

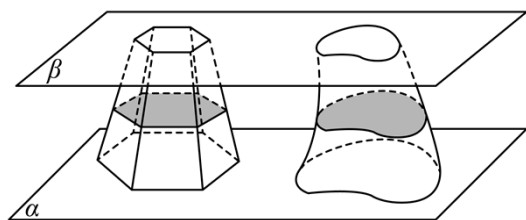
新疆乌鲁木齐市第一中学 2023-2024 学年高一下学期期末考试

数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 甲、乙两名同学参加了一次篮球比赛的全部 7 场比赛, 平均每场得分都是 16 分, 标准差分别为 3.5 和 4.62, 则甲、乙两名同学在这次篮球比赛中, 发挥更稳定的是 ()
- A. 甲 B. 乙 C. 甲、乙相同 D. 不能确定
2. 设 m, n 为两条直线, α, β 为两个平面, 若 $\alpha \perp \beta$, 则 ()
- A. 若 $m // \alpha, n // \beta$, 则 $m \perp n$ B. 若 $m \perp \alpha, n // \beta$, 则 $m \perp n$
- C. 若 $m \perp \alpha, n \perp \beta$, 则 $m \perp n$ D. 若 $m \subset \alpha, n \subset \beta$, 则 $m \perp n$
3. 对空中移动的目标连续射击两次, 设 $A = \{\text{两次都击中目标}\}$, $B = \{\text{两次都没击中目标}\}$, $C = \{\text{恰有一次击中目标}\}$, $D = \{\text{至少有一次击中目标}\}$, 下列关系不正确的是 ()
- A. $A \subseteq D$ B. $B \cap D = \emptyset$
- C. $A \cup C = D$ D. $A \cup C = B \cup D$
4. 中国南北朝时期数学家、天文学家祖冲之、祖暅父子总结了魏晋时期著名数学家刘徽的有关工作, 提出“幂势既同, 则积不容异”. “幂”是截面积, “势”是几何体的高. 详细点说就是, 界于两个平行平面之间的两个几何体, 被任一平行于这两个平面的平面所截, 如果两个截面的面积相等, 则这两个几何体的体积相等. 上述原理在中国被称为祖暅原理. 一个上底面边长为 1, 下底面边长为 2, 高为 $2\sqrt{3}$ 的正六棱台与一个不规则几何体满足“幂势既同”, 则该不规则几何体的体积为 ()

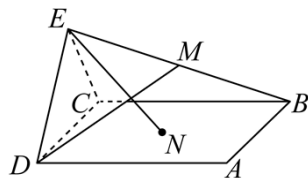


- A. 16 B. $16\sqrt{3}$ C. $18\sqrt{3}$ D. 21
5. 某工厂生产 A, B, C 三种不同型号的产品, 产量之比为 2: 3: 5. 现用分层抽样的方法抽取 1 个容量为 n 的样本, 若样本中 A 种型号的产品有 16 件, 则样本容量 $n =$ ()
- A. 40 B. 60 C. 80 D. 100

6. 某人有 4 把钥匙，其中 2 把能打开门，如果随即地取一把钥匙试着开门，把不能开门的钥匙扔掉，那么第二次才能打开门的概率有多大？（ ）

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{6}$

7. 如图，点 N 为正方形 $ABCD$ 的中心， $\triangle ECD$ 为正三角形，平面 $ECD \perp$ 平面 $ABCD$ ， M 是线段 EB 的中点，则（ ）



- A. $DM \neq EN$ ，且直线 DM 、 EN 是异面直线
 B. $DM = EN$ ，且直线 DM 、 EN 是异面直线
 C. $DM \neq EN$ ，且直线 DM 、 EN 是相交直线
 D. $DM = EN$ ，且直线 DM 、 EN 是相交直线

8. 已知圆锥的高为 3，底面半径为 $\sqrt{3}$ ，若该圆锥的顶点与底面的圆周都在同一个球面上，则这个球的体积与圆锥的体积的比值为

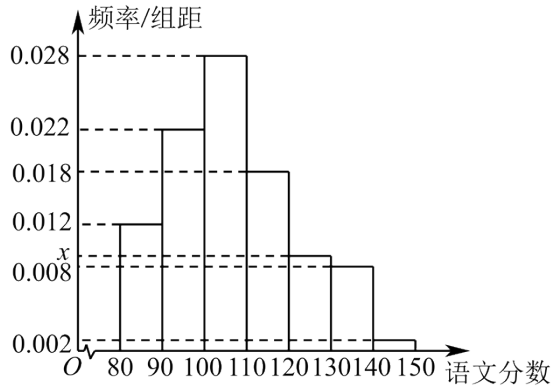
- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{32}{9}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{25}{9}$

二、多选题

9. (多选) 一组数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的平均值为 5，方差为 2，极差为 7，中位数为 6，记 $3x_1 - 1, 3x_2 - 1, 3x_3 - 1, \dots, 3x_n - 1$ 的平均值为 a ，方差为 b ，极差为 c ，中位数为 d ，则（ ）

- A. $a = 14$ B. $b = 12$ C. $c = 21$ D. $d = 17$

10. 某中学为研究本校高二学生在市联考中的语文成绩，随机抽取了 100 位同学的语文成绩作为样本，得到以 $[80, 90)$ ， $[90, 100)$ ， $[100, 110)$ ， $[110, 120)$ ， $[120, 130)$ ， $[130, 140)$ ， $[140, 150]$ 分组的样本频率分布直方图如图. 则下列说法正确的是（ ）



A. $x = 0.01$

B. 样本内语文分数在 $[100, 110)$ 有 28 位同学

C. 用该图表估计本次联考该校语文成绩的中位数为 $\frac{740}{7}$

D. 从全校高二学生中随机选出 1 人，则该学生成绩在 $[80, 100)$ 中的概率为 0.034

11. 棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 为线段 CC_1 上一点（不包括端点），点 Q 为 D_1B 上的动点，下列结论成立的有（ ）

A. 过 AD_1P 的截面截正方体所得的截面多边形为等腰梯形

B. $QA + QD$ 的最小值为 $\sqrt{3}$

C. 当点 P 为线段 CC_1 中点时，三棱锥 $P - BDD_1$ 的外接球的半径为 $\frac{5}{6}\sqrt{2}$

D. P, Q 两点间的最短距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

三、填空题

12. 某新能源汽车 4S 店五月份的前 8 天汽车销量（单位：辆）分别为：3, 7, 11, 5, 8, 15, 21, 9，则这组数据的 75% 分位数为_____.

13. 已知甲、乙、丙、丁四人各自独立解决某一问题的概率分别是 0.5, 0.4, 0.3, a ，如果甲、乙、丙至少有一人解决该问题的概率不小于丁独立解决这一问题的概率，则 a 的最大值是_____.

14. 已知圆锥的底面半径为 2，母线长为 4， AB 为圆锥底面圆的直径， C 是 AB 的中点， D 是母线 SA 的中点，则圆锥的表面积为_____．异面直线 SC 与 BD 所成角的余弦值为_____.

四、解答题

15. 某校高二年级共有 800 名学生参加 2021 年全国高中数学联赛初赛, 为了解学生成绩, 现随机抽取 40 名学生的成绩(单位: 分), 并列出了频数分布表如下:

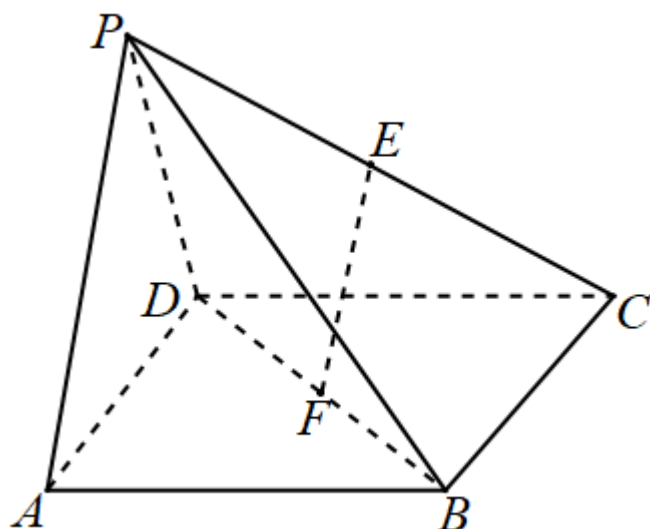
分组	[0, [30	[60, [90, [120			
频数	5	7	13	10	5

(1) 试估计该年级成绩不低于 90 分的学生人数;

(2) 成绩在区间 $[120, 150]$ 上的 5 名学生中有 3 名男生, 2 名女生, 现从中随机选出 2 名学生参加访谈, 求恰好选中一名男生和一名女生的概率.

16. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 为矩形, $\triangle PAD$ 为等腰三角形,

$\angle APD = 90^\circ$, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 且 $AB = 1, AD = 2, E, F$ 分别为 PC 和 BD 的中点.



(1) 证明: $EF \parallel$ 平面 PAD ;

(2) 证明: 平面 $PDC \perp$ 平面 PAD .

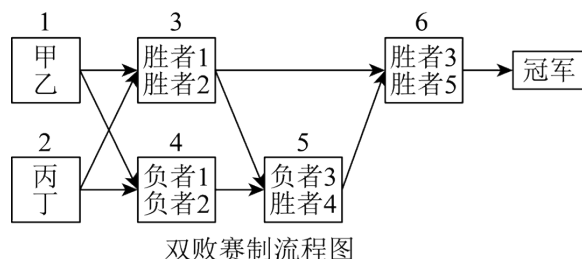
17. 某学校组织校园安全知识竞赛. 在初赛中有两轮答题, 第一轮从 A 类的 5 个问题中任选两题作答, 若两题都答对, 则得 40 分, 否则得 0 分; 第二轮从 B 类的 5 个问题中任选两题作答, 每答对 1 题得 30 分, 答错得 0 分. 若两轮总积分不低于 60 分则晋级复赛.

小芳和小明同时参赛, 已知小芳每个问题答对的概率都为 0.5. 在 A 类的 5 个问题中, 小明只能答对 4 个问题; 在 B 类的 5 个问题中, 小明每个问题答对的概率都为 0.4. 他们回答任一问题正确与否互不影响.

(2)以晋级复赛的概率大小为依据,小芳和小明谁更容易晋级复赛?

(2)求二面角 $B-D_1C_1-A_1$ 的余弦值;

19. 第 19 届亚运会将于 2023 年 9 月 23 日至 10 月 8 日举办，本届亚运会共设 40 个竞赛大项。其中首次增设了电子竞技项目。与传统的淘汰赛不同，近年来一个新型的赛制“双败赛制”赢得了许多赛事的青睐。传统的淘汰赛失败一场就丧失了冠军争夺的权利，而在双败赛制下，每人或者每个队伍只有失败了两场才会淘汰出局，因此更有容错率。假设最终进入到半决赛有四支队伍，淘汰赛制下会将他们四支队伍两两分组进行比赛，胜者进入到总决赛，总决赛的胜者即为最终的冠军。双败赛制下，两两分组，胜者进入到胜者组，败者进入到败者组，胜者组两个队伍对决的胜者将进入到总决赛，败者进入到败者组。之前进入到败者组的两个队伍对决的败者将直接淘汰，胜者将跟胜者组的败者对决，其中的胜者进入总决赛，最后总决赛的胜者即为冠军，双败赛制下会发现一个有意思的事情，在胜者组中的胜者只要输一场比赛即总决赛就无法拿到冠军，但是其它的队伍却有一次失败的机会，近年来从败者组杀上来拿到冠军的不在少数，因此很多人戏谑这个赛制对强者不公平，是否真的如此呢？



这里我们简单研究一下两个赛制，假设四支队伍分别为 A 、 B 、 C 、 D ，其中 A 对阵其他三个队伍获胜概率均为 p ，另外三支队伍彼此之间对阵时获胜概率均为 $\frac{1}{2}$ 。最初分组时 AB 同组，

CD 同组.

(1)若 $p = \frac{3}{4}$, 在淘汰赛赛制下, A 、 C 获得冠军的概率分别为多少?

(2)分别计算两种赛制下 A 获得冠军的概率 (用 p 表示), 并据此简单分析一下双败赛制下对队伍的影响, 是否如很多人质疑的“对强者不公平”?

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	D	D	C	B	D	B	ACD	ABC
题号	11									
答案	ABD									

1. A

【分析】根据给定条件，利用平均数、标准差的意义即可判断作答.

【详解】因甲、乙平均每场得分相同，都是 16 分，而甲的标准差 3.5 小于乙的标准差 4.62，即甲每场比赛的得分波动较乙的小，甲发挥更稳定.

故选: A

2. C

【分析】根据题意，利用线面位置关系的判定定理和性质定理，逐项判定，即可求解.

【详解】对于 A 中，若 $\alpha \perp \beta$ 且 $m // \alpha, n // \beta$ ，则 m 与 n 平行、相交或异面，所以 A 不正确;

对于 B 中，若 $\alpha \perp \beta$ 且 $m \perp \alpha, n // \beta$ ，则 m 与 n 平行、相交或异面，所以 B 不正确;

对于 C 中，若 $\alpha \perp \beta$ 且 $m \perp \alpha, n \perp \beta$ ，

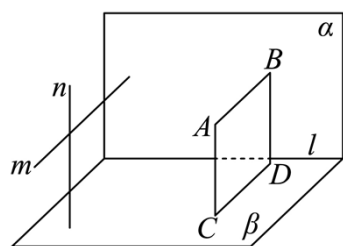
如图所示，取点 A，过点 A，作 $AB \perp \alpha, AC \perp \beta$ ，则 $AB // m, AC // n$ ，

设 $\alpha \cap \beta = l$ ，可得 $AB \perp l, AC \perp l$ ，因为 $AB \cap AC = A$ ，且 $AB, AC \subset$ 平面 $ABDC$ ，

所以 $l \perp$ 平面 $ABDC$ ，又因为 $BD, CD \subset$ 平面 $ABDC$ ，所以 $l \perp BD, l \perp CD$ ，

所以 $\angle BDC$ 为 α 与 β 所成角的平面角，由 $\alpha \perp \beta$ ，可得 $\angle BDC = 90^\circ$ ，即 $BD \perp CD$ ，

所以四边形 $ABDC$ 为矩形，所以 $AB \perp AC$ ，所以 $m \perp n$ ，所以 C 正确;



对于 D 中，若 $\alpha \perp \beta$ 且 $m \subset \alpha, n \subset \beta$ ，则 m 与 n 平行、相交或异面，所以 D 不正确.

故选: C.

3. D

【分析】根据事件之间的关系与运算对选项一一判断即可得出答案.

【详解】对于选项 A，事件 A 包含于事件 D，故 A 正确;

对于选项 B，由于事件 B, D 不能同时发生，故 $B \cap D = \emptyset$ ，故 B 正确;

对于选项 C，由题意知 C 正确；

对于选项 D，由于 $A \cup C = D = \{\text{至少有一次击中目标}\}$ ，不是必然事件；

而 $B \cup D$ 为必然事件，所以 $A \cup C \neq B \cup D$ ，故 D 不正确。

故选：D.

4. D

【分析】由祖暅原理知不规则几何体的体积与正六棱台体积相等即可求解.

【详解】由祖暅原理，该不规则几何体体积与正六棱台体积相等，

$$\text{故 } V = \frac{1}{3}(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)h = \frac{1}{3} \times \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{6\sqrt{3}}{2} + \frac{12\sqrt{3}}{2} \right) \times 2\sqrt{3} = 21.$$

故选：D

5. C

【分析】设 A 种型号的产品有 $2x$ 件，利用分层抽样性质列方程可求 n .

【详解】设 A 种型号的产品有 $2x$ 件，

因为 A, B, C 三种不同型号的产品，产量之比为 2: 3: 5，

所以 B 种型号的产品有 $3x$ 件，C 种型号的产品有 $5x$ 件，

$$\text{由已知可得 } \frac{16}{2x} = \frac{n}{2x + 3x + 5x},$$

所以 $n = 80$ ，

故选：C.

6. B

【分析】由古典概型概率计算公式结合乘法公式即可求解.

【详解】根据题意，第二次才能打开门，说明第一次没有打开门，故第一次没有打开门的概率为 $\frac{1}{2}$ ，

把没有打开门的钥匙扔掉，故剩下 3 把钥匙，所以此时能打开门的概率是 $\frac{2}{3}$ ，

$$\text{故第二次才能打开门的概率是 } \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

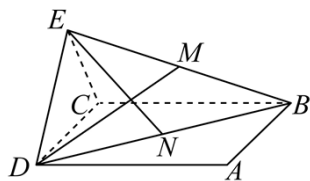
故选：B.

7. D

【分析】连接 BD ，可得 N 是 BD 的中点，可得 DM 与 EN 相交，进而可证 $\angle ECB \cong \angle DCB$ ，

从而可得 $EB = DB$ ，从而可得 $EN = DM$.

【详解】连接 BD ,



因为点 N 为正方形 $ABCD$ 的中心, 所以 N 是 BD 的中点,

所以 $DM, EN \subset$ 平面 BDE , 所以 DM 与 EN 相交,

因为四边形 $ABCD$ 是正方形, 所以 $BC \perp CD$,

又因为平面 $ECD \perp$ 平面 $ABCD$, 平面 $ECD \cap$ 平面 $ABCD = CD$,

所以 $BC \perp$ 平面 ECD , 因为 $EC, CD \subset$ 平面 ECD , 所以 $BC \perp EC, BC \perp CD$,

又因为 $\triangle ECD$ 是等边三角形, 所以 $EC = CD$,

所以 $\triangle ECB \cong \triangle DCB$, 所以 $EB = DB$, 又因为 M 是 BE 的中点,

所以 $EN = DM$.

故选: D.

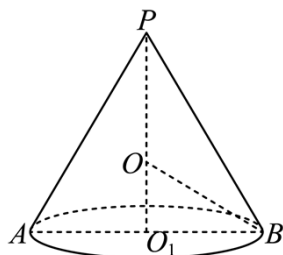
8. B

【分析】计算求半径为 $R=2$, 再计算球体积和圆锥体积, 计算得到答案.

【详解】如图所示: 设球半径为 R , 则 $R^2 = (3-R)^2 + \sqrt{3}^2$, 解得 $R=2$.

故求体积为: $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32}{3}\pi$, 圆锥的体积: $V_2 = \frac{1}{3}\pi \sqrt{3}^2 \times 3 = 3\pi$, 故 $\frac{V_1}{V_2} = \frac{32}{9}$.

故选: B.



【点睛】本题考查了圆锥, 球体积, 圆锥的外接球问题, 意在考查学生的计算能力和空间想象能力.

9. ACD

【分析】根据平均数、方差、极差、中位数定义及性质求解即可.

【详解】由题意可得 $a = 3 \times 5 - 1 = 14$, $b = 3^2 \times 2 = 18$, $c = 3 \times 7 = 21$, $d = 3 \times 6 - 1 = 17$.

故选: ACD.

10. ABC

【分析】根据频率和为1可构造方程求得 x 的值，知A正确；由频率和频数的关系可求得B正确；根据频率分布直方图估计中位数的方法可求得C正确；用频率估计概率可知D错误.

【详解】对于A， $Q(0.012+0.022+0.028+0.018+x+0.008+0.002)\times 10=1$ ， $\therefore x=0.01$ ，A正确；

对于B，Q样本内语文分数在 $[100,110)$ 的频率为 $0.028\times 10=0.28$ ，

$\therefore$ 样本内语文分数在 $[100,110)$ 的有 $100\times 0.28=28$ 人，B正确；

对于C， $Q(0.012+0.022)\times 10=0.34<0.5$ ， $0.34+0.028\times 10=0.62>0.5$ ，

$\therefore$ 中位数位于 $[100,110)$ 之间，设中位数为 m ，

则 $0.34+(m-100)\times 0.028=0.5$ ，解得： $m=\frac{740}{7}$ ，即中位数为 $\frac{740}{7}$ ，C正确；

对于D，由频率分布直方图知：样本中学生成绩在 $[80,100)$ 中的频率为

$$(0.012+0.022)\times 10=0.34，$$

用频率估计概率，则全校高二学生中随机选出1人，该学生成绩在 $[80,100)$ 中的概率为0.34，

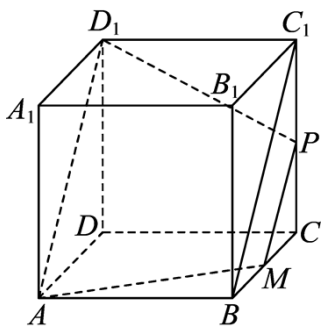
D错误.

故选：ABC.

11. ABD

【分析】根据面面平行的性质可判断A；将两半平面折成一个平面，从而求得线段和的最小值，判断B；确定三棱锥 $P-BDD_1$ 的外接球的球心位置，列式求解，可判断C；求解异面直线的公垂线段的长可判断D.

【详解】在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，平面 $A_1D_1DA\parallel$ 平面 B_1C_1CB ，



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/355242023223011320>