

# 2023 年黑龙江省鹤岗市普通高校对口单招 数学自考真题(含答案)

## 一、单选题(10题)

1. 设集合  $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$ ,  $B = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ , 则 A 与 B 的关系是

( )

A.  $A \subset B$

B.  $A \supset B$

C.  $A = B$

D.  $A \subseteq B$

2. 下列函数中, 既是偶函数又在区间  $(0, +\infty)$  上单调递减的是 ( )

A.  $y = 1/x$  B.  $y = e_x$  C.  $y = -x_2 + 1$  D.  $y = \lg x$

3. 下列函数中, 既是偶函数又在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递增的是 ( )

A.  $f(x) = 1/x_2$

B.  $f(x) = x_2 + 1$

C.  $f(x) = x_3$

D.  $f(x) = 2_{-x}$

4. 不等式  $\lg(x-1)$  的定义域是 ( )

A.  $\{x | x < 0\}$  B.  $\{x | 1 < x\}$  C.  $\{x | x \in \mathbb{R}\}$  D.  $\{x | 0 < x < 1\}$

5. 直线  $2x - y + 7 = 0$  与圆  $(x - b_2)^2 + (y - b_2)^2 = 20$  的位置关系是 ( )

A. 相离 B. 相交但不过圆心 C. 相交且过圆心 D. 相切

6. 椭圆  $x^2/16 + y^2/9$  的焦点坐标为 ( )

A.  $(\sqrt{7}, 0)$   $(-\sqrt{7}, 0)$

B.  $(4, 0)$   $(-4, 0)$

C.  $(3, 0)$   $(-3, 0)$

D.  $(7, 0)$   $(-7, 0)$

7. 某高中共有 900 人，其中高一年级 300 人，高二年级 200 人，高三年级 400 人，现采用分层抽样抽取容量为 45 的样本，那么高一、高二、高三各年级抽取的人数分别为 ( )

A. 15, 5, 25 B. 15, 15, 15 C. 10, 5, 30 D. 15, 10, 20

8. 若事件 A 与事件  $\bar{a}$  互为对立事件，则  $P(A) + P(\bar{a})$  等于 ( )

A. 1/4 B. 1/3 C. 1/2 D. 1

9. 等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_1 = 3$ ， $a_{100} = 36$ ，则  $a_3 + a_{98} =$  ( )

A. 42 B. 39 C. 38 D. 36

10. 已知函数  $f(x)$  为奇函数，且当  $x > 0$  时， $f(x) = x^2 + 1/x$ ，则  $f(-1) =$  ( )

A. 2 B. 1 C. 0 D. -2

二、填空题 (10 题)

11.  $F_1, F_2$  为椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  的焦点, P 为椭圆上任一点, 则  $\triangle PF_1F_2$  的周长是\_\_\_\_\_.

12. 已知  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$  且  $\frac{2}{\pi} < \alpha < \pi$ , 则  $\tan 2\alpha =$  \_\_\_\_\_.

13. 计算  $(\frac{1}{2})^{-1} + \log_3 1$  的结果为\_\_\_\_\_.

14. 不等式  $x^2 - 2x - 8 > 0$  的解集为\_\_\_\_\_

15. 从 1,2,3,4,5 中任选 3 个数字组成一个无重复数字的三位数, 则这个三位数是偶数的概率

16. 某田径队有男运动员 30 人, 女运动员 10 人. 用分层抽样的方法从中抽出一个容量为 20 的样本, 则抽出的女运动员有\_\_\_\_\_人.

17. 已知抛物线的顶点为原点, 焦点在 y 轴上, 抛物线上的点 M (m, -2) 到焦点的距离为 4, 则 m 的值为\_\_\_\_\_.

18. 已知  $(2, 0)$  是双曲线  $x^2 - y^2/b^2 = 1 (b > 0)$  的焦点, 则  $b =$  \_\_\_\_\_.

19.  $\lg 5/2 + 2\lg 2 - (1/2)^{-1} =$  \_\_\_\_\_.

20. 已知集合  $M = \{-1, 1\}, N = \{0, 1, 2\}$ , 则  $M \cup N =$  \_\_\_\_\_.

三、计算题(5题)

21. 已知函数  $f(x) = \log_a \frac{1-x}{1+x}$ , ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ )

- (1) 求函数  $f(x)$  的定义域;
- (2) 判断函数  $f(x)$  的奇偶性, 并说明理由。

22. 求焦点  $x$  轴上, 实半轴长为 4, 且离心率为  $3/2$  的双曲线方程.

23. 已知  $\{a_n\}$  为等差数列, 其前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $a_3 = 6, S_3 = 12$  求公差  $d$ .

24. 已知直线  $l$  与直线  $y = 2x + 5$  平行, 且直线  $l$  过点  $(3, 2)$ .

- (1) 求直线  $l$  的方程;
- (2) 求直线  $l$  在  $y$  轴上的截距.

25.有语文书 3 本，数学书 4 本，英语书 5 本，书都各不相同，要把这些书随机排在书架上.

(1) 求三种书各自都必须排在一起的排法有多少种?

(2) 求英语书不挨着排的概率  $P$ 。

#### 四、简答题(10题)

26.在三棱锥  $P-ABC$  中，已知  $PA \perp BC$ ， $PA=a$ ， $EC=b$ ， $PA$ ， $BC$  的公垂线  $EF=h$ ，求三棱锥的体积

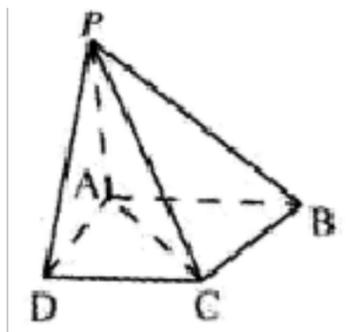
27.组成等差数列的三个正数的和等于 15，并且这三个数列分别加上 1、3、5 后又成等比数列，求这三个数

28.由三个正数组成的等比数列，他们的倒数和是  $\frac{21}{16}$ ，求这三个数

29.如图，四棱锥  $P-ABCD$  中， $PA \perp$  底面  $ABCD$ ， $AB \parallel CD$ ， $AD=CD=1$ ， $BAD=120^\circ$ ， $PA=\sqrt{3}$ ， $ACB=90^\circ$ 。

(1) 求证： $BC \perp$  平面  $PAC$ 。

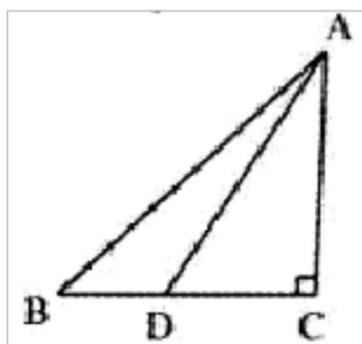
(2) 求点  $B$  到平面  $PCD$  的距离。



30. 已知平行四边形 ABCD 中， $A(-1, 0)$ ， $B(-1, -4)$ ， $C(3, -2)$ ，E 是 AD 的中点，求  $\overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{DE}$ 。

31. 若  $\alpha, \beta$  是二次方程  $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$  的两个实根，求当 m 取什么值时， $\alpha^2 + \beta^2$  取最小值，并求出此最小值

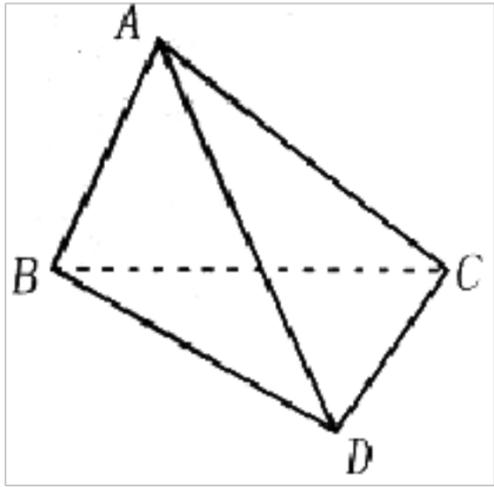
32. 在 ABC 中， $AC \perp BC$ ， $\angle ABC = 45^\circ$ ，D 是 BC 上的点且  $\angle ADC = 60^\circ$ ， $BD = 20$ ，求 AC 的长



33. 点 A 是 BCD 所在平面外的一点，且  $AB = AC$ ， $\angle BAC = \angle BCD = 90^\circ$ ， $\angle BDC = 60^\circ$ ，平面 ABC  $\perp$  平面 BCD。

(1) 求证平面 ABD  $\perp$  平面 ACD；

(2) 求二面角 A-BD-C 的正切值。



34.在 1, 2, 3 三个数字组成无重复数字的所有三位数中, 随机抽取一个数, 求:

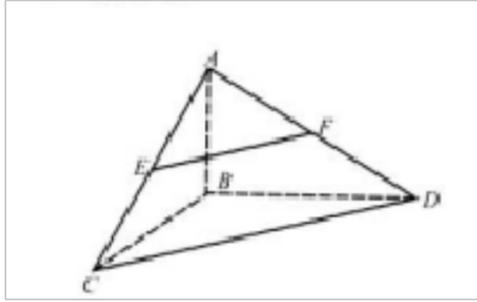
- (1) 此三位数是偶数的概率;
- (2) 此三位数中奇数相邻的概率.

35.化简  $1 + 2\cos^2 \alpha - \cos 2\alpha$

### 五、解答题(10题)

36.如图, 在三棱锥 A-BCD 中,  $AB \perp$  平面 BCD,  $BC \perp BD$ ,  $BC=3$ ,  $BD=4$ , 直线 AD 与平面 BCD 所成的角为  $45^\circ$  点 E, F 分别是 AC, AD 的中点.

- (1) 求证:  $EF \parallel$  平面 BCD;
- (2) 求三棱锥 A-BCD 的体积.



37. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的两焦点分别  $F_1, F_2$  点  $P$  在椭圆  $C$  上, 且  $\angle PF_2F_1 = 90^\circ, |PF_1| = 6, |PF_2| = 2$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 是否存在直线  $L$  与椭圆  $C$  相交于  $A, B$  两点, 且使线段  $AB$  的中点恰为圆  $M: x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$  的圆心, 如果存在, 求直线  $L$  的方程; 如果不存在, 请说明理由.

38. 若  $x \in (0, 1)$  求证:  $\log_3 X^3 < \log_3 X < X^3$ .

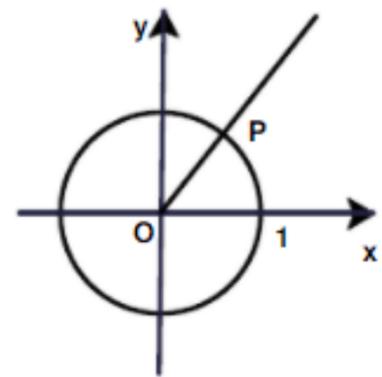
39.

已知角  $\alpha$  的终边经过点  $P\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ .

(1) 求  $\sin \alpha$ ;

(2) 根据上述条件, 你能否确定  $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$  的值? 若能, 求出

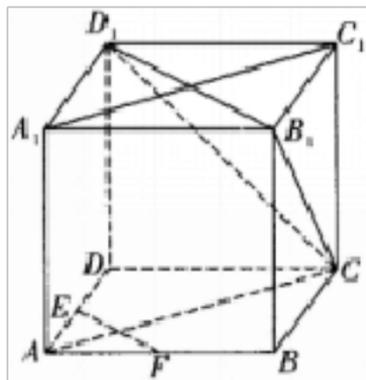
$\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$  的值; 若不能, 请说明理由.



40.如图，在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中，E，F 分别为棱 AD，AB 的中点.

(1)求证：EF//平面  $CB_1D_1$ ;

(2)求证：平面  $CAA_1C_1 \perp$  平面  $CB_1D_1$



已知函数  $f(x) = m \ln x + (m-1)x$  ( $m \in \mathbf{R}$ ).

[I] 当  $m=2$  时，求曲线  $y=f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程；

[II] 讨论  $f(x)$  的单调性；

[III] 若  $f(x)$  存在最大值  $M$ ，且  $M > 0$ ，求  $m$  的取值范围.

41.

42.近年来，某市为了促进生活垃圾的分类处理，将生活垃圾分为“厨余垃圾”、“可回收垃圾”、“有害垃圾”和“其他垃圾”等四类，并分别设置了相应的垃圾箱，为调查居民生活垃圾的正确分类投放情况，现随机抽取了该市四类垃圾箱总计 100 吨生活垃圾，数据统计如下(单位：吨)：

	“厨余垃圾”箱	“可回收垃圾”箱	“有害垃圾”箱	“其他垃圾”箱
厨余垃圾	24	4	1	2
可回收垃圾	4	19	2	3
有害垃圾	2	2	14	1
其他垃圾	1	5	3	13

(1) “可回收垃圾”投放正确的概率；

(2) 试估计生活垃圾投放错误的概率。

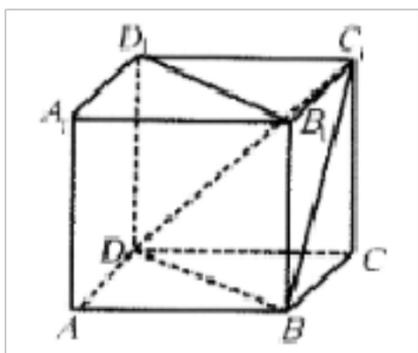
43.为了解某地区的中小学生的视力情况，拟从该地区的中小学生中抽取部分学生进行调查，事先已了解到该地区小学、初中、高中三个学段学生的视力情况有较大差异，而男女生视力情况差异不大，在下面的抽样方法中，最合理的抽样方法是( )。

A. B.按性别分层抽样 C.按学段分层抽样 D.系统抽样

44.如图， $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  为长方体.

(1)求证: $B_1D_1 \perp$ 平面  $BC_1D$ ;

(2)若  $BC=CC_1$ ，求直线  $BC_1$  与平面  $ABCD$  所成角的大小.



150 吨至 250 吨之内，

其年生产的总成本： $y$ (万元) 与年产量  $x$ (吨) 之间的关系可近似地表示为  $y = x^2/10 - 30x + 4000$ 。

(1) 当年产量为多少吨时，每吨的平均成本最低，并求每吨最低平均成本；

(2) 若每吨平均出厂价为 16 万元，求年生产多少吨时，可获得最大的年利润，并求最大年利润。

#### 六、单选题(0 题)

46. 已知互相垂直的平面  $\alpha, \beta$  交于直线  $l$  若直线  $m, n$  满足  $m \perp \alpha, n \perp \beta$  则 ( )

A.  $m \parallel l$  B.  $m \parallel n$  C.  $n \perp l$  D.  $m \perp n$

1.A

$$\begin{aligned} B &= \{x | (x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\} = \\ & \{ (x, y) | x^2 + y^2 = 1 \} \cup \{ (x, y) | x^2 + y^2 < 1 \} \\ & = A \cup \{ (x, y) | x^2 + y^2 < 1 \} \\ & \text{又显然} \{ (x, y) | x^2 + y^2 < 1 \} \neq \text{空集} \\ & \text{故} A \text{真包含于} B \end{aligned}$$

2.C

根据题意逐一验证，可知  $y=-x^2+1$  是偶函数且在

( ) 上为减函数.

3.A

函数的奇偶性，单调性.因为： $y=x^2$  在  $(-\infty, 0)$  上是单调递减的，故  $y=1/x^2$  在  $(-\infty, 0)$  上是单调递增的，又  $y=1/x^2$  为偶函数，故 A 对； $y=x^2+1$  在  $(-\infty, 0)$  上是单调递减的，故 B 错； $y=x^3$  为奇函数，故 C 错； $y=2^{-x}$  为非奇非偶函数，故 D 错.

4.B

要使函数有意义，则  $x-1 > 0$ ，  
即  $x > 1$ ，  
则函数的定义域为  $\{x | x > 1\}$ ，  
故选：B.

5.D

由题可知，直线  $2x-y+7=0$  到圆  $(x-b)^2 + (y-b)^2 = 20$  的距离等于半径，所以二者相切。

6.A

椭圆的定义  $c^2 = a^2 - b^2 = 7$ ，所以  $c = \sqrt{7}$ ，所以焦点坐标为  $(\sqrt{7}, 0)$ 、 $(-\sqrt{7}, 0)$ 。

7.D

8.D

若事件A与事件B互为对立事件，则AUB为必然事件，根据概率的加法公式得  
 $P(A)+P(B)=1$

9.B

等差数列 $\{a_n\}$ 中,  $a_1=3$ ,  $a_{100}=36$ , 则 $a_3+a_{98}$   
 $=a_1+a_{100}=3+36=39$ ,  
故选C.

函数的奇偶性.由题意得  $f(-1)=-f(1)=-(1+1)=-2$

11. 18

由椭圆  $C: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ , 可得

$$a^2 = 25, b^2 = 9,$$

解得  $a = 5, b = 3, \therefore c = \sqrt{a^2 - b^2} = 4$ .

则  $\triangle PF_1 F_2$  的周长

$$= |PF_1| + |PF_2| + |F_1 F_2|$$

$$= 2a + 2c$$

$$= 2 \times 5 + 2 \times 4$$

$$= 18,$$

12.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/356035242120010234>