第3讲 矩形 菱形

知识概述

1．菱形的性质

（1）菱形的定义：有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形．

（2）菱形的性质

①菱形具有平行四边形的一切性质；

②菱形的四条边都相等；

③菱形的两条对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角；

④菱形是轴对称图形，它有2条对称轴，分别是两条对角线所在直线．

（3）菱形的面积计算

①利用平行四边形的面积公式．

②菱形面积$=\frac{1}{2}ab$．（a、b是两条对角线的长度）

知识概述

2．菱形的判定

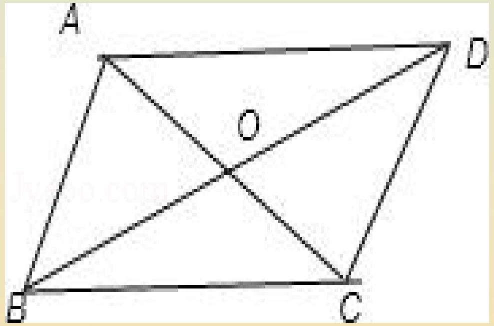
①菱形定义：一组邻边相等的平行四边形是菱形（平行四边形+一组邻边相等＝菱形）；

②四条边都相等的四边形是菱形．

几何语言：∵AB＝BC＝CD＝DA∴四边形ABCD是菱形；

③对角线互相垂直的平行四边形是菱形（或“对角线互相垂直平分的四边形是菱形”）．

几何语言：∵AC⊥BD，四边形ABCD是平行四边形∴平行四边形ABCD是菱形



知识概述

3．矩形的性质

（1）矩形的定义：有一个角是直角的平行四边形是矩形．

（2）矩形的性质

①平行四边形的性质矩形都具有；

②角：矩形的四个角都是直角；

③边：邻边垂直；

④对角线：矩形的对角线相等；

⑤矩形是轴对称图形，又是中心对称图形．它有2条对称轴，分别是每组对边中点连线所在的直线；对称中心是两条对角线的交点．

（3）由矩形的性质，可以得到直角三角形的一个重要性质，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半．

知识概述

4．矩形的判定

（1）矩形的判定：

①矩形的定义：有一个角是直角的平行四边形是矩形；

②有三个角是直角的四边形是矩形；

③对角线相等的平行四边形是矩形（或“对角线互相平分且相等的四边形是矩形”）

（2）①证明一个四边形是矩形，若题设条件与这个四边形的对角线有关，通常证这个四边形的对角线相等．

②题设中出现多个直角或垂直时，常采用“三个角是直角的四边形是矩形”来判定矩形．

知识概述

5．正方形的性质

（1）正方形的定义：有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形叫做正方形．

（2）正方形的性质

①正方形的四条边都相等，四个角都是直角；

②正方形的两条对角线相等，互相垂直平分，并且每条对角线平分一组对角；

③正方形具有四边形、平行四边形、矩形、菱形的一切性质．

④两条对角线将正方形分成四个全等的等腰直角三角形，同时，正方形又是轴对称图形，有四条对称轴．

6．正方形的判定

正方形的判定方法：

①先判定四边形是矩形，再判定这个矩形有一组邻边相等；

②先判定四边形是菱形，再判定这个菱形有一个角为直角．

③还可以先判定四边形是平行四边形，再用1或2进行判定．

练一练

1．若菱形的一条边长为5cm，则这个菱形的周长为（　A　）

A．20cm　　　B．18cm　　　C．16cm　　　D．12cm

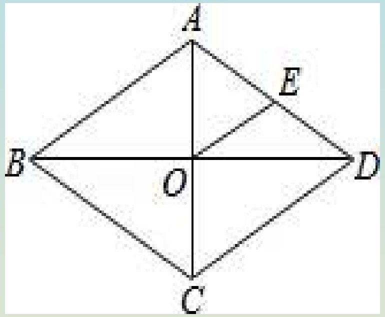
练一练

2．菱形的两条对角线的分别为60cm和80cm，那么边长是（ B ）

A．60cm　　B．50cm　　C．40cm　　D．80cm

练一练

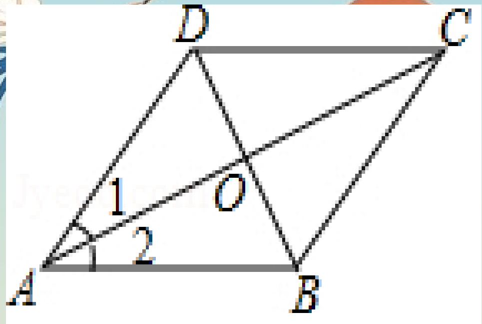
3．如图，菱形ABCD中，对角线AC，BD交于点O，E为AD边中点，OE的长等于4，则菱形ABCD的周长为（ D ）



A．16　　B．20　　C．24　　D．32

练一练

4．如图，在▱ABCD中，对角线AC，BD相交于点O，添加下列条件不能判定▱ABCD是菱形的只有（ C ）



A．AC⊥BD　　B．AB＝BC

C．AC＝BD　　D．∠1＝∠2

练一练

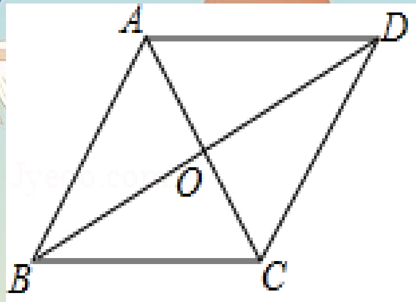
5．如图，在▱ABCD中，对角线AC，BD交于点O，AB＝10，AO＝6，BO＝8，则下列结论中，错误的是（ C ）

A．AC⊥BD

B．四边形ABCD是菱形

C．AC＝BD

D．△ABO≌△CDO



练一练

6．下列条件中，能判定一个四边形为菱形的条件是（ B ）

A．对角线互相平分的四边形

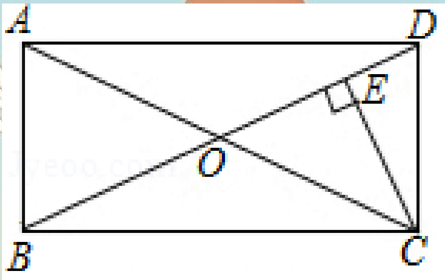
B．对角线互相垂直且平分的四边形

C．对角线相等的四边形

D．对角线相等且互相垂直的四边形

练一练

7．如图，在矩形ABCD中对角线AC与BD相交于点O，CE⊥BD，垂足为点E，CE＝5，且EO＝2DE，则AD的长为（ A ）



A．$5\sqrt{6}$

B．$6\sqrt{5}$

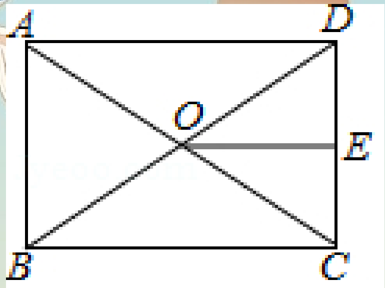
C．10

D．$6\sqrt{3}$

练一练

8．在矩形ABCD中，对角线AC，BD交于点O，OE∥BC交CD于E，若OE＝3cm，CE＝2，则矩形ABCD的周长（ C ）

A．10　B．15　C．20　D．22



练一练

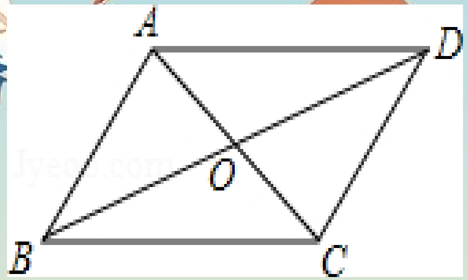
9．如图，在▱ABCD中，增加一个条件四边形ABCD就成为矩形，这个条件是（ B ）

A．$AB=CD$

B．$\angle A+\angle C=180^{\circ}$

C．$BD=2AB$

D．$AC\perp BD$



练一练

10．在数学活动课上，同学们判断一个四边形门框是否为矩形．下面是某学习小组4位同学拟定的方案，其中正确的是（ C ）

A．测量对角线是否相互平分

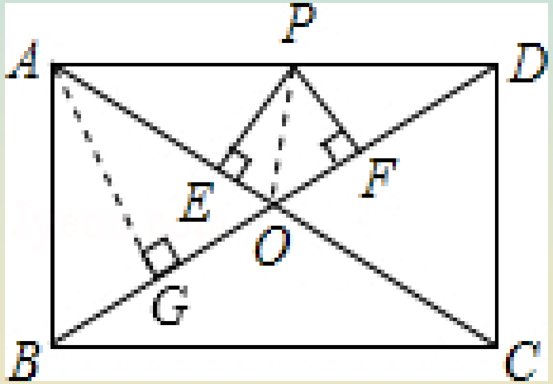
B．测量两组对边是否分别相等

C．测量其中三个角是否都为直角

D．测量对角线是否相等

典例分析

例1、如图，矩形ABCD中，AB=6，BC=8，AC与BD相交于O，P是AD上一点，PE⊥OA，PF⊥OD，求PE+PF的值.



解：如图，过点A作AG⊥BD于G，连接PO，

∵AB=6，AD=8，

∴BD=$\sqrt{AB^2+AD^2}$=10，

∴$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}BD\cdot AG=\frac{1}{2}AB\cdot AD$，

即$\frac{1}{2}\times 10\cdot AG=\frac{1}{2}\times 6\times 8$，

解得AG=4.8，

在矩形ABCD中，AO=OD，

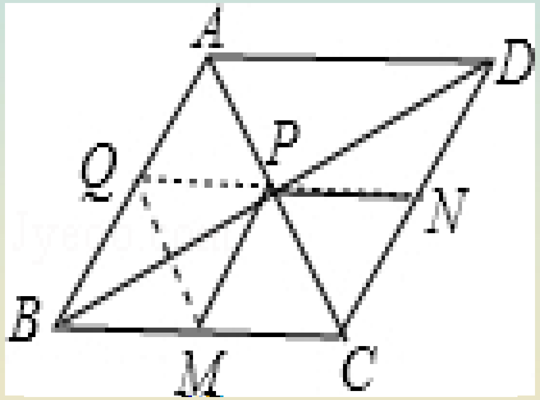
∴$S_{\triangle AOD}=\frac{1}{2}AO\cdot PE+\frac{1}{2}OD\cdot PF=\frac{1}{2}OD\cdot AG$，

∴PE+PF=AG=4.8.

典例分析

例2、已知菱形ABCD的两条对角线的长分别为6和8，M、N分别是边BC、CD的中点，P是对角线BD上一点，则PM+PN的最小值是___5___.

解：作M关于BD的对称点Q，连接NQ，交BD于P，连接MP，此时MP+NP的值最小，连接AC，



∵四边形ABCD是菱形，

∴AC⊥BD，∠QBP=∠MBP，即Q在AB上，

∵MQ⊥BD，∴AC∥MQ，

∵M为BC中点，∴Q为AB中点，

∵N为CD中点，四边形ABCD是菱形，

∴BQ∥CD，BQ=CN，

∴四边形BQNC是平行四边形，∴NQ=BC，

∵四边形ABCD是菱形，∴$CP=\frac{1}{2}AC=3$，$BP=\frac{1}{2}BD=4$，

在Rt△BPC中，由勾股定理得：BC=5，即NQ=5，

∴MP+NP=QP+NP=QN=5，