

2014-2015 学年四川省成都市外国语学校高二（上）期中数学试卷

一、选择题（本大题 12 个小题，每题 5 分，共 60 分，请将答案涂在答题卷上）

1.（5 分）下面命题中正确的是（ ）

- A. 经过定点 $P_0(x_0, y_0)$ 的直线都可以用方程 $y - y_0 = k(x - x_0)$ 表示.
- B. 经过任意两个不同的点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 的直线都可以用方程 $(y - y_1)(x_2 - x_1) = (x - x_1)(y_2 - y_1)$ 表示
- C. 不经过原点的直线都可以用方程 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 表示
- D. 经过点 $A(0, b)$ 的直线都可以用方程 $y = kx + b$ 表示

2.（5 分）一个几何体的正视图和侧视图如图所示，则这个几何体的俯视图不可能是（ ）

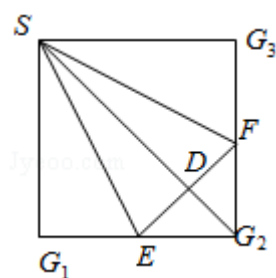


- A.
- B.
- C.
- D.

3.（5 分）如果直线 $(2a+5)x + (a-2)y + 4 = 0$ 与直线 $(2-a)x + (a+3)y - 1 = 0$ 互相垂直，则 $a =$ （ ）

- A. 2 B. -2 C. 2, -2 D. 2, 0, -2

4.（5 分）在正方形 $SG_1G_2G_3$ 中，E、F 分别是 G_1G_2 及 G_2G_3 的中点，D 是 EF 的中点，现在沿 SE、SF 及 EF 把这个正方形折成一个四面体，使 G_1 、 G_2 、 G_3 三点重合，重合后的点记为 G，那么，在四面体 S - EFG 中必有（ ）



- A. $SG \perp \triangle EFG$ 所在平面 B. $SD \perp \triangle EFG$ 所在平面
C. $GF \perp \triangle SEF$ 所在平面 D. $GD \perp \triangle SEF$ 所在平面

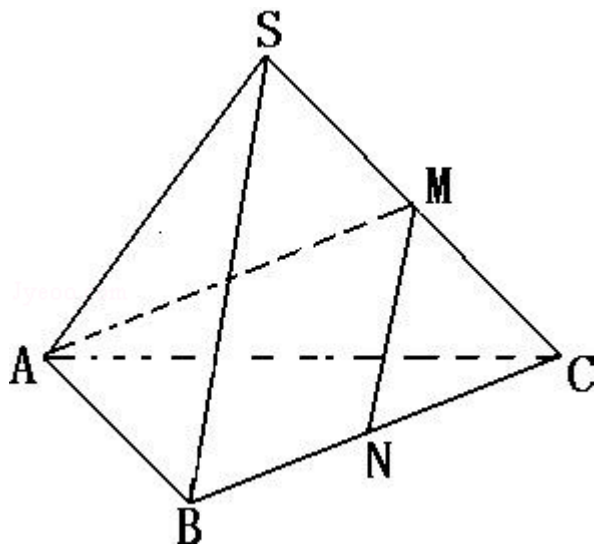
5. (5 分) 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq 2 \\ x+y \geq 4 \\ x-y \leq 1 \end{cases}$, 则 $z=3x+y$ 的最小值为 ()

- A. 12 B. 11 C. 8 D. -1

6. (5 分) 已知点 $A(-3, -4)$, $B(6, 3)$ 到直线 $l: ax+y+1=0$ 的距离相等, 则实数 a 的值为 ()

- A. $a = -\frac{1}{3}$ B. $a = -\frac{7}{9}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $a = -\frac{1}{3}$ 或 $a = -\frac{7}{9}$

7. (5 分) 如图, 在正三棱锥 $S-ABC$ 中, M, N 分别为棱 SC, BC 的中点, 并且 $AM \perp MN$, 若侧棱长 $SA = \sqrt{3}$, 则正三棱锥 $S-ABC$ 的外接球的表面积为 ()

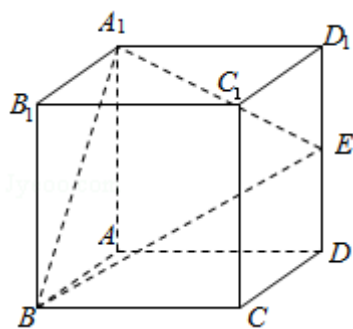


- A. 9π B. 12π C. 16π D. 32π

8. (5 分) 若点 $P(-1, -1)$ 在圆 $x^2+y^2+4mx-2y+5m=0$ 的外部, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $(-4, +\infty)$ B. $(-\infty, \frac{1}{4}) \cup (1, +\infty)$ C. $(-4, \frac{1}{4}) \cup (1, +\infty)$
D. $(\frac{1}{4}, 1)$

9. (5 分) 如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是棱 DD_1 的中点, F 是侧面 CDD_1C_1 上的动点, 且 $B_1F \parallel$ 面 A_1BE , 则 B_1F 与平面 CDD_1C_1 所成角的正切值构成的集合是 ()



- A. 2 B. $\{\frac{2}{5}\sqrt{5}\}$ C. $\{t|2 \leq t \leq 2\sqrt{2}\}$ D. $\{t|\frac{2}{5}\sqrt{5} \leq t \leq 2\}$

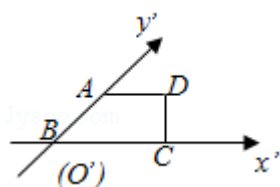
10. (5 分) 已知圆 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = 1$ 与二直线 $l_1: 3x - 4y - 1 = 0$ 和 $l_2: 4x + 3y + 1 = 0$ 都有公共点, 则 $\frac{b}{a-2}$ 的取值范围为 ()

- A. $[-\frac{14}{23}, \frac{1}{43}]$ B. $[\frac{1}{43}, \frac{3}{4}]$
C. $(-\infty, -\frac{14}{23}] \cup [\frac{3}{4}, +\infty)$ D. $[-\frac{14}{23}, \frac{3}{4}]$

二. 填空题 (本大题 4 个小题, 每题 4 分, 共 16 分, 请把答案填在答题卷上)

11. (4 分) 过点 P (2, 3) 且在两坐标轴上的截距相等的直线方程为_____.

12. (4 分) 有一块多边形的菜地, 它的水平放置的平面图形的斜二测直观图是直角梯形 (如图), $\angle ABC = 45^\circ$, $AB = AD = 1$, $DC \perp BC$, 则这块菜地的面积为_____.



13. (4 分) 已知圆 C: $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 3$, 直线 l: $x+y-1=0$, 过点 M (3, 4) 作圆 C 关于直线 l 的对称圆 C' 的二切线, 且切点分别为 A, B, 则直线 AB 的方程为_____.

14. (4 分) 已知点 P 是直线 l: $3x - 4y + 25 = 0$ 上的动点, 若过点 P 的直线 m 与圆 O: $x^2 + y^2 = 9$ 相交于两点 A, B, 则 $|PA| \cdot |PB|$ 的最小值为_____.

15. (4 分) 有以下命题:

- ①过空间一定点 P 与两异面直线 a, b 都相交的直线有且只有 1 条;
②平面 α 外的直线 l 与平面 α 内的无数条直线平行, 则 $l \parallel \alpha$;
③异面直线 a, b 成角为 θ , 过空间一定点 P 作直线 l 与 a, b 成角都为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线有 4 条, 则 θ 的取值范围为 $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$;

④空间四边形 $ABCD$ 中， $AB=CD=8$ ， M ， N 分别是 BD ， AC 的中点，若异面直线 AB 与 CD 所成角为 60° ，则 $MN=4$ 。

其中正确命题有_____。

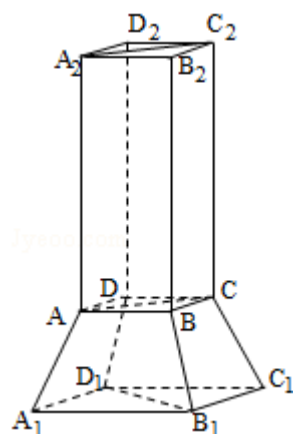
三. 解答题：（本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。）

16.（12 分）已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(5, 1)$ ， AB 边上的中线 CM 所在直线方程为 $2x - y - 5 = 0$ ， AC 边上的高 BH 所在直线方程为 $x - 2y - 5 = 0$ 。求：

- （1）顶点 C 的坐标；
- （2）直线 BC 的方程。

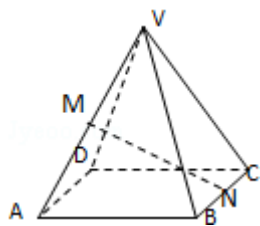
17.（12 分）某个实心零部件的形状是如图所示的几何体，其下部是底面均是正方形，侧面是全等的等腰梯形的四棱台 $A_1B_1C_1D_1 - ABCD$ ，其上是一个底面与四棱台的上底面重合，侧面是全等的矩形的四棱柱 $ABCD - A_2B_2C_2D_2$ 。

- （1）证明：直线 $B_1D_1 \perp$ 平面 ACC_2A_2 ；
- （2）现需要对该零部件表面进行防腐处理，已知 $AB=10$ ， $A_1B_1=20$ ， $AA_2=30$ ， $AA_1=13$ （单位：厘米），每平方厘米的加工处理费为 0.20 元，需加工处理费多少元？



18.（14 分）如图，四棱锥 $V - ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，其他四个侧面都是侧棱长为 $\sqrt{5}$ 的等腰三角形。

- （1）求证：平面 $VAC \perp$ 平面 VBD ；
- （2）若 M ， N 分别为棱 VA ， BC 的中点，求证： $MN \parallel$ 侧面 VCD ；
- （3）试求（2）中的 MN 与底面 $ABCD$ 所成角的正弦值。



19. (14 分) 要将两种大小不同的钢板截成 A、B、C 三种规格，每张钢板可同时截得三种规格的小钢板的块数如下表所示：

规格类型	A 规格	B 规格	C 规格
钢板类型			
第一种钢板	2	1	1
第二种钢板	1	2	3

今需 A、B、C 三种规格的成品分别为 15、18、27 块，问各截这两种钢板多少张可得所需三种规格成品，且使所用钢板张数最少？

20. (14 分) 已知圆 M: $2x^2+2y^2-8x-8y-1=0$ 和圆 N: $x^2+y^2+2x+2y-6=0$ ，直线 l: $x+y-9=0$.

(1) 求过圆 M, N 的交点及原点 O 的圆的方程；

(2) 过直线上一点作使 $\angle BAC=45^\circ$ ，边 AB 过圆心 M，且 B, C 在圆 M 上.

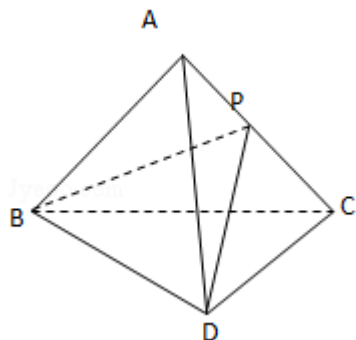
①当点 A 的横坐标为 4 时，求直线 AC 的方程；

②求点 A 的横坐标的取值范围.

21. (14 分) 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ 是两个有公共斜边的直角三角形，并且 $AB=AD=AC=2a$ ， $CD=\sqrt{6}a$.

(1) 若 P 是 AC 边上的一点，当 $\triangle PBD$ 的面积最小时，求二面角 P - BD - A 的平面角的正切值；

(2) 能否找到一个球，使 A, B, C, D 都在该球面上，若不能，请说明理由；若能，求该球的内接圆柱的表面积的最大值.



2014-2015 学年四川省成都市外国语学校高二（上）期中 数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题 12 个小题，每题 5 分，共 60 分，请将答案涂在答题卷上）

1.（5 分）下面命题中正确的是（ ）

- A. 经过定点 $P_0(x_0, y_0)$ 的直线都可以用方程 $y - y_0 = k(x - x_0)$ 表示.
- B. 经过任意两个不同的点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 的直线都可以用方程 $(y - y_1)(x_2 - x_1) = (x - x_1)(y_2 - y_1)$ 表示
- C. 不经过原点的直线都可以用方程 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 表示
- D. 经过点 $A(0, b)$ 的直线都可以用方程 $y = kx + b$ 表示

【解答】解：A、由于直线过定点 $P_0(x_0, y_0)$,

当直线斜率存在时，可用方程 $y - y_0 = k(x - x_0)$ 表示，

当直线斜率不存在时，方程是 $x = x_0$ ，故 A 不正确；

B、当 $x_1 = x_2$ 时，经过任意两个不同的点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 的直线方程是 $x = x_1$ ，

此时满足方程 $(y - y_1)(x_2 - x_1) = (x - x_1)(y_2 - y_1)$ ，

当 $x_1 \neq x_2$ 时，经过任意两个不同的点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 的直线的斜率是 $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ，

则直线方程是 $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ ，整理得 $(y - y_1)(x_2 - x_1) = (x - x_1)(y_2 - y_1)$ ，故 B 正确；

C、当直线斜率不存在时，不经过原点的直线方程是 $x = x_0$ ，不可以用方程 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 表示，

当直线的斜率存在时，可以用方程 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 表示，故 C 不正确；

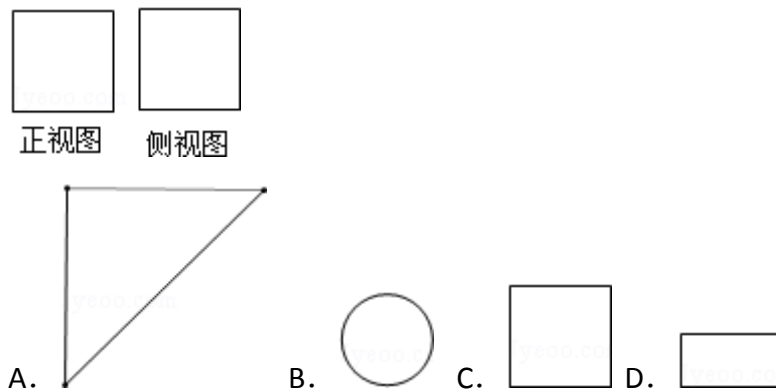
D、当直线斜率不存在时，经过点 $A(0, b)$ 的直线方程是 $x = 0$ ，不可以用方程 $y = kx + b$ 表示，

当直线的斜率存在时，经过点 $A(0, b)$ 的直线可以用方程 $y = kx + b$ 表示，故 D

不正确.

故选: B.

2. (5 分) 一个几何体的正视图和侧视图如图所示, 则这个几何体的俯视图不可能是 ()



【解答】解: 根据三视图的规则“长对正, 宽相等, 高平齐”可知: 这个几何体的俯视图不可能是 D, 因为 D 中的长与宽不相等.

故选: D.

3. (5 分) 如果直线 $(2a+5)x + (a-2)y + 4 = 0$ 与直线 $(2-a)x + (a+3)y - 1 = 0$ 互相垂直, 则 $a =$ ()

A. 2 B. -2 C. 2, -2 D. 2, 0, -2

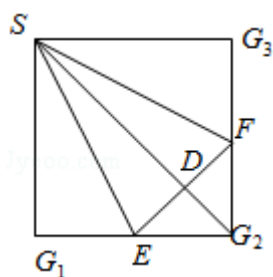
【解答】解: 由直线垂直的充要条件可得:

$$(2a+5)(2-a) + (a-2)(a+3) = 0,$$

化简可得 $a^2 = 4$, 解之可得 $a = \pm 2$

故选: C.

4. (5 分) 在正方形 $SG_1G_2G_3$ 中, E、F 分别是 G_1G_2 及 G_2G_3 的中点, D 是 EF 的中点, 现在沿 SE、SF 及 EF 把这个正方形折成一个四面体, 使 G_1 、 G_2 、 G_3 三点重合, 重合后的点记为 G, 那么, 在四面体 S - EFG 中必有 ()



- A. $SG \perp \triangle EFG$ 所在平面 B. $SD \perp \triangle EFG$ 所在平面
C. $GF \perp \triangle SEF$ 所在平面 D. $GD \perp \triangle SEF$ 所在平面

【解答】解：∵在折叠过程中，
始终有 $SG_1 \perp G_1E$ ， $SG_3 \perp G_3F$ ，
即 $SG \perp GE$ ， $SG \perp GF$ ，
所以 $SG \perp$ 平面 EFG 。
故选：A.

5. (5 分) 已知变量 x ， y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq 2 \\ x+y \geq 4 \\ x-y \leq 1 \end{cases}$ ，则 $z=3x+y$ 的最小值为 ()

- A. 12 B. 11 C. 8 D. -1

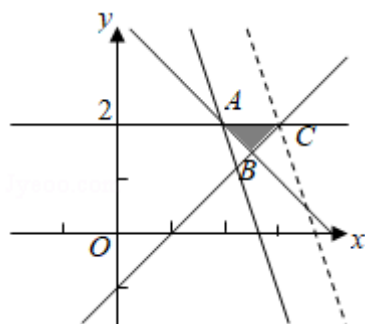
【解答】解：作出不等式组 $\begin{cases} y \leq 2 \\ x+y \geq 4 \\ x-y \leq 1 \end{cases}$ 表示的平面区域，

得到如图的 $\triangle ABC$ 及其内部，其中 $A(2, 2)$ ， $B(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$ ， $C(3, 2)$

设 $z=F(x, y)=3x+y$ ，将直线 $l: z=3x+y$ 进行平移，
当 l 经过点 $A(2, 2)$ 时，目标函数 z 达到最小值

$$\therefore z_{\text{最小值}} = F(2, 2) = 8$$

故选：C.



6. (5 分) 已知点 A (-3, -4), B (6, 3) 到直线 l: $ax+y+1=0$ 的距离相等, 则实数 a 的值为 ()

- A. $a = -\frac{1}{3}$ B. $a = -\frac{7}{9}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $a = -\frac{1}{3}$ 或 $a = -\frac{7}{9}$

【解答】解: $\because$ 两点 A (-3, -4), B (6, 3) 到直线 l: $ax+y+1=0$ 的距离相等,

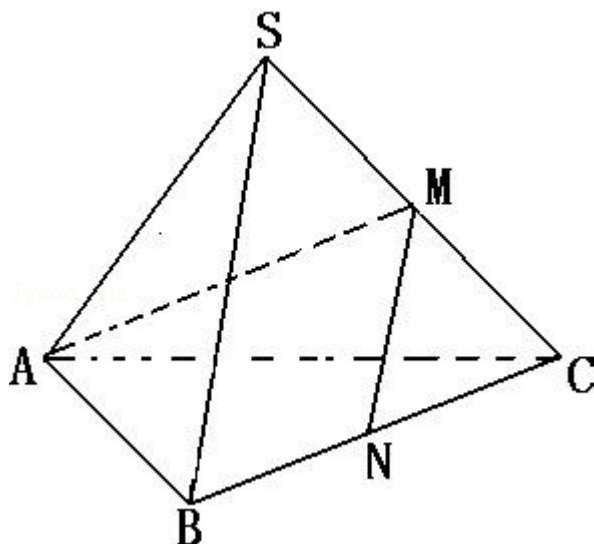
$$\therefore \frac{|-3a-4+1|}{\sqrt{a^2+1}} = \frac{|6a+3+1|}{\sqrt{a^2+1}}, \text{ 化为 } |3a+3| = |6a+4|.$$

$$\therefore 6a+4 = \pm (3a+3),$$

$$\text{解得 } a = -\frac{7}{9} \text{ 或 } -\frac{1}{3}$$

故选: D.

7. (5 分) 如图, 在正三棱锥 S-ABC 中, M、N 分别为棱 SC、BC 的中点, 并且 $AM \perp MN$, 若侧棱长 $SA = \sqrt{3}$, 则正三棱锥 S-ABC 的外接球的表面积为 ()



- A. 9π B. 12π C. 16π D. 32π

【解答】解: $\because$ 三棱锥 S-ABC 正棱锥, $\therefore SB \perp AC$ (对棱互相垂直) $\therefore MN \perp AC$
又 $\because MN \perp AM$ 而 $AM \cap AC = A$, $\therefore MN \perp$ 平面 SAC 即 $SB \perp$ 平面 SAC

$\therefore \angle ASB = \angle BSC = \angle ASC = 90^\circ$, 将此三棱锥补成正方体, 则它们有相同的外接球

$$\therefore 2R = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}, \therefore R = \frac{3}{2}, \therefore S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 9\pi,$$

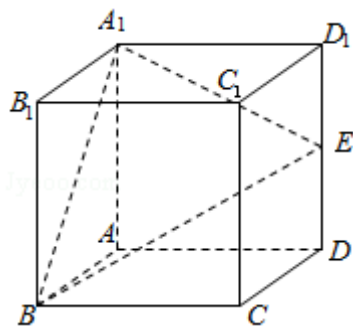
故选: A.

8. (5 分) 若点 P (-1, -1) 在圆 $x^2+y^2+4mx-2y+5m=0$ 的外部, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $(-4, +\infty)$ B. $(-\infty, \frac{1}{4}) \cup (1, +\infty)$ C. $(-4, \frac{1}{4}) \cup (1, +\infty)$
 D. $(\frac{1}{4}, 1)$

【解答】解：因为点 $(-1, -1)$ 在圆 $x^2+y^2+4mx-2y+5m=0$ 外，
 所以 $1+1-4m+2+5m>0$ ，解得 $m>-4$ ，
 又方程表示圆，则有 $4+16m^2-20m>0$ ，解得 $m>1$ 或 $m<\frac{1}{4}$ ，
 则有 $m>1$ 或 $-4<m<\frac{1}{4}$ 。
 故选：C.

9. (5 分) 如图所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是棱 DD_1 的中点，F 是侧面 CDD_1C_1 上的动点，且 $B_1F \parallel$ 面 A_1BE ，则 B_1F 与平面 CDD_1C_1 所成角的正切值构成的集合是 ()



- A. 2 B. $\{\frac{2}{5}\sqrt{5}\}$ C. $\{t|2\leq t\leq 2\sqrt{2}\}$ D. $\{t|\frac{2}{5}\sqrt{5}\leq t\leq 2\}$

【解答】解：设 G, H, I 分别为 CD、CC₁、C₁D₁ 边上的中点
 则 ABEG 四点共面，
 且平面 A₁BGE // 平面 B₁HI
 又 $\because B_1F \parallel$ 面 A_1BE ，
 $\therefore F$ 落在线段 HI 上，
 设 HI 的中点为 J
 则当 F 与 J 重合时， B_1F 与平面 CDD_1C_1 所成角的正切值有最大值 $2\sqrt{2}$
 当 F 与 H 或 I 重合时， B_1F 与平面 CDD_1C_1 所成角的正切值有最小值 2
 故 B_1F 与平面 CDD_1C_1 所成角的正切值构成的集合是 $\{t|2\leq t\leq 2\sqrt{2}\}$
 故选：C.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/356005234000010115>