·阶段练习）如图，动点 $P$ 在平面直角坐标系中按图中箭头所示

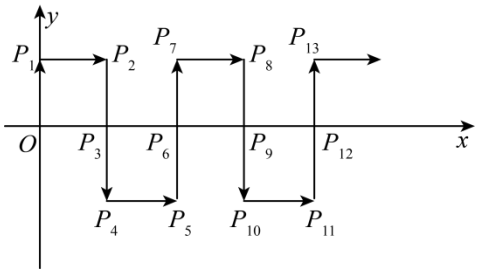
方向运动，第 1 次从原点运动到点$(1,1)$，第 2 次接着运动到点$(2,0)$，第 3 次接着运动到点$(3,2),\cdots\cdots$，按这样的运动规律，经过第 47 次运动后动点 $P$ 的坐标是_____




**【变式 4-2】**如图，在平面直角坐标系中，设一动点 $P$ 自 $P_0(2,0)$ 处向下运动 1 个单位长度至 $P_1(2,-1)$ 处，然后向左运动 2 个单位长度至 $P_2(0,-1)$ 处，再向上运动 2 个单位长度至 $P_3(0,1)$ 处，再向左运动 2 个单位长度至 $P_4(-2,1)$ 处，再向下运动 2 个单位长度至 $P_5(-2,-1)$ 处，…，如此继续运动下去，设 $P_n(x_n,\ y_n)(n=1,2,3,\ldots)$，则 $P_{2023}$ 的坐标是_____.

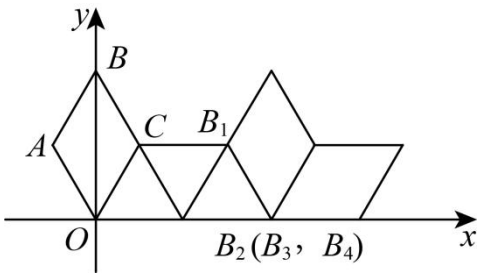



**【变式 4-3】**（23-24 七年级上·山东东营·期末）如图，在平面直角坐标系中，一动点从原点 $O$ 出发，沿着箭头所示方向，每次移动 1 个单位，依次得到点 $P_1(0,1)$，$P_2(1,1)$，$P_3(1,0)$，$P_4(1,-1)$，$P_5(2,-1)$，$P_6(2,0),\ldots$，则点 $P_{2024}$ 的坐标是_____.



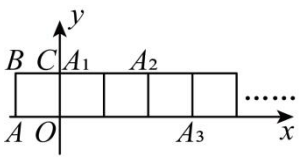

## 【题型五 平面直角坐标系中图形变换规律探究问题】

例 5.（23-24 九年级上·山东枣庄·阶段练习）如图，在平面直角坐标系中有一菱形 $OABC$ 且 $\angle A=120°$，点 $O$，$B$ 在 $y$ 轴上，$OA=1$，现在把菱形向右无滑动翻转，每次翻转 $60°$，点 $B$ 的落点依次为 $B_1$，$B_2$，$B_3\ldots$，连续翻转 2023 次，则 $B_{2023}$ 的坐标为（　）



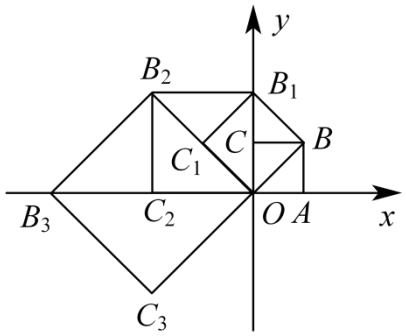

A．$(1349,0)$　　B．$\left(1349,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$　　C．$(1349.5,0)$　　D．$\left(1349.5,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

**【变式 5-1】**（2024·云南·模拟预测）如图，将边长为1的正方形 $OABC$ 沿 $x$ 轴正方向连续翻转 2024 次，点 A 依次落在点 $A_1$、$A_2$、$A_3$、$A_4$、$\llcorner$、$A_{2024}$ 的位置上，则点 $A_{2024}$ 的坐标为（　　）

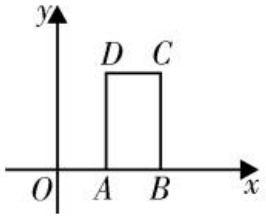



A．$(2023,0)$　　B．$(2023,1)$　　C．$(2024,0)$　　D．$(2024,1)$

**【变式 5-2】**（23-24 七年级上·山东东营·期末）如图，在平面直角坐标系中有一边长为 1 的正方形 $OABC$，边 $OA$、$OC$ 分别在 $x$ 轴、$y$ 轴上，如果以对角线 $OB$ 为边作第二个正方形 $OBB_1C_1$，再以对角线 $OB_1$ 为边作第三个正方形 $OB_1B_2C_2$ ……照此规律作下去，则 $OB_{2024}$ 的长为_____.




**【变式 5-3】**（23-24 九年级上·四川广安·期末）如图，在平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 的边 $AB$ 在 $x$ 轴上，点 $A(1,0)$，点 $C(2,2)$．将矩形 $ABCD$ 绕点 $A$ 顺时针旋转，每次旋转 $90°$，当第 2023 次旋转结束时，点 $C$ 的对应点的坐标是_____.



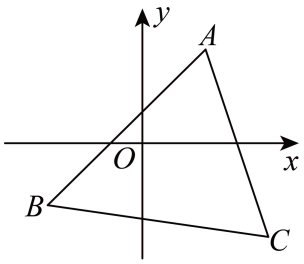
## 模块三 小试牛刀过关测

**一、单选题**

1．（2024·山东淄博·二模）定义：两点关于某条直线对称，则称这条直线为这两个点的“幸福直线”·若点 $A(1,2)$，幸福直线是 $x=-2$，则点 $A$ 关于这条幸福直线的对称点 $B$ 的坐标是（　）

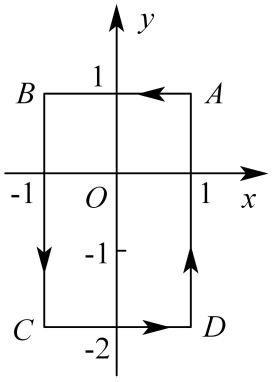
A．$(-1,2)$　　B．$(1,-2)$　　C．$(5,-2)$　　D．$(-5,2)$

2．（23-24 七年级下·湖北武汉·期中）如图在平面直角坐标系中，点 $A(2,3)$，点 $B(-3,-2)$，点 $C(4,-3)$，则三角形 $ABC$ 的面积是（　）




A．19　　B．20　　C．21　　D．21.5

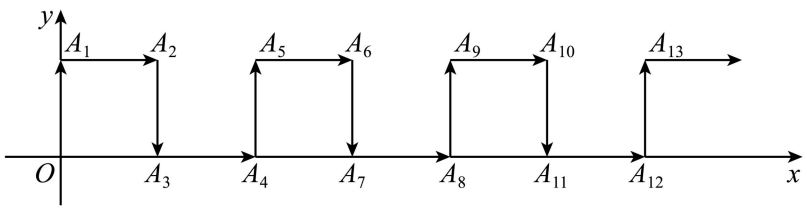
3．（2024 七年级下·北京·专题练习）如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(1,1)$，$B(-1,1)$，$C(-1,-2)$，$D(1,-2)$，把一条长为 2023 个单位长度且没有弹性的细线（线的粗细忽略不计）的一端固定在点 A 处，并按 $A\to B\to C\to D\to A\ldots$ 的规律紧绕在四边形 $ABCD$ 的边上，则细线另一端所在位置的坐标是（　　）




A．(1,1)　　B．（0，1）　　C．（ -1,0）　　D．（1,0）

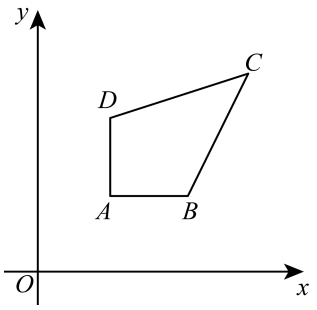
**二、填空题**

4．（23-24 七年级下·黑龙江绥化·期中）如图，在平面直角坐标系中，一动点从原点 $O$ 出发，按向上，向右，向下，向右的方向不断地移动，每移动一个单位，得到点 $A_1(0,1)$，$A_2(1,1)$，$A_3(1,0)$，$A_4(2,0)$，…那么点 $A_{2024}$ 的坐标为_____




5．（23-24 七年级下·福建厦门·期中）如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，已知点 $A(2,n+2)$，$B(k,n+2)$，

$C(4,n+4)$，$D(2,n+k)$．则四边形 $ABCD$ 的面积=_____（用含有 $k$ 的式子表示）



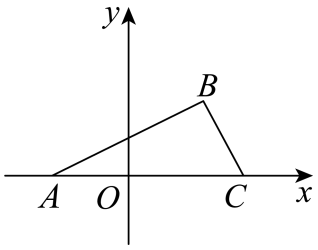

6．（23-24 七年级下·天津·期中）在平面直角坐标系中，给出如下定义：点 $P$ 到 $x$ 轴、$y$ 轴的距离的较大值称为点 $P$ 的“长距”，点 $Q$ 到 $x$ 轴、$y$ 轴的距离相等时，称点 $Q$ 为“完美点”.

（1）点 $A(-1,3)$ 的“长距”为_____；

（2）若点 $B(4a-1,-3)$ 是“完美点”，则 $a$ 的值为_____；

**三、解答题**

7．（23-24 七年级下·重庆潼南·期中）如图，在平面直角坐标系中，$A(a,0)$，$B(b,2)$，$C(3,0)$，且满足 $\sqrt{a+b}+|b-2|=0$，线段 $AB$ 交 $y$ 轴交于点 $F$.




(1)求点 $A$、$B$ 的坐标；

(2)求点 $F$ 的坐标；

(3)$y$ 轴上是否存在一点 $P$，使 $\triangle ABP$ 的面积和 $\triangle ABC$ 的面积相等，若存在求出 $P$ 点坐标，若不存在说明理由.

8．（23-24 七年级下·江西赣州·期中）在平面直角坐标系中，给出如下定义：点 $P$ 到 $x$ 轴、$y$ 轴的距离的较大值称为点 $P$ 的“长距”，点 $Q$ 到 $x$ 轴、$y$ 轴的距离相等时，称点 $Q$ 为“完美点”.

(1)点 $A(-3,5)$ 的“长距”为_____；

(2)若点 $B(4-2a,-2)$ 是“完美点”，求 $a$ 的值；

(3)若点 $C(-2,3b-2)$ 的长距为 4，且点 $C$ 在第二象限内，点 $D$ 的坐标为 $(9-2b,-5)$，试说明：点 $D$ 是“完美点”.

9.（2024 七年级下·天津·专题练习）如图 1，四边形 $ABCO$ 各个顶点的坐标分别为 $(-2,8)$，$(-11,6)$，$(-14,0)$，$(0,0)$.

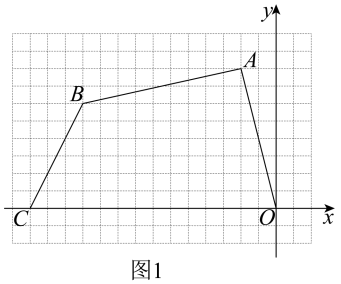


图1

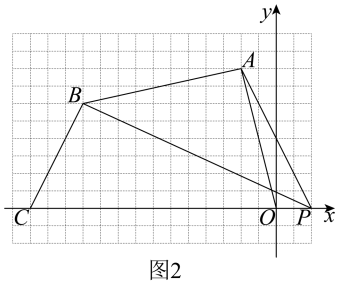


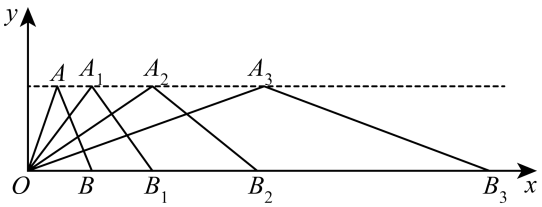
图2

(1) $OC=$_____，点 A 到 $x$ 轴的距离为_____.

(2)求四边形 $ABCO$ 的面积.

(3)如图 2，已知点 $P$ 为 $x$ 轴正半轴上的一个动点，点 $P$ 是否存在一个位置使得 $\triangle PAB$ 的面积是四边形 $ABCO$ 面积的一半？若存在，请求出点 $P$ 的坐标；若不存在，请说明理由.

10.（2024 七年级下·全国·专题练习）如图，在直角坐标系中，第一次将 $\triangle AOB$ 变换成 $\triangle OA_1B_1$，第二次将 $\triangle OA_1B_1$ 变换成 $\triangle OA_2B_2$，第三次将 $\triangle OA_2B_2$ 变换成 $\triangle OA_3B_3$，已知 $A(1,4)$，$A_1(2,4)$，$A_2(4,4)$，$A_3(8,4)$；$B(2,0)$，$B_1(4,0)$，$B_2(8,0)$，$B_3(16,0)$.




(1)观察每次变换前后的三角形有何变化，找出规律，按此变化规律再将 $\triangle OA_3B_3$ 变换成 $\triangle OA_4B_4$，则 $A_4$ 的坐标是_，$B_4$ 的坐标是_.

(2)若按（1）找到的规律将 $\triangle OAB$ 进行了 $n$ 次变换，得到 $\triangle OA_nB_n$，比较每次变换中三角形顶点有何变化，找出规律，推测 $A_n$ 的坐标是_，$B_n$ 的坐标是_.

11.（23-24 八年级上·北京丰台·期中）在平面直角坐标系 $xOy$ 中，对于任意图形 $G$ 及直线 $l_1$，$l_2$，给出如

下定义：将图形 $G$ 先沿直线 $l_1$ 翻折得到图形 $G_1$，再将图形 $G_1$ 沿直线 $l_2$ 翻折得到图形 $G_2$，则称图形 $G_2$ 是图形 $G$ 的【$l_1,l_2$】伴随图形，例如：点 $P(2,1)$ 的【$x$ 轴，$y$ 轴】伴随图形是点 $P'(-2,-1)$.

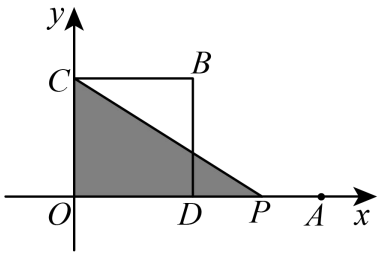
(1)点 $Q(-3,-2)$ 的【$x$ 轴，$y$ 轴】伴随图形点 $Q'$ 的坐标为_____；

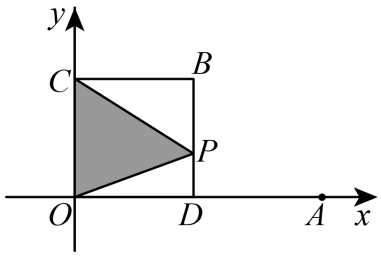
(2)已知 $A(t,1)$，$B(t-2,2)$，$C(t,3)$，直线 $m$ 经过点 $(1,1)$.

①当 $t=-1$，且直线 $m$ 与 $y$ 轴平行时，点 A 的【$x$ 轴，$m$】伴随图形点 $A'$ 的坐标为_____；

②当直线 $m$ 经过原点时，若 $\triangle ABC$ 的【$x$ 轴，$m$】伴随图形上只存在两个与 $x$ 轴的距离为 1 的点，求 $t$ 的取值范围.

12.（23-24 七年级下·吉林延边·期中）如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(a,0)$，$B(b,\ c)$ 两点，其中 $a$、$b$、$c$ 满足等式 $|a-4|+(b-2)^2+\sqrt{2-c}=0$. 动点 $P$ 从点 A 出发，沿折线 $A-D-B-C$ 以每秒 2 个单位长度的速度向终点 $C$ 运动. 设点 $P$ 运动时间为 $x(\text{s})$，当四边形 $OCBD$ 为正方形时，解答下列问题.




(1)$a=$ _____，$b=$ _____，$c=$ _____；当点 $P$ 在线段 $AD$ 上时，$DP$ 的长度为 _____.（用含 $x$ 的代数式表示）

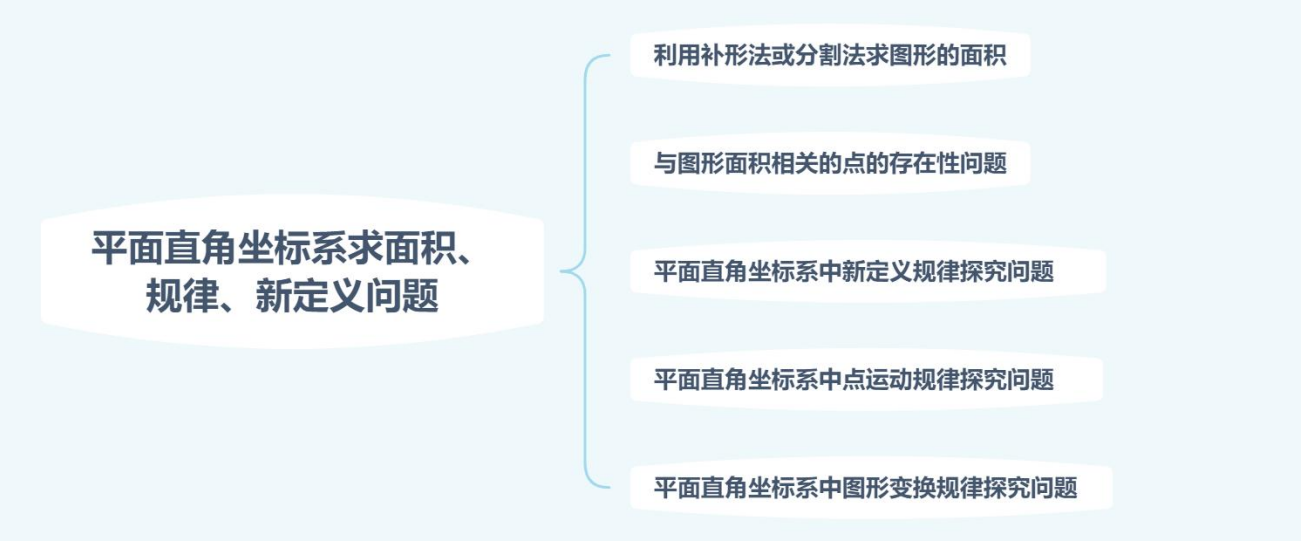
(2)当 $x=\frac{1}{2}$ 时，求三角形 $POC$ 的面积.

(3)当 $x=\frac{3}{2}$ 时，三角形 $POC$ 的面积为_____.

(4)当 $PC=\frac{5}{3}$ 时，直接写出 $x$ 的值.

# 第 14 讲 解题技巧专题：平面直角坐标系求面积、规律、新定义问题

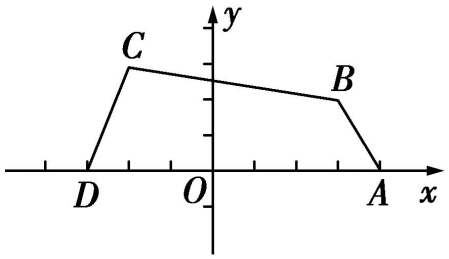
## 模块一 思维导图串题型




## 模块二 题型归纳举一反三

**【题型一 利用补形法或分割法求图形的面积】**

例 1.（23-24 七年级下·全国·课后作业）如图，在平面直角坐标系中，点 $A(4,0)$，$B(3,2)$，$C(-2,3)$，$D(-3,0)$，求四边形 $ABCD$ 的面积.

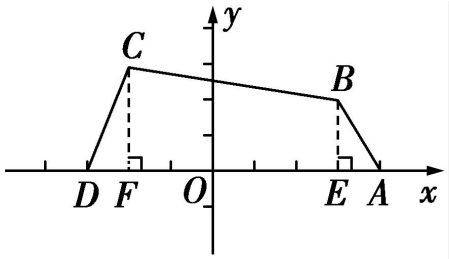



【答案】15

【分析】

本题主要考查了利用直角坐标系求多边形的面积，过点 $B$，$C$ 分别作 $x$ 轴的垂线，垂足分别为点 $E$，$F$，即可知 $S_{四边形ABCD}=S_{三边形ABE}+S_{梯形BCFE}+S_{三边形CDF}$，代入求解即可.

【详解】解：如下图，过点 $B$，$C$ 分别作 $x$ 轴的垂线，垂足分别为点 $E$，$F$.




∵点 $A(4,0)$，$B(3,2)$，$C(-2,3)$，$D(-3,0)$

∴ $F(-2,0)$，$E(3.0)$，

∴ $AE=1$，$BE=2$，$CF=3$，$FE=5$，$DF=1$

$S_{四边形ABCD}=S_{三边形ABE}+S_{梯形BCFE}+S_{三边形CDF}$

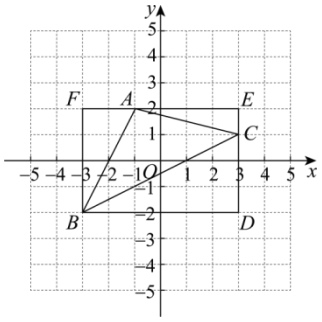
$=\frac{1}{2}AE\cdot BE+\frac{1}{2}(BE+CF)\cdot EF+\frac{1}{2}CF\cdot DF$

$=\frac{1}{2}\times1\times2+\frac{1}{2}\times(2+3)\times5+\frac{1}{2}\times3\times1$

$=15$.

所以四边形 $ABCD$ 的面积是 15.

**【变式 1-1】**（2023 上·安徽滁州·八年级统考期中）如图，在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(-1,2)$，$B(-3,-2)$，$C(3,1)$，过点 A 作 $EF\parallel x$ 轴，过点 $B$ 作 $BF\parallel y$ 轴，$BD\parallel x$ 轴，过点 $C$ 作 $DE\parallel y$ 轴，$EF$ 分别与 $BF$ 和 $DE$ 交于点 $F$ 和点 $E$，$BD$ 分别与 $BF$ 和 $DE$ 交于点 $B$ 和点 $D$.




(1)直接写出下列点的坐标：点 $D$____，点 $E$____，点 $F$____；

(2)利用图形求 $\triangle ABC$ 的面积.

【答案】(1)$(3,-2)$，$(3,2)$，$(-3,2)$

(2) $\triangle ABC$ 的面积为 9.

【分析】本题考查网格中求三角形的面积，坐标与图形.

（1）根据点 $D$，点 $E$，点 $F$ 在坐标系中的位置，直接写出其坐标即可；

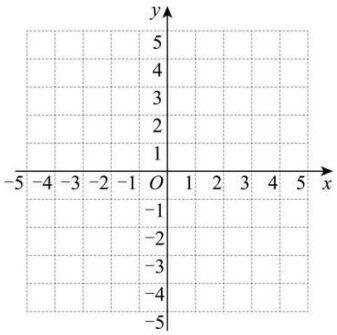
（2）利用正方形的面积减去 $\triangle ABC$ 周围三个三角形的面积即可求解.

【详解】（1）解：点 $D(3,-2)$，点 $E(3,2)$，点 $F(-3,2)$；

故答案为：$(3,-2)$，$(3,2)$，$(-3,2)$；

（2）解：$\triangle ABC$ 的面积 $=4\times6-\frac{1}{2}\times3\times6-\frac{1}{2}\times4\times1-\frac{1}{2}\times4\times2=9$ .

**【变式 1-2】**如图所示，在平面直角坐标系中，已知 $A(-2.1)$，$B(1,-3)$，$C(4,3)$



(1)在平面直角坐标系中画出 $\triangle ABC$ .

(2)求 $\triangle ABC$ 的面积.

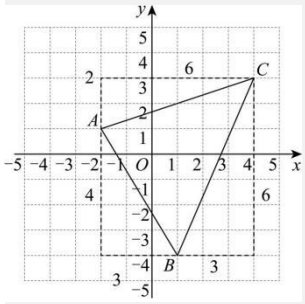
【答案】(1)见解析

(2)15

【分析】（1）根据点的坐标画出图形即可；

（2）把三角形的面积看成长方形的面积减去周围的三个三角形面积即可.

【详解】（1）如图，$\triangle ABC$ 即为所求；



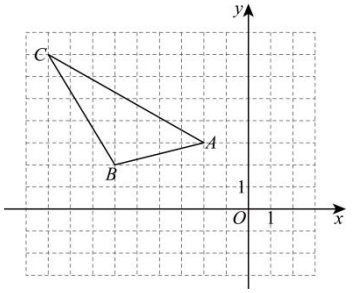
（2）$S_{\triangle ABC}=6\times6-\frac{1}{2}\times3\times6-\frac{1}{2}\times3\times4-\frac{1}{2}\times2\times6$

$=36-9-6-6$

$=15$

【点睛】本题考查作图-复杂作图，三角形的面积等知识，解题的关键是学会利用面积法解决问题.

**【变式 1-3】**已知，$\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示



(1)写出 $A$、$B$、$C$ 三点的坐标；

(2)求 $\triangle ABC$ 的面积；

(3) $\triangle ABC$ 中任意一点 $P(x_0,y_0)$ 经平移后对应点为 $P_1(x_0+4,y_0-3)$，将 $\triangle ABC$ 作同样的平移得到 $\triangle A_1B_1C_1$，画出 $\triangle A_1B_1C_1$.

【答案】(1) $A(-2,3)$，$B(-6,2)$，$C(-9,7)$

(2)11.5

(3)见解析

【分析】（1）根据平面坐标系得出 $A$、$B$、$C$ 三点的坐标即可；

（2）根据各点坐标，利用梯形面积与三角形面积公式求出即可；

（3）根据点 $P(x_0,y_0)$ 经平移后对应点为 $P_1(x_0+4,y_0-3)$ 判断出平移方式，然后画出 $\triangle ABC$ 三个顶点的对应点即可.

【详解】（1）如图所示：$A$、$B$、$C$ 三点的坐标分别为：$(-2,3)$，$(-6,2)$，$(-9,7)$；

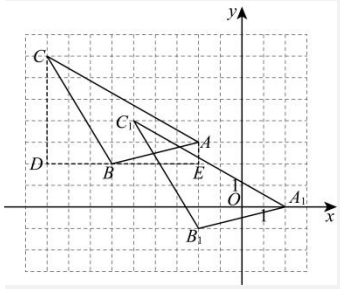
（2） $\triangle ABC$ 的面积 $=S_{梯形CDEA}-S_{\triangle CDB}-S_{\triangle ABE}$

$=\frac{1}{2}\times(5+1)\times7-\frac{1}{2}\times5\times3-\frac{1}{2}\times1\times4=11.5$；

（3）∵点 $P(x_0,y_0)$ 经平移后对应点为 $P_1(x_0+4,y_0-3)$，

∴把 $\triangle ABC$ 向右平移 4 个单位，再向下平移 3 个单位得 $\triangle A_1B_1C_1$.

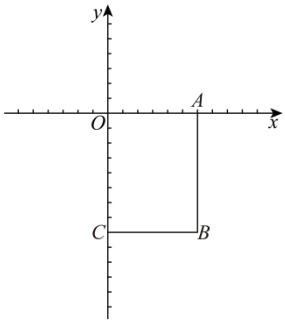
如图，

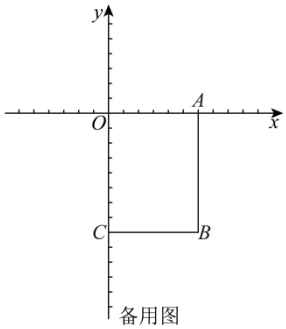


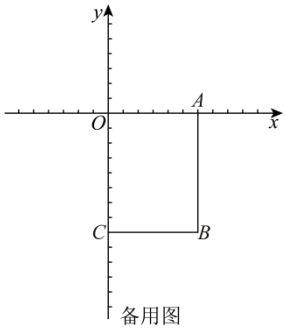

【点睛】此题考查了平移的性质，以及平移图形的画法和三角形面积求法，根据平移的性质正确平移对应顶点是解题关键.

## 【题型二 与图形面积相关的点的存在性问题】

例 2.（23-24 七年级上·黑龙江哈尔滨·阶段练习）如图，在平面直角坐标系中，$AB\perp x$ 轴，垂足为 $A$，$BC\perp y$ 轴，垂足为 $C$，已知 $A(a,0)$，$C(0,c)$，其中 $a$，$c$ 满足关系式 $(a-6)^2+\sqrt{c+8}=0$，点 $P$ 从 $O$ 点出发沿折线 $OA-AB-BC$ 的方向运动到点 $C$ 停止，运动的速度为每秒 2 个单位长度，设点 $P$ 的运动时间为 $t$ 秒.





备用图


备用图

(1)求点 $A$、$C$ 的坐标；

(2)在运动过程中，当点 $P$ 到 $AB$ 的距离为 2 个单位长度时，$t=$_____；

(3)点 $D(2,0)$，在点 $P$ 的运动过程中，是否存在这样的 $t$ 值，使 $S_{\triangle CPD}=\frac{1}{4}S_{四边形ABCO}$，若存在，请求出 $t$ 值，若不存在，请说明理由.

【答案】(1) $A(6,0)$，$C(0,-8)$

(2)2 秒或 8 秒

(3)当 $t=\frac{5}{2}$ 或 $t=\frac{17}{2}$ 时 $S_{\triangle CPD}=\frac{1}{4}S_{四边形ABCD}$

【分析】本题主要考查了坐标与图形的性质，平方和二次根式的非负性，一元一次方程的应用，

（1）由平方和二次根式的非负性即可求出 $a$，$b$ 的值，即可求出点 $A$、$C$ 的坐标.

（2）由点 $A$，点 $C$ 的坐标即可求出点 $B$ 的坐标，然后根据当点 $P$ 到 $AB$ 的距离为 2 个单位长度时，分两种情况，即可求出 $t$ 的值.

（3）先根据已知条件，求出 $\frac{1}{4}S_{四边形ABCO}$，然后根据 $P$ 在 $OD$ 上，$P$ 在 $DA$ 上，$P$ 在 $AB$ 上，$P$ 在 $BC$ 上时，根据已知条件，建立关于 $t$ 的一元一次方程，解方程即可求解.

【详解】（1）解∵ $(a-6)^2+\sqrt{c+8}=0$，

∴ $(a-6)^2=0$，$\sqrt{c+8}=0$，

∴ $a-6=0$，$c+8=0$，

∴ $a=6$，$c=-8$，

∴ $A(6,0)$，$C(0,-8)$

（2）由（1）可知 $A(6,0)$，$C(0,-8)$，

∴ $B(6,-8)$，

当点 $P$ 到 $AB$ 的距离为 2 个单位长度时，

运动路程 $s=6-2=4$ 或者 $s=6+8+2=16$，

∴ $t=4\div2=2$ 秒或 $t=16\div2=8$ 秒

∴ $t=2$ 秒或 $t=8$ 秒，

故答案为：2 秒或 8 秒.

（3）存在，理由如下：

$\because D(2,0)$，$\therefore OD=2$，$DA=4$，

$\because A(6,0)$，$C(0,-8)$，$AB\perp x$轴，$BC\perp y$轴，$\therefore B(6,-8)$，

$\therefore OA=BC=6$，$OC=AB=8$，$\therefore OA+AB=14$，$OA+AB+BC=20$

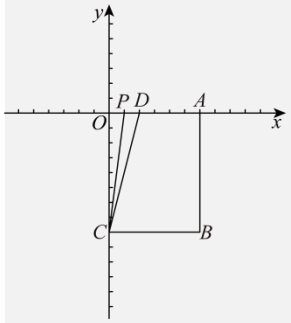
$\therefore \frac{1}{4}S_{四边形ABCO}=\frac{1}{4}OA\cdot OC=\frac{1}{4}\times 6\times 8=12$，

①当$P$在$OD$上时，$0<2t<2$，即$0<t<1$时，$P(2t,0)$，

$\therefore PD=2-2t$

$S_{\triangle CPD}=\frac{1}{2}PD\cdot OC=\frac{1}{2}\times(2-2t)\times 8=8-8t$

$\therefore 8-8t=12$，解得$t=-\frac{1}{2}$，舍去

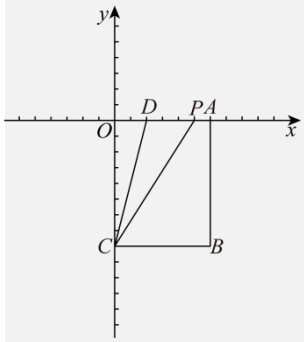



②当$P$在$DA$上时，$2<2t<6$，即$1<t\le 3$时，$P(2t,0)$，

$\therefore DP=2t-2$

$S_{\triangle CPD}=\frac{1}{2}DP\cdot OC=\frac{1}{2}\times(2t-2)\times 8=8t-8$

$\therefore 8t-8=12$，解得$t=\frac{5}{2}$




③当$P$在$AB$上时，$6<2t<14$，即$3<t\le 7$时，$P(6,6-2t)$

$\therefore AP=2t-6$，$PB=14-2t$

$S_{\triangle CPD}=S_{四边形ABCO}-S_{\triangle COD}-S_{\triangle DAP}-S_{\triangle PBC}$

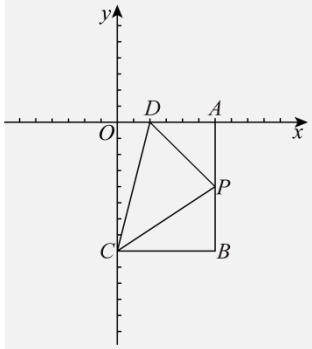
$=OA\cdot OC-\frac{1}{2}OD\cdot OC-\frac{1}{2}AP\cdot DA-\frac{1}{2}BP\cdot BC$

$=48-\frac{1}{2}\times2\times8-\frac{1}{2}\times(2t-6)\times4-\frac{1}{2}\times(14-2t)\times6$

$=48-8-(4t-12)-(42-6t)$

$=10+2t$

$\therefore 10+2t=12$，解得$t=1$，舍去



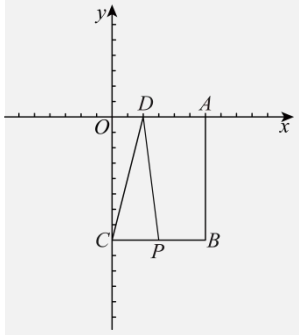

④当$P$在$BC$上时，$14<2t\le20$，即$7<t\le10$时，$P(2t-20,0)$

$\therefore CP=20-2t$

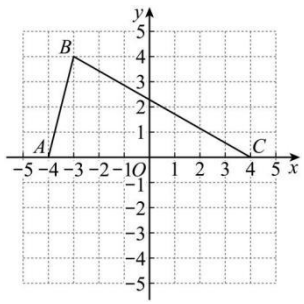
$S_{\triangle CPD}=\frac{1}{2}CP\cdot OC=\frac{1}{2}\times(20-2t)\times8=80-8t$

$\therefore 80-8t=12$，解得$t=\frac{17}{2}$

综上，当$t=\frac{5}{2}$或$t=\frac{17}{2}$时$S_{\triangle CPD}=\frac{1}{4}S_{四边形ABCD}$




**【变式 2-1】**（2024 上·江西吉安·八年级统考期末）如图，在直角坐标平面内，已做$A(-4,0)$，$B(-3,4)$，$C(4,0)$




(1)求$\triangle ABC$的面积.

(2)在$y$轴上找一点$D$，使$S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}$，求点$D$的坐标.

【答案】(1)16

(2)$(0,4)$或$(0,-4)$

【分析】本题考查的是坐标与图形面积，理解坐标系的特点是解本题的关键；

（1）直接利用三角形的面积公式计算即可；

（2）设点 $D$ 的坐标为$(0,m)$，再利用面积公式建立方程求解即可.

【详解】（1）解：$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times|4-(-4)|\times4=16$；

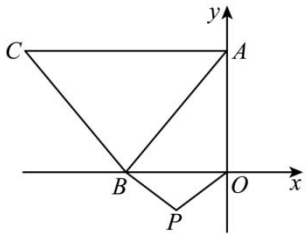
（2）设点 $D$ 的坐标为$(0,m)$，

$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\times|4-(-4)|\times|m|=16=16$.

解得 $m=\pm4$.

∴满足条件的点 $D$ 的坐标为$(0,4)$或$(0,-4)$；

**【变式 2-2】**（2023 下·黑龙江牡丹江·七年级统考期末）如图，在平面直角坐标系中，点 A 坐标为$(0,a)$，点 $B$ 坐标为$(b,0)$，点 $C$ 坐标为$(c,a)$，且 $a$，$b$，$c$ 满足关系式$\sqrt{a-3}+|b+2|+(c+4)^2=0$




(1)请求出 A 、$B$ 、$C$ 三点的坐标：

(2)如果在第三象限内有一点 $P(-1,m)$，请用含 $m$ 的式子表示四边形 $OPBA$ 的面积；

(3)在（2）的条件下，当 $m=-1$ 时，在 $x$ 轴上是否存在点 $M$，使三角形 $ABM$ 的面积等于四边形 $OPBA$ 面积的 $\frac{3}{2}$？若存在，请直接写出点 $M$ 的坐标，若不存在，请说明理由.

【答案】(1)点 A 坐标为$(0,3)$，点 $B$ 坐标为$(-2,0)$，点 $C$ 坐标为$(-4,3)$；

(2)$S_{四边形OPBA}=3-m$；

(3)存在这样的点 $M$，点 $M$ 的坐标为$(-6,0)$或$(2,0)$.

【分析】本题考查非负数的性质，直角坐标系中的面积问题，三角形的面积公式等知识.

（1）根据非负数的性质求解即可；

（2）求出 $AO$，$BO$，再用 $S_{四边形OPBA}=S_{\triangle ABO}+S_{\triangle BPO}$ 计算即可；

（3）根据设为 $M(n,0)$，则 $BM=|2+n|$，$S_{\triangle ABM}=\frac{1}{2}BM\cdot OA=\frac{3}{2}|n+2|$，再结合题意列出绝对值方程，求解即可.

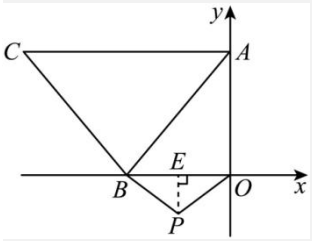
【详解】（1）解：∵$\sqrt{a-3}+|b+2|+(c+4)^2=0$，

∴$a-3=0$，$b+2=0$，$c+4=0$，

∴$a=3$，$b=-2$，$c=-4$；

∴点A坐标为$(0,3)$，点$B$坐标为$(-2,0)$，点$C$坐标为$(-4,3)$；

（2）解：过$P$点作$PE\perp OB$于$E$，则$PE=-m$，




∵$A(0,3)$，$B(-2,0)$，

∴$AO=3$，$BO=2$，

∴$S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}\times AO\times BO=\frac{1}{2}\times 2\times 3=3$，$S_{\triangle BPO}=\frac{1}{2}\times BO\times PE=\frac{1}{2}\times 2\times(-m)=-m$，

∴$S_{四边形OPBA}=S_{\triangle ABO}+S_{\triangle BPO}=3+(-m)=3-m$；

（3）解：存在，点$M$的坐标为$(-6,0)$或$(2,0)$，

理由如下：

假设存在这样的点$M$，设为$M(n,0)$，则$BM=|n+2|$，

∵$m=-1$，

∴$S_{四边形OPBA}=3-m=4$

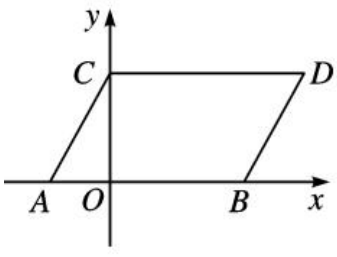
∵$S_{\triangle ABM}=\frac{1}{2}BM\cdot OA=\frac{1}{2}|n+2|\times 3=\frac{3}{2}|n+2|$，

由题意得$\frac{3}{2}|n+2|=\frac{3}{2}\times 4$

解得：$n=-6$或$n=2$，

∴存在这样的点$M$，点$M$的坐标为$(-6,0)$或$(2,0)$.

**【变式 2-3】**（2023 下·七年级课时练习）如图，在平面直角坐标系中，点$A,B$的坐标分别为$(a,0),(b,0)$，且$a,b$满足$|a+1|+\sqrt{b-3}=0$．同时将点$A,B$分别向上平移 2 个单位长度，再向右平移 1 个单位长度，得到点$A,B$的对应点$C,D$，连接$AC,BD,CD$.



(1)求点$C,D$的坐标及四边形$ABDC$的面积；

(2)在坐标轴上是否存在一点$Q$，连接$QA,QC$，使$S_{三角形QAC}=S_{四边形ABDC}$？若存在，求出点$Q$的坐标；若不存在，试说明理由；

(3)$P$是线段$CD$上的一个动点，连接$PA,PB$，当点$P$在$CD$上移动时（不与点$C,D$重合），给出下列结论：①$\frac{\angle CAP+\angle DBP}{\angle APB}$的值不变；②$\frac{\angle CAP+\angle APB}{\angle DBP}$的值不变．其中有且只有一个结论是正确的，请你找出这个结论并求其值．

【答案】(1)$C(0,2),D(4,2)$，$S_{四边形ABDC}=8$

(2)存在，$(7,0)$或$(-9,0)$

(3)①正确，$\frac{\angle CAP+\angle DBP}{\angle APB}=1$

【详解】（1）$\because |a+1|+\sqrt{b-3}=0$，

$\therefore a=-1,b=3$．

$\therefore$点$A(-1,0)$，点$B(3,0)$．

根据平移规律可得$C(0,2),D(4,2)$，

$\therefore S_{四边形ABDC}=AB\times OC=4\times 2=8$．

（2）坐标轴上存在点$Q$满足$S_{三角形QAC}=S_{四边形ABDC}$．

当点$Q$在$x$轴上时，$\because S_{三角形QAC}=S_{四边形ABDC}$，

$\therefore \frac{1}{2}AQ\cdot OC=8$．

$\because OC=2,\therefore AQ=8$．

$\therefore$点$Q$的坐标为$(7,0)$或$(-9,0)$；

当点$Q$在$y$轴上时，$\because S_{三角形QAC}=S_{四边形ABDC}$，

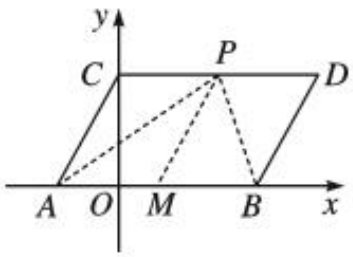
$\therefore \frac{1}{2}CQ\cdot OA=8$．

$\because OA=1,\therefore CQ=16$．

$\therefore$点$Q$的坐标为$(0,18)$或$(0,-14)$．

综上，点$Q$的坐标为$(7,0)$或$(-9,0)$或$(0,18)$或$(0,-14)$．

（3）如图，点$P$在线段$CD$上（不与点$C$，$D$重合），作$PM\parallel AC$交$AB$于点$M$，




$\because PM // AC, \therefore \angle APM = \angle CAP$ .

$\because AC // BD, \therefore PM // BD$ .

$\therefore \angle BPM = \angle DBP$ .

$\therefore \angle APB = \angle APM + \angle BPM = \angle CAP + \angle DBP$ .

$\therefore \dfrac{\angle CAP + \angle DBP}{\angle APB} = 1$ .

$\therefore$①正确.

## 【题型三 平面直角坐标系中新定义规律探究问题】

例 3.（2023 上·安徽宿州·八年级统考期中）在平面直角坐标系中，给出如下定义：点 $A$ 到 $x$ 轴、$y$ 轴距离的较小值称为点 $A$ 的“短距”，当点 $P$ 的“短距”等于点 $Q$ 的“短距”时，称 $P$，$Q$ 两点为“等距点”.

(1)点 $B(7,-27)$ 的“短距”为_____；

(2)若点 $P(5,m-1)$ 的“短距”为 3，求 $m$ 的值；

(3)若 $C(-2,k)$，$D(4,3k-5)$ 两点为“等距点”，求 $k$ 的值.

【答案】(1)7

(2)4 或 $-2$

(3)$\dfrac{7}{3}$ 或 $\dfrac{5}{4}$

【分析】本题主要考查新定义下点到坐标轴的距离，

（1）根据新定义，求得点 $B$ 到坐标轴的距离即可；

（2）根据新定义得到 $|m-1|=3$，求解即可；

（3）根据新定义分别找到点 $C$ 和点 $D$ 到坐标轴的距离，再分类讨论 $|k|$ 与 2 的大小，列出对应的等式即可求得答案；

【详解】（1）解：点 $B(7,-27)$ 到 $x$ 轴、$y$ 轴距离分别为 27 和 7，

根据定义得点 $B(7,-27)$ 的“短距”为 7；

（2）$\because$ 点 $P(5,m-1)$ 的“短距”为 3，且 $5>3$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/348117056020006111