人教A版数学课本优质习题总结训练——选择性必修一

P9

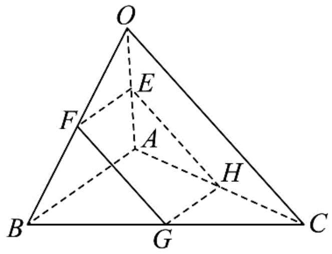
1．证明：如果向量$\vec{a}$，$\vec{b}$共线，那么向量$2\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$共线．

2．已知四面体$ABCD$的每条棱长都等于a，点E，F，G分别是棱AB,AD,DC的中点，求下列向量的数量积：

(1)$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$；(2)$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{DB}$；(3)$\overrightarrow{GF}\cdot\overrightarrow{AC}$；(4)$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{BC}$；(5)$\overrightarrow{FG}\cdot\overrightarrow{BA}$；(6)$\overrightarrow{GE}\cdot\overrightarrow{GF}$．

P10

3．如图，在四面体$OABC$中，$OA=OB$，$CA=CB$，E，F，G，H分别是OA，OB，BC，CA的中点．求证：四边形$EFGH$是矩形．

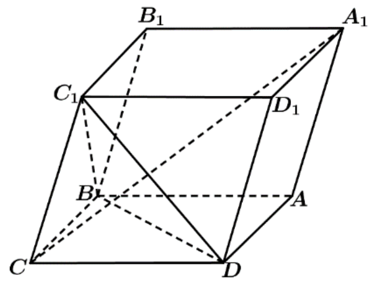


P14

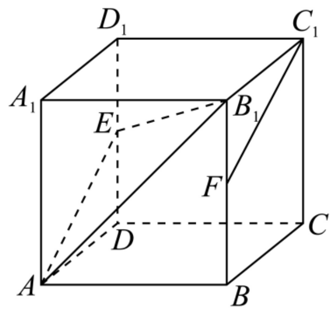
4．已知四面体$OABC$，$OB=OC$，$\angle AOB=\angle AOC=\theta$．求证：$OA\perp BC$．

P15

5．如图，平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的底面$ABCD$是菱形，且$\angle C_1CB=\angle C_1CD=\angle BCD=60^\circ$，$CD=CC_1$，求证：$CA_1\perp$平面$C_1BD$．



5题图



6题图

P35

6．如图，在棱长为1的正方体ABCD-$A_1B_1C_1D_1$中，E为线段DD_1的中点，F为线段BB_1的中点．

(1)求点A_1到直线B_1E的距离；　　　　(2)求直线FC_1到直线AE的距离；

(3)求点A_1到平面AB_1E的距离；　　　　(4)求直线FC_1到平面AB_1E的距离．

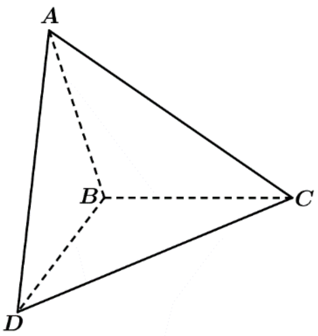
P38

7．PA,PB,PC是从点P出发的三条射线，每两条射线的夹角均为60°，那么直线PC与平面PAB所成角的余弦值是(　)

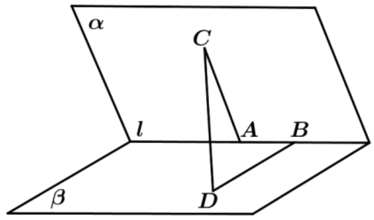
D．$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　　A．$\frac{1}{2}$

8．如图，△ABC 和△DBC 所在平面垂直，且 $AB=BC=BD$，$\angle CBA=\angle DBC=120^\circ$．求：

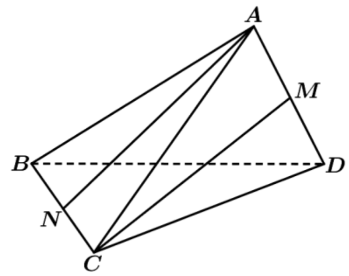
(1)直线 AD 与直线 BC 所成角的大小；(2)直线 AD 与平面 BCD 所成角的大小；(3)平面 ABD 和平面 BDC 的夹角的余弦值．



8 题图



9 题图



10 题图

P41

9．如图，二面角 $\alpha-l-\beta$ 的棱上有两个点 A，B，线段 BD 与 AC 分别在这个二面角的两个面内，并且都垂直于棱 l．若 $AB=4$，$AC=6$，$BD=8$，$CD=2\sqrt{17}$，求平面 α 与平面 β 的夹角．

10．如图，在三棱锥 $A-BCD$ 中，$AB=AC=BD=CD=3$，$AD=BC=2$，M，N 分别是 AD，BC 的中点．求异面直线 AN，CM 所成角的余弦值．

P44

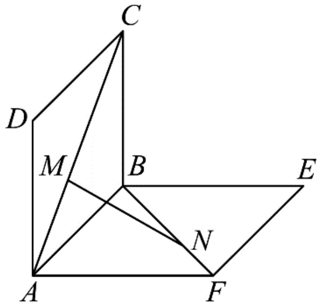
11．在空间直角坐标系中，已知向量 $\vec{u}=(a,b,c)(abc\neq 0)$，点 $P_0\left(x_0,y_0,z_0\right)$，点 $P\left(x,y,z\right)$．

(1)若直线 l 经过点 P_0，且以 $\vec{u}$ 为方向向量，P 是直线 l 上的任意一点，求证：$\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$

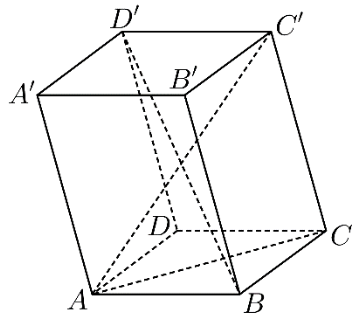
(2)若平面 α 经过点 P_0，且以 $\vec{u}$ 为法向量，P 是平面 α 内的任意一点，求证：$a\left(x-x_0\right)+b\left(y-y_0\right)+c\left(z-z_0\right)=0$．

12．在如图所示的试验装置中，两个正方形框架 $ABCD$，$ABEF$ 的边长都是 1，且它们所在的平面互相垂直．活动弹子 M，N 分别在正方形对角线 AC 和 BF 上移动，且 CM 和 BN 的长度保持相等，记 $CM=BN=a\left(0<a<\sqrt{2}\right)$．

(1)求 MN 的长；(2)a 为何值时，MN 的长最小？(3)当 MN 的长最小时求平面 MNA 与平面 MNB 夹角的余弦值．



12 题图



13 题图

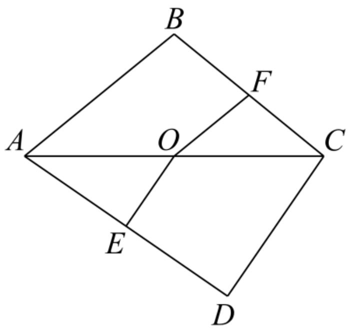
P48

13．如图，在平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 a 的正方形，侧棱 AA' 的长为 b，且 $\angle A'AB=\angle A'AD=120°$.

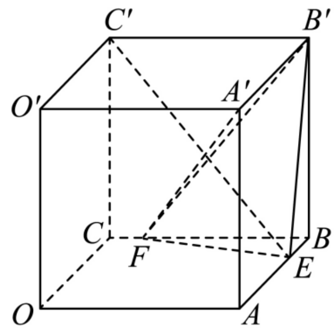
求：(1) AC' 的长；(2)直线 BD' 与 AC 所成角的余弦值.

P49

14．如图，把正方形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折成直二面角，E，F 分别为 AD，BC 的中点，O 是原正方形 $ABCD$ 的中心，求折纸后 $\angle EOF$ 的大小.



14 题图

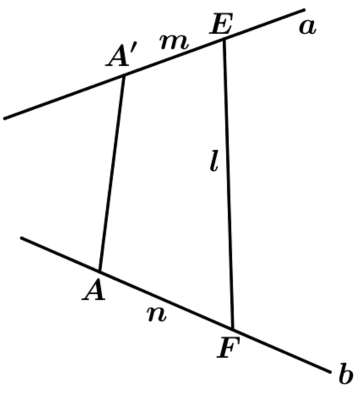


15 题图

15．如图，在棱长为 a 的正方体 $OABC-O'A'B'C'$ 中，E，F 分别是 AB，BC 上的动点，且 $AE=BF$.

(1)求证：$A'F\perp C'E$；(2)当三棱锥 $B'-BEF$ 的体积取得最大值时，求平面 $B'EF$ 与平面 BEF 的夹角的正切值.

16．如图，两条异面直线 a，b 所成的角为 θ，在直线 a，b 上分别取点 A'，E 和点 A，F，使 $AA'\perp a$，且 $AA'\perp b$. 已知 $A'E=m$，$AF=n$，$EF=l$，求线段 AA' 的长.



P67

17．求经过点 P(2,3)，并且在两坐标轴上的截距相等的直线的方程.

18．设点 $P_0(x_0,y_0)$在直线 $Ax+By+C=0$ 上，求证：这条直线的方程还可以写成 $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$.

P68

19．若直线 l 沿 x 轴向左平移 3 个单位长度，再沿 y 轴向上平移 1 个单位长度后回到原来的位置．试求直线 l 的斜率.

20．一条光线从点 $P(6,4)$ 射出，与 x 轴相交于点 Q(2,0)，经 x 轴反射，求入射光线和反射光线所在的直线方程.

P80

21．已知λ为任意实数，当λ变化时，方程$3x+4y-2+\lambda(2x+y+2)=0$表示什么图形？图形有何特点？

P88

22．圆 C 的圆心在 x 轴上，并且过 A(-1,1)和 B(1,3)两点，求圆 C 的方程．

23．等腰三角形的顶点是$A(4,2)$，底边一个端点是$B(3,5)$，求另一个顶点 C 的轨迹方程，试说明它的轨迹是什么？

P95

24．某圆拱桥的水面跨度 20 m，拱高 4 m，现有一船，宽 10m，水面以上高 3m，这条船能否从桥下通过？

P98

25．求下列条件确定的圆的方程，并画出它们的图形：

(1)圆心为 M(3,-5)，且与直线$x-7y+2=0$相切；

(2)圆心在直线 $y=x$ 上，半径为 2，且与直线 $y=6$ 相切；

(3)半径为$\sqrt{13}$，且与直线 $2x-3y+6=0$ 相切于点(3,4)．

26．求与 x 轴相切，圆心在直线 $3x-y=0$ 上，且被直线 $x-y=0$ 截得的弦长为 $2\sqrt{7}$的圆的方程．

27．求圆心在直线 $x-y-4=0$ 上，并且经过圆 $x^2+y^2+6x-4=0$ 与圆 $x^2+y^2+6y-28=0$ 的交点的圆的方程．

28．求经过点 $M(3，-1)$且与圆 C：$x^2+y^2+2x-6y+5=0$ 相切于点 $N(1，2)$的圆的方程．

29．已知 A(-2,-2)，B(-2,6)，C(4,-2)三点，点 P 在圆 $x^2+y^2=4$ 上运动，求$|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2$ 的最大值和最小值．

P99

30．已知圆 $x^2+y^2=4$，直线 l：$y=x+b$，b 为何值时，圆上恰有三个点到直线 l 的距离都等于 1？

31．已知点 P(-2,-3)和以点 Q 为圆心的圆$(x-1)^2+(y-2)^2=9$．

(1)画出以PQ为直径，点Q'为圆心的圆，再求出圆Q'的方程；

(2)设圆 Q 与圆Q'相交于 A，B 两点，直线 PA，PB 是圆 Q 的切线吗？为什么？

(3)求直线 AB 的方程．

P102

32．若直线 l 的方程为 $x-y\sin\theta+2=0$，则直线 l 的倾角α的范围是(　)

A．$[0，\pi]$　　B．$[\frac{\pi}{4}，\frac{\pi}{2}]$　　C．$[\frac{\pi}{4}，\frac{3\pi}{4}]$　　D．$[\frac{\pi}{4}，\frac{\pi}{2})\cup(\frac{\pi}{2}，\frac{3\pi}{4})$

33．已知平行四边形的两条边所在直线的方程分别为 $x+y-1=0$，$3x-y+4=0$，且它的对角线的交点为 M(3,3)，求这个平行四边形其他两边所在直线的方程．

34．求点 P(-2,-1)到直线$l:(1+3\lambda)x+(1+\lambda)y-2-4\lambda=0$($\lambda$为任意实数)的距离的最大值．

35．过点 $P(3,0)$作一条直线，使它夹在两直线 l_1：$2x-y-2=0$ 和 l_2：$x+y+3=0$ 间的线段 AB 恰好被点 P 平分，求此直线的方程．

P103

36．已知直线 $l:x-2y-8=0$ 和 A(-2,0)，B(2,4)两点，若直线 l 上存在点 P 使得|PA|+|PB|最小，求点 P 的坐标．

37．求圆心在直线 $y=-2x$ 上，并且经过点 A(2,－1)，与直线 $x+y=1$ 相切的圆的方程.

38．求由曲线 $x^2+y^2=|x|+|y|$ 围成的图形的面积.

39．一条光线从点 A(-2,3)射出，经 x 轴反射后，与圆 C:$(x-3)^2+(y-2)^2=1$ 相切，求反射后光线所在直线的方程

40．已知圆 C:$(x-1)^2+(y-2)^2=25$，直线 l:$(2m+1)x+(m+1)y-7m-4=0$.

(1)求证：直线 l 恒过定点；

(2)直线 l 被圆 C 截得的弦何时最长？何时最短？并求截得的弦长最短时 m 的值以及最短弦长.

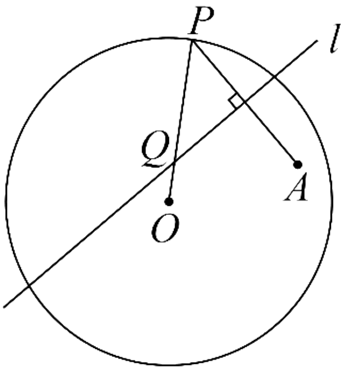
P112

41．比较下列每组中椭圆的形状，哪一个更接近于圆？为什么？

(1) $9x^2+y^2=36$ 与 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$；(2) $x^2+9y^2=36$ 与 $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{10}=1$.

P115

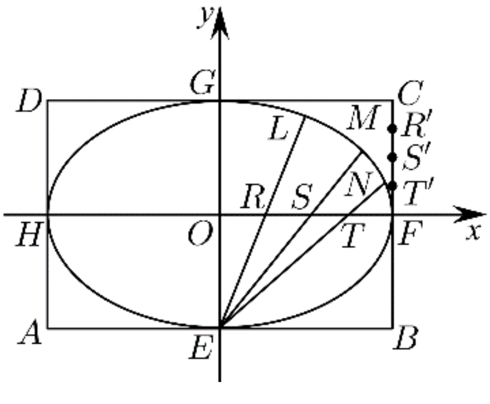
42．如图，圆 O 的半径为定长 r，A 是圆 O 内一个定点，P 是圆 O 上任意一点．线段 AP 的垂直平分线 l 和半径 OP 相交于点 Q，当点 P 在圆上运动时，点 O 的轨迹是什么？为什么？



43．一动圆与圆 $x^2+y^2+6x+5=0$ 外切，同时与圆 $x^2+y^2-6x-91=0$ 内切，求动圆圆心的轨迹方程，并说明它是什么曲线?

P116

44．如图，矩形 $ABCD$ 中，$|AB|=2a$，$|BC|=2b(a>b>0)$．E，F，G，H 分别是矩形四条边的中点，R，S，T 是线段 OF 的四等分点，R'，S'，T' 是线段 CF 的四等分点．证明直线 ER 与 GR'、ES 与 GS'、ET 与 GT' 的交点 L，M，N 都在椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上.



45．已知椭圆$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$，直线$l:4x-5y+40=0$．椭圆上是否存在一点，使得：

(1)它到直线 l 的距离最小？最小距离是多少？

(2)它到直线 l 的距离最大？最大距离是多少？

46．已知椭圆$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$，一组平行直线的斜率是$\dfrac{3}{2}$．

(1)这组直线何时与椭圆相交？

(2)当它们与椭圆相交时，证明这些线被椭圆截得的线段的中点在同一条直线上．

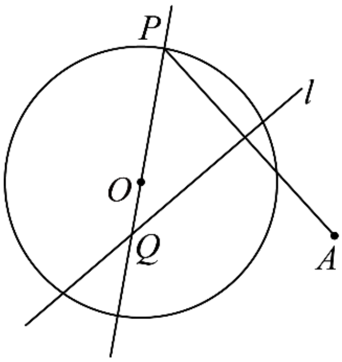
P121

47．已知方程$\dfrac{x^2}{2+m}-\dfrac{y^2}{m+1}=1$表示双曲线，求 m 的取值范围．

48．双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{12}=1(a>0)$的两个焦点分别是 F_1 与 F_2，焦距为 8；M 是双曲线上的一点，且$|MF_1|=5$，求$|MF_2|$的值．

P127

49．如图，圆 O 的半径为定长 r，A 是圆 O 外一个定点，P 是圆 O 上任意一点．线段 AP 的垂直平分线 l 与直线 OP 相交于点 Q，当点 P 在圆 O 上运动时，点 Q 的轨迹是什么？为什么？



50．m，n 为何值时，方程$\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{n}=1$表示下列曲线：(1)圆；(2)椭圆；(3)双曲线？

P128

51．M 是一个动点，MA 与直线 $y=x$ 垂直，垂足 A 位于第一象限，MB 与直线 $y=-x$ 垂直，垂足 B 位于第四象限．若四边形 $OAMB$(O 为原点)的面积为 3，求动点 M 的轨迹方程．

52．设椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的离心率分别为$e_1$，$e_2$，双曲线的渐近线的斜率小于$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，求 e_1 和 e_2 的取值范围．

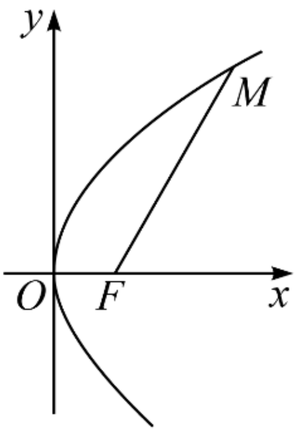
53．已知双曲线$x^2-\dfrac{y^2}{2}=1$，过点$P(1,1)$的直线 l 与双曲线相交于 A，B 两点，P 能否是线段 AB 的中点？为什么？

54．已知双曲线$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{16}=1$与直线$l:y=kx+m(k\neq\pm 2)$有唯一的公共点 M，过点 M 且与 l 垂直的直线分别交 x 轴、y 轴于 $A(x,0)$，$B(0,y)$两点．当点 M 运动时，求点 $P(x,y)$的轨迹方程，并说明轨迹是什么曲线．如果推广到一般双曲线，能得到什么相应的结论？

P138

55．已知圆心在 y 轴上移动的圆经过点 A(0,5)，且与 x 轴、y 轴分别交于 B(x,0)，C(0,y)两个动点，求点 M(x,y)的轨迹方程.

56．如图，M 是抛物线 $y^2=4x$ 上的一点，F 是抛物线的焦点，以 Fx 为始边、FM 为终边的角 $\angle xFM=60°$，求|FM|.



P139

57．设抛物线 $y^2=2px$ 的焦点为 F，从点 F 发出的光线经过抛物线上的点 M(不同于抛物线的顶点)反射，证明反射光线平行于抛物线的对称轴.

P145

58．与圆 $x^2+y^2=1$ 及圆 $x^2+y^2-8x+12=0$ 都外切的圆的圆心在(　)

A．椭圆上　　　　　B．双曲线上的一支上　　　　C．抛物线上　　　　D．圆上

59．当 α 从 0 到 π 变化时，方程 $x^2+y^2\cos\alpha=1$ 表示的曲线怎样变化？

60．已知正三角形一个顶点位于抛物线 $y^2=2px(p>0)$的焦点，另外两个顶点在抛物线上，求这个等边三角形的边长.

P146

61．在抛物线 $y^2=4x$ 上求一点 P，使得点 P 到直线 $y=x+3$ 的距离最短.

62．当 m 变化时，指出方程$(m-1)x^2+(3-m)y^2=(m-1)(3-m)$表示的曲线的形状.

63．过抛物线 $y^2=2px(p>0)$的焦点 F 作直线与抛物线交于 A，B 两点，以 AB 为直径画圆，观察它与抛物线的准线 l 的关系，你能得到什么结论？相应于椭圆、双曲线如何？你能证明你的结论吗？

-选择性必修一结束-

参考答案：

1．证明见解析

【分析】由向量共线定理可证明.

【详解】如果向量$\vec{a}$，$\vec{b}$共线，则存在唯一实数λ，使得$\vec{b}=\lambda\vec{a}$，

则$2\vec{a}+\vec{b}=2\vec{a}+\lambda\vec{a}=\left(2+\lambda\right)\vec{a}$，

所以向量$2\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$共线.

2．(1)$\frac{1}{2}a^2$　　(2)$-\frac{1}{2}a^2$　　(3)$-\frac{1}{2}a^2$　　(4)$\frac{1}{4}a^2$　　(5)$-\frac{1}{4}a^2$　　(6)$\frac{1}{4}a^2$

【分析】(1）根据题意，由空间向量的数量积的定义，代入计算，即可得到结果；

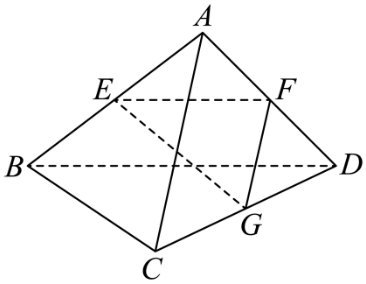
（2）根据题意，由空间向量的数量积的定义，代入计算，即可得到结果；

（3）根据题意，由空间向量的数量积的定义，代入计算，即可得到结果；

（4）根据题意，由空间向量的数量积的定义，代入计算，即可得到结果；

（5）根据题意，由空间向量的数量积的定义，代入计算，即可得到结果；

（6）根据题意，由$\overrightarrow{GE}\cdot\overrightarrow{GF}=\left(\overrightarrow{GF}+\overrightarrow{FE}\right)\cdot\overrightarrow{GF}$，再结合空间向量的数量积的定义，代入计算，即可得到结果；

【详解】(1）

由题意可知，每两条棱的夹角为$60°$，又点 E，F，G 分别是棱AB,AD,DC的中点，

则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=a\cdot a\cdot\cos 60°=\frac{1}{2}a^2$；

（2）$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{DB}=a\cdot a\cdot\cos\left(180°-60°\right)=-\frac{1}{2}a^2$；

（3）$\overrightarrow{GF}\cdot\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}a^2$；

（4）$\overrightarrow{EF}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}a\cdot a\cdot\cos 60°=\frac{1}{4}a^2$；

（5）$\overrightarrow{FG}\cdot\overrightarrow{BA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\cdot\left(-\overrightarrow{AB}\right)=-\frac{1}{2}a\cdot a\cdot\cos 60°=-\frac{1}{4}a^2$；

（6）$\overrightarrow{GE}\cdot\overrightarrow{GF}=\left(\overrightarrow{GF}+\overrightarrow{FE}\right)\cdot\overrightarrow{GF}=\left|\overrightarrow{GF}\right|^2+\overrightarrow{FE}\cdot\overrightarrow{GF}=\frac{1}{4}\left|\overrightarrow{CA}\right|^2+\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}\right)$

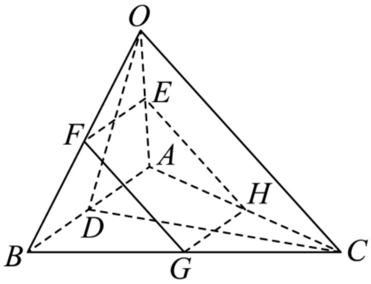
$=\frac{1}{4}\left|\overrightarrow{CA}\right|^2+\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}\right)\cdot\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}\right)=\frac{1}{4}\left|\overrightarrow{CA}\right|^2+\frac{1}{4}\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BC}-\frac{1}{4}\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BA}$

$=\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{4}a\cdot a\cdot\cos 60°-\frac{1}{4}a\cdot a\cdot\cos 60°=\frac{1}{4}a^2$.

3．证明见解析；

【分析】取 AB 的中点 D，联结 OD，CD，证得$AB\perp$平面ODC，$AB\perp OC$，从而有$EH\perp EF$；又 E，F，G，H 分别是 OA，OB，BC，CA 的中点．从而有$EF\underset{=}{\parallel}GH$，结合$EH\perp EF$，证得四边形 EFGH 是矩形.

【详解】取 *AB* 的中点 *D*，联结 *OD*，*CD*，



由 $OA=OB$， $CA=CB$ 知， $OD\perp AB$， $CD\perp AB$， 又 $OD\cap CD=D$，

故 $AB\perp$ 平面 ODC，又 $OC\subset$ 平面 ODC，因此 $AB\perp OC$

又 *E*，*F*，*G*，*H* 分别是 *OA*，*OB*，*BC*，*CA* 的中点．

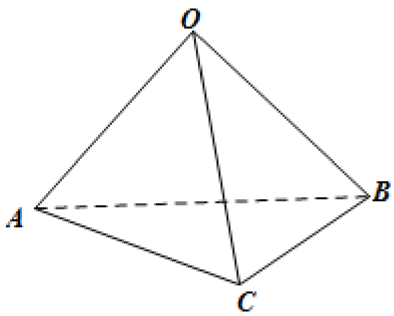
则 EF∥AD，GH∥AD，故 EF∥GH，四边形 *EFGH* 是平行四边形

同理 EH∥GF，且 EH∥OC，又 AB⊥OC，所以 $EH\perp EF$，四边形 *EFGH* 是矩形

4．证明见解析.

【分析】利用向量的运算，计算出 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，从而证明 $OA\perp BC$

【详解】



因为 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}$，

所以 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OA}\cdot\left(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}\right)=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\left|\overrightarrow{OA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OC}\right|\cdot\cos\theta-\left|\overrightarrow{OA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OB}\right|\cdot\cos\theta$,

因为 $OB=OC$， $\angle AOB=\angle AOC=\theta$，所以 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{BC}=\left|\overrightarrow{OA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OC}\right|\cdot\cos\theta-\left|\overrightarrow{OA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OB}\right|\cdot\cos\theta=0$，

所以 $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{BC}$，即 $OA\perp BC$.

5．证明见解析

【分析】利用空间向量的数量积计算得出 $\overrightarrow{CA_1}\cdot\overrightarrow{BD}=0$，可得出 $CA_1\perp BD$，同理可得出 $CA_1\perp BC_1$，结合线面垂直的判定定理可证得结论成立.

【详解】设 $\overrightarrow{CB}=\vec{a}$， $\overrightarrow{CD}=\vec{b}$， $\overrightarrow{CC_1}=\vec{c}$，由于四边形 $ABCD$ 为菱形，则 $CB=CD=CC_1$，即 $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=\left|\vec{c}\right|$，所以，

$\vec{c}\cdot\vec{a}=\left|\vec{c}\right|\cdot\left|\vec{a}\right|\cos 60^\circ=\frac{1}{2}\left|\vec{a}\right|^2$，同理可得 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\frac{1}{2}\left|\vec{a}\right|^2$，由题意可得 $\overrightarrow{CA_1}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$， $\overrightarrow{BD}=\vec{b}-\vec{a}$，所以，

$\overrightarrow{CA_1}\cdot\overrightarrow{BD}=\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)\cdot\left(\vec{b}-\vec{a}\right)=\vec{b}^2-\vec{a}^2+\vec{c}\cdot\vec{b}-\vec{c}\cdot\vec{a}=0$，所以， $CA_1\perp BD$，同理可证 $CA_1\perp BC_1$，因为 $BD\cap BC_1=B$，因此， $CA_1\perp$ 平面 C_1BD.

6．（1） $\frac{\sqrt{5}}{3}$；（2） $\frac{\sqrt{30}}{5}$；（3） $\frac{2}{3}$；（4） $\frac{1}{3}$.

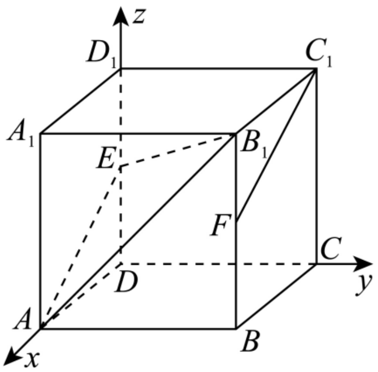
【分析】(1) 建立坐标系，求出向量 $\overrightarrow{A_1B_1}$ 在单位向量 $\vec{u}=\frac{\overrightarrow{B_1E}}{|\overrightarrow{B_1E}|}$ 上的投影，结合勾股定理可得点 A_1 到直线 B_1E 的距离;

（2）先证明 $AE // FC_1$，再转化为点 F 到直线 AE 的距离求解；

（3）求解平面的法向量，利用点到平面的距离公式进行求解；

（4）把直线 FC_1 到平面 AB_1E 的距离转化为 C_1 到平面 AB_1E 的距离，利用法向量进行求解.

【详解】建立如图所示的空间直角坐标系，



则 $A_1(1,0,1), B_1(1,1,1), E(0,0,\frac{1}{2}), F(1,1,\frac{1}{2}), C_1(0,1,1), A(1,0,0)$.

（1）因为 $\overrightarrow{B_1E}=(-1,-1,-\frac{1}{2}), \vec{u}=\frac{\overrightarrow{B_1E}}{|\overrightarrow{B_1E}|}=(-\frac{2}{3},-\frac{2}{3},-\frac{1}{3}), \overrightarrow{A_1B_1}=(0,1,0)$，所以 $\overrightarrow{A_1B_1}\cdot\vec{u}=-\frac{2}{3}$.

所以点 A_1 到直线 B_1E 的距离为 $\sqrt{\overrightarrow{A_1B_1}^2-(\overrightarrow{A_1B_1}\cdot\vec{u})^2}=\sqrt{1-\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

（2）因为 $\overrightarrow{AE}=(-1,0,\frac{1}{2}), \overrightarrow{FC_1}=(-1,0,\frac{1}{2})$，所以 $\overrightarrow{AE}//\overrightarrow{FC_1}$，即 $AE//FC_1$，

所以点 F 到直线 AE 的距离即为直线 FC_1 到直线 AE 的距离

$\vec{u}=\frac{\overrightarrow{AE}}{|\overrightarrow{AE}|}=(-\frac{2\sqrt{5}}{5},0,\frac{\sqrt{5}}{5}), \overrightarrow{AF}=(0,1,\frac{1}{2})$.，$\overrightarrow{AF}^2=\frac{5}{4}, \overrightarrow{AF}\cdot\vec{u}=\frac{\sqrt{5}}{10}$,

所以直线 FC_1 到直线 AE 的距离为 $\sqrt{\frac{5}{4}-(\frac{\sqrt{5}}{10})^2}=\frac{\sqrt{30}}{5}$.

（3）设平面 AB_1E 的一个法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，$\overrightarrow{AB_1}=(0,1,1), \overrightarrow{AE}=(-1,0,\frac{1}{2}), \overrightarrow{AA_1}=(0,0,1)$.

由 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB_1}=y+z=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}=-x+\frac{1}{2}z=0,\end{cases}$，令 $z=2$，则 $y=-2, x=1$，即 $\vec{n}=(1,-2,2)$.

设点 A_1 到平面 AB_1E 的距离为 d，则 $d=\frac{|\overrightarrow{AA_1}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|}=\frac{2}{3}$，即点 A_1 到平面 AB_1E 的距离为 $\frac{2}{3}$.

（4）因为 $AE//FC_1$，所以 FC_1 // 平面 AB_1E，所以直线 FC_1 到平面 AB_1E 的距离等于 C_1 到平面 AB_1E 的距离.。

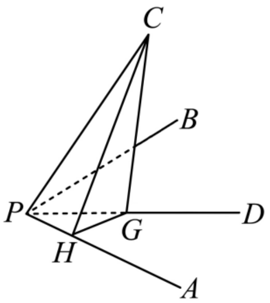
$\overrightarrow{C_1B_1}=(1,0,0)$，由（3）得平面 AB_1E 的一个法向量为 $\vec{n}=(1,-2,2)$，

所以 C_1 到平面 AB_1E 的距离为 $\frac{|\overrightarrow{C_1B_1}\cdot\vec{n}|}{|\vec{n}|}=\frac{1}{3}$，所以直线 FC_1 到平面 AB_1E 的距离为 $\frac{1}{3}$.

7．B

【分析】作图，找到直线PC在平面PAB上的投影在构建多个直角三角形，找出边与角之间的关系，继而得到线面角；也可将PA,PB,PC三条射线截取出来放在正方体中进行分析.

【详解】解法一：如图，设直线PC在平面PAB的射影为PD，



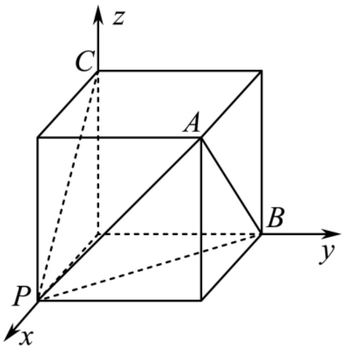
作$CG\perp PD$于点G，$CH\perp PA$于点H，连接HG，

易得$CG\perp PA$，又$CH\cap CG=C,CH,CG\subset$平面CHG，则$PA\perp$平面CHG，又$HG\subset$平面CHG，则$PA\perp HG$，

有$\begin{cases}\cos\angle CPA=\dfrac{PH}{PC}\\ \cos\angle CPD\times\cos\angle APD=\dfrac{PG}{PC}\cdot\dfrac{PH}{PG}=\dfrac{PH}{PC}\end{cases}$故$\cos\angle CPA=\cos\angle CPD\times\cos\angle APD$.

已知$\angle APC=60°,\angle APD=30°$，故$\cos\angle CPD=\dfrac{\cos\angle CPA}{\cos\angle APD}=\dfrac{\cos60°}{\cos30°}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$为所求.

解法二：如图所示，把PA,PB,PC放在正方体中，PA,PB,PC的夹角均为$60°$.



建立如图所示的空间直角坐标系，设正方体棱长为1，

则$P(1,0,0),C(0,0,1),A(1,1,1),B(0,1,0)$，所以$\overrightarrow{PC}=(-1,0,1),\overrightarrow{PA}=(0,1,1),\overrightarrow{PB}=(-1,1,0)$，

设平面PAB的法向量$\vec{n}=(x,y,z)$，则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PA}=y+z=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{PB}=-x+y=0\end{cases}$

令$x=1$，则$y=1,z=-1$，所以$\vec{n}=(1,1,-1)$，

所以$\cos\langle\overrightarrow{PC},\vec{n}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{PC}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{PC}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{-2}{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}=\dfrac{-\sqrt{6}}{3}$.

设直线PC与平面PAB所成角为θ，所以$\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{PC},\vec{n}\rangle|=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

所以$\cos\theta=\sqrt{1-\sin^2\theta}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

故选B.

8．（1）90°（2）45°（3）$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

【分析】（1）作 $AO\perp BC$ 于点 O，连 DO，以点 O 为原点，OD，OC，OA 的方向分别为 x 轴、y 轴、z 轴方向，建立坐标系，利用空间向量法求出异面直线所成的角；

（2）显然平面 BCD 的一个法向量为 $\vec{n_1}=(0,0,1)$，利用空间向量法求出线面角；

（3）求出平面 CBD 的一个法向量为 $\vec{n_1}$ 以及平面 ABD 的一个法向量为 $\vec{n_2}$，求出两法向量的余弦值的绝对值即为平面 ABD 和平面 BDC 的夹角的余弦值.

【详解】解：设 $AB=1$，作 $AO\perp BC$ 于点 O，连 DO，以点 O 为原点，OD，OC，OA 的方向分别为 x 轴、y 轴、z 轴方向，建立坐标系，得下列坐标：

$O(0,0,0)$，$D\left(\frac{\sqrt{3}}{2},0,0\right)$，$B\left(0,\frac{1}{2},0\right)$，$C\left(0,\frac{3}{2},0\right)$，$A\left(0,0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

（1）$\overrightarrow{AD}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},0,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$\overrightarrow{BC}=(0,1,0)$

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},0,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot(0,1,0)=0$，所以 AD 与 BC 所成角等于 90°.

（2）$\overrightarrow{AD}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},0,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，显然 $\vec{n_1}=(0,0,1)$ 为平面 BCD 的一个法向量

$$\left|\cos<\overrightarrow{AD},\vec{n_1}>\right|=\frac{\left|-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}\times 1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

∴，直线 AD 与平面 BCD 所成角的大小 45°

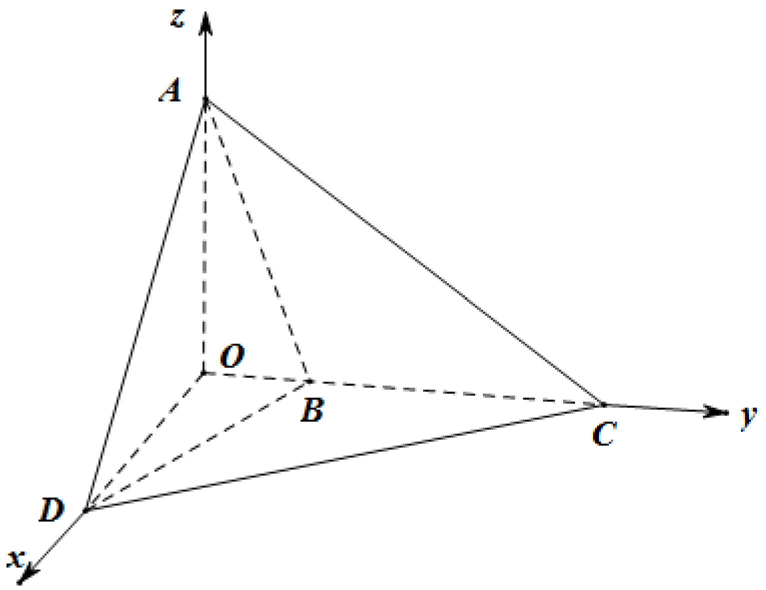
（3）设平面 ABD 的法向量为 $\vec{n_2}=(x,y,z)$ 则 $\overrightarrow{AB}=\left(0,\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

所以 $\begin{cases}\vec{n_2}\cdot\overrightarrow{AB}=0\\ \vec{n_2}\cdot\overrightarrow{AD}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}\frac{1}{2}y-\frac{\sqrt{3}}{2}z=0\\ \frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{\sqrt{3}}{2}z=0\end{cases}$，令 $z=1$，则 $x=1$，$y=\sqrt{3}$

则 $\vec{n_2}=(1,\sqrt{3},1)$

设平面 ABD 和平面 BDC 的夹角为 θ，则 $|\cos\theta|=\frac{|\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}|\times|\vec{n_2}|}=\frac{1}{1\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

因此平面 ABD 和平面 BDC 的夹角的余弦为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.



9. $\frac{\pi}{3}$

【分析】利用向量求解，$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$，两边平方可求平面$\alpha$与平面$\beta$的夹角.

【详解】设平面α与平面β的夹角为θ，

由$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$可得

$\overrightarrow{CD}^2=\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}\right)^2=\overrightarrow{CA}^2+\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{BD}^2+2\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}+2\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{BD}$

$=36+16+64+2\left|\overrightarrow{CA}\right|\left|\overrightarrow{BD}\right|\cos\left\langle\overrightarrow{CA},\overrightarrow{BD}\right\rangle$

$=116-96\cos\theta$

所以$\cos\theta=\frac{1}{2}$，即平面α与平面β的夹角为$\frac{\pi}{3}$.

10. $\frac{7}{8}$

【分析】连结ND，取ND的中点E，连结ME，推导出异面直线AN，CM所成角就是$\angle EMC$，利用余弦定理解三角形，能求出结果.

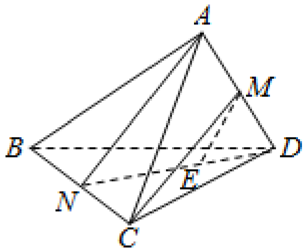
【详解】连结ND，取ND的中点E，连结ME，则$ME//AN$，$\therefore\angle EMC$是异面直线AN，CM所成的角，

$\because AN=2\sqrt{2}$，$\therefore ME=\sqrt{2}=EN$，$MC=2\sqrt{2}$，

又$\because EN\perp NC$，$\therefore EC=\sqrt{EN^2+NC^2}=\sqrt{3}$，

$\therefore\cos\angle EMC=\frac{EM^2+MC^2-EC^2}{2EM\times MC}=\frac{2+8-3}{2\times\sqrt{2}\times2\sqrt{2}}=\frac{7}{8}$，

$\therefore$异面直线AN，CM所成的角的余弦值为$\frac{7}{8}$.



11．（1）证明见解析；（2）证明见解析．

【分析】（1）根据空间向量平行的坐标表示即可证出；

（2）根据空间向量垂直的坐标表示即可证出．

【详解】（1）因为$\vec{u}//\overrightarrow{P_0P}$，$\overrightarrow{P_0P}=\left(x-x_0,y-y_0,z-z_0\right)$，所以$\overrightarrow{P_0P}=\lambda\vec{u}$，

即$x-x_0=\lambda a,y-y_0=\lambda b,z-z_0=\lambda c$，因为$abc\neq 0$，所以$\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}=\lambda$．

（2）因为$\vec{u}\perp\overrightarrow{P_0P}$，$\vec{u}=(a,b,c)$，$\overrightarrow{P_0P}=\left(x-x_0,y-y_0,z-z_0\right)$，

所以$a\left(x-x_0\right)+b\left(y-y_0\right)+c\left(z-z_0\right)=0$．

12．（1）$|MN|=\sqrt{a^2-\sqrt{2}a+1}$；（2）$a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时，$|MN|$最小，最小值为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；（3）$\dfrac{1}{3}$

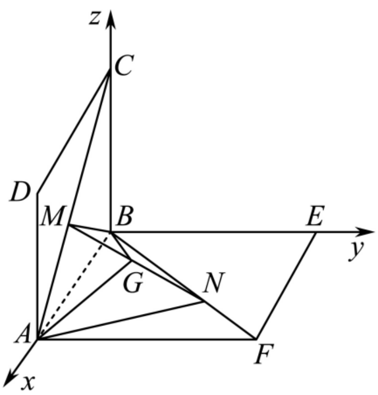
【分析】以B为坐标原点，分别以BA、BE、BC所在直线为x、y、z轴建立空间直角坐标系，求得A、C、F、E、M、N的坐标．

（1）直接由两点间的距离公式可得$|MN|$；

（2）把（1）中求得$|MN|$利用配方法求最值；

（3）由（2）可知，当M，N为中点时，MN最短，求出M、N的坐标，取MN的中点G，连接AG，BG，可得G的坐标，连接AG，BG，得到$\angle AGB$是平面MNA与平面MNB的夹角或其补角，再由$\overrightarrow{GA}$与$\overrightarrow{GB}$的夹角求解．

【详解】解：如图建立空间直角坐标系，



$A\left(1,0,0\right)$，$C\left(0,0,1\right)$，$F\left(1,1,0\right)$，$E\left(0,1,0\right)$，

$\because CM=BN=a$，$\therefore M\left(\dfrac{a}{\sqrt{2}},0,1-\dfrac{a}{\sqrt{2}}\right)$，$N\left(\dfrac{a}{\sqrt{2}},\dfrac{a}{\sqrt{2}},0\right)$．

（1）$|MN|=\sqrt{(\dfrac{a}{\sqrt{2}}-\dfrac{a}{\sqrt{2}})^2+(0-\dfrac{a}{\sqrt{2}})^2+(1-\dfrac{a}{\sqrt{2}})^2}=\sqrt{a^2-\sqrt{2}a+1}$；

（2）$|MN|=\sqrt{a^2-\sqrt{2}a+1}=\sqrt{(a-\dfrac{\sqrt{2}}{2})^2+\dfrac{1}{2}}$，

当 $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，$|MN|$ 最小，最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$；

（3）由（2）可知，当 M，N 为中点时，MN 最短，

则 $M(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$，$N(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$，取 MN 的中点 G，连接 AG，BG，

则 $G(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$，

$\because AM=AN$，$BM=BN$，$\therefore AG\perp MN$，$BG\perp MN$，

$\therefore \angle AGB$ 是平面 MNA 与平面 MNB 的夹角或其补角.

$\because \overrightarrow{GA}=\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{4}\right)$，$\overrightarrow{GB}=(-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{4})$，

$$\therefore \cos\left\langle \overrightarrow{GA},\overrightarrow{GB}\right\rangle=\frac{\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}}{\left|\overrightarrow{GA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{GB}\right|}=\frac{-\frac{1}{8}}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{4}\right)^2+\left(-\frac{1}{4}\right)^2}\cdot\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{4}\right)^2+\left(-\frac{1}{4}\right)^2}}=-\frac{1}{3}.$$

$\therefore$ 平面 MNA 与平面 MNB 夹角的余弦值是 $\frac{1}{3}$.

13.（1）$\left|AC'\right|=\sqrt{2a^2+b^2-2ab}$；（2）$\frac{b}{\sqrt{4a^2+2b^2}}$.

【分析】（1）利用基底表示向量 $\overrightarrow{AC'}$，再利用数量积求模；（2）转化为利用向量数量积求直线夹角的余弦值.

【详解】$\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$，

所以 $\left|\overrightarrow{AC'}\right|=\sqrt{\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)^2}\quad=\sqrt{\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AD}^2+\overrightarrow{AA'}^2+2\left(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AA'}\right)}$

$=\sqrt{2a^2+b^2-2ab}$

$\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}$，

所以 $\left|\overrightarrow{BD'}\right|=\sqrt{\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}\right)^2}\quad=\sqrt{\overrightarrow{BA}^2+\overrightarrow{BC}^2+\overrightarrow{BB'}^2+2\left(\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BB'}\right)}$

$=\sqrt{2a^2+b^2}$

$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$，$\left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{2}a$

$\overrightarrow{BD'}\cdot\overrightarrow{AC}=\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)=-ab$，

$$\cos<\overrightarrow{BD'},\overrightarrow{AC}>=\frac{\overrightarrow{BD'}\cdot\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{BD'}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\frac{-ab}{\sqrt{2a^2+b^2}\sqrt{2}a}=\frac{-b}{\sqrt{4a^2+2b^2}},$$

所以直线 BD' 与 AC 所成角的余弦值为 $\frac{b}{\sqrt{4a^2+2b^2}}$.

14．$120°$

【分析】可连接 BO，DO，根据正方形的对角线互相垂直有 $BO\perp AC$，$DO\perp AC$，而折成的为直二面角，从而平面 $ABC\perp$ 平面 ADC，从而可得到 $BO\perp$ 平面 ADC，可得出 OD，OC，OB 三直线两两垂直，从而可分别以这三直线为 *x*，*y*，*z* 轴，建立空间直角坐标系．然后求出空间一些点的坐标，从而可以得出向量 $\vec{OE},\vec{OF}$ 的坐标，这样可根据向量夹角的余弦公式求出向量 $\vec{OE},\vec{OF}$ 的夹角，从而得出 $\angle EOF$ 的大小.

【详解】折起后的图形如下所示，连接 BO，DO，则 $BO\perp AC$，$DO\perp AC$；

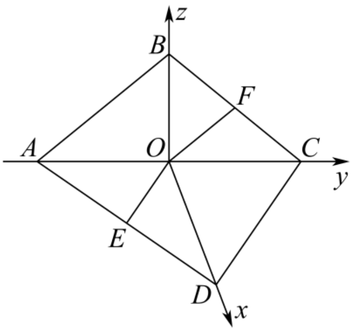
又平面 $ABC\perp$ 平面 ADC，平面 $ABC\cap$ 平面 $ADC=AC$；$\therefore BO\perp$ 平面 ADC；

$\therefore OD$，OC，OB 三直线两两垂直，分别以这三直线为 x，y，z 轴，建立空间直角坐标系

设正方形的对角线长为 2，则可确定以下点坐标：

O(0,0,0)，A(0,-1,0)，D(1,0,0)，E($\frac{1}{2},-\frac{1}{2}$,0)，B(0,0,1)，C(0,1,0)，F(0,$\frac{1}{2},\frac{1}{2}$)；

$\therefore \overrightarrow{OE}=(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},0),\overrightarrow{OF}=(0,\frac{1}{2},\frac{1}{2})$；$\therefore \cos<\overrightarrow{OE},\overrightarrow{OF}>=\frac{\overrightarrow{OE}\cdot\overrightarrow{OF}}{|\overrightarrow{OE}||\overrightarrow{OF}|}=\frac{-\frac{1}{4}}{\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}}}=-\frac{1}{2}$；$\therefore <\overrightarrow{OE},\overrightarrow{OF}>=120°$；$\therefore \angle EOF=120°$.

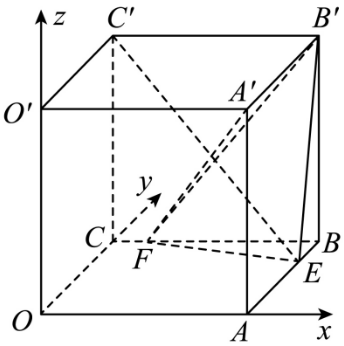


15．(1)证明见解析　　　(2) $2\sqrt{2}$

【分析】（1）构建空间直角坐标系，令 $|AE|=|BF|=m$ 且 $0\le m\le a$，应用向量法求证 $\overrightarrow{C'E}\perp\overrightarrow{A'F}$ 垂直即可；

（2）由三棱锥体积最大，只需△BEF 面积最大求出参数 m，再标出相关点的坐标，求平面 $B'EF$ 与平面 BEF 的法向量，进而求它们夹角的余弦值，即可得正切值.

【详解】（1）如下图，构建空间直角坐标系 $O-xyz$，令 $|AE|=|BF|=m$ 且 $0\le m\le a$，



所以 $C'(0,a,a)$，$A'(a,0,a)$，$E(a,m,0)$，$F(a-m,a,0)$，

则 $\overrightarrow{C'E}=(a,m-a,-a)$，$\overrightarrow{A'F}=(-m,a,-a)$，故 $\overrightarrow{C'E}\cdot\overrightarrow{A'F}=-am+a(m-a)+a^2=0$，

所以 $\overrightarrow{C'E}\perp\overrightarrow{A'F}$，即 $A'F\perp C'E$.

（2）由（1）可得三棱锥 $B'-BEF$ 体积取最大，即 $\triangle BEF$ 面积 $S_{\triangle BEF}=\frac{1}{2}m(a-m)=-\frac{1}{2}\left(m-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{8}$ 最大，

所以当 $m=\frac{a}{2}$ 时 $(S_{\triangle BEF})_{\max}=\frac{a^2}{8}$，故 E、F 为 AB、BC 上的中点，

所以 $E\left(a,\frac{a}{2},0\right)$，$F\left(\frac{a}{2},a,0\right)$，$B'(a,a,a)$，故 $\overrightarrow{EB'}=\left(0,\frac{a}{2},a\right)$，$\overrightarrow{FB'}=\left(\frac{a}{2},0,a\right)$，

若 $\vec{m}=(x,y,z)$ 为平面 $B'EF$ 的法向量，则 $\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{EB'}=\dfrac{a}{2}y+az=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{FB'}=\dfrac{a}{2}x+az=0\end{cases}$，令 $z=-1$，故 $\vec{m}=(2,2,-1)$，

又面 BEF 的法向量为 $\vec{n}=(0,0,1)$，

所以 $\left|\cos\left\langle\vec{m},\vec{n}\right\rangle\right|=\dfrac{\left|\vec{m}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\vec{m}\right|\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{|-1|}{3\times 1}=\dfrac{1}{3}$，

设平面 $B'EF$ 与平面 BEF 的夹角为 θ，由图可知 θ 为锐角，则 $\cos\theta=\dfrac{1}{3}$，所以 $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，

所以 $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=2\sqrt{2}$，

所以平面 $B'EF$ 与平面 BEF 的夹角正切值为 $2\sqrt{2}$.

16．$\sqrt{l^2-m^2-n^2\pm 2mn\cos\theta}$.

【分析】依题意，$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA'}+\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{AF}$，两边平方，结合条件，即可求得公垂线段 AA' 的长.

【详解】依题意，$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA'}+\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{AF}$，平方得

$\overrightarrow{EF}^2=\left(\overrightarrow{EA'}+\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{AF}\right)^2=\overrightarrow{EA'}^2+\overrightarrow{A'A}^2+\overrightarrow{AF}^2+2\overrightarrow{EA'}\cdot\overrightarrow{A'A}+2\overrightarrow{A'A}\cdot\overrightarrow{AF}+2\overrightarrow{EA'}\cdot\overrightarrow{AF}$，

因为 $\overrightarrow{AA'}\perp\overrightarrow{EA'}$，$\overrightarrow{AA'}\perp\overrightarrow{AF}$，$\left\langle\overrightarrow{EA'},\overrightarrow{AF}\right\rangle=\theta$ 或 $\pi-\theta$，

所以 $l^2=m^2+\overrightarrow{A'A}^2+n^2\pm 2mn\cos\theta$，

故 $\left|\overrightarrow{A'A}\right|=\sqrt{l^2-m^2-n^2\pm 2mn\cos\theta}$.

17．$3x-2y=0$ 或 $x+y-5=0$

【分析】讨论截距为不为 0,分别求出直线即可.

【详解】（1）当截距为 0 时：直线为 $3x-2y=0$。

（2）当截距不为 0 时，设截距为 a,则直线为 $x+y=a$，将 $P(2,3)$ 代入解得 $a=5$，

所以直线为 $x+y-5=0$.

综上所述：直线为 $3x-2y=0$ 或 $x+y-5=0$.

18．证明见解析.

【分析】将点 $P_0(x_0,y_0)$ 代入直线 $Ax+By+C=0$ 中，可得 $Ax_0+By_0+C=0$ 与已知直线方程联立即可求证.

【详解】因为点 $P_0(x_0,y_0)$ 在直线 $Ax+By+C=0$ 上，所以 $Ax_0+By_0+C=0$，

所以 $Ax_0+By_0+C=Ax+By+C$，即 $Ax+By-Ax_0-By_0=0$，

整理可得：$A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$.

19．$-\dfrac{1}{3}$

【分析】设直线 l 的方程为 $y=kx+b$，平移后的方程为 $y=k(x+3)+b+1=kx+3k+b+1$，根据截距相同，求得 k.

【详解】由题知直线斜率存在，故设直线 l 的方程为 $y=kx+b$，

则根据平移过程知，平移后的方程为 $y=k(x+3)+b+1=kx+3k+b+1$，