寿光现代中学 2023-2024 学年高三数学试题二模冲刺试题（七）

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\left\{x\middle|3\le x<7\right\}$，$B=\left\{x\middle|x^2-7x+10<0\right\}$，则 $\complement_U(A\cap B)=$（　　）

A．$(-\infty,3)\cup(5,+\infty)$　　　　B．$(-\infty,3]\cup(5,+\infty)$

C．$(-\infty,3]\cup[5,+\infty)$　　　　D．$(-\infty,3)\cup[5,+\infty)$

2．点 P 为棱长是 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的内切球 O 球面上的动点，点 M 为 B_1C_1 的中点，若满足 $DP\perp BM$，则动点 P 的轨迹的长度为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{5}\pi}{5}$　　B．$\dfrac{2\sqrt{5}\pi}{5}$　　C．$\dfrac{4\sqrt{5}\pi}{5}$　　D．$\dfrac{8\sqrt{5}\pi}{5}$

3．已知抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 经过点 $M\left(2,2\sqrt{2}\right)$，焦点为 F，则直线 MF 的斜率为（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$-2\sqrt{2}$

4．已知 $a\in R,b\in R$，则“直线 $ax+2y-1=0$ 与直线 $(a+1)x-2ay+1=0$ 垂直”是“$a=3$”的(　　)

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

5．设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\left\{x\middle|x<2\right\}$，$B=\left\{x\middle|x^2-3x<0\right\}$，则 $\left(\complement_U A\right)\cap B=$（　　）

A．$(0,3)$　　B．$[2,3)$　　C．$(0,2)$　　D．$(0,+\infty)$

6．过抛物线 C 的焦点且与 C 的对称轴垂直的直线 l 与 C 交于 A，B 两点，$|AB|=4$，P 为 C 的准线上的一点，则 ΔABP 的面积为（　　）

A．1　　B．2　　C．4　　D．8

7．已知符号函数 $sgnx=\begin{cases}1,&x>0\\0,&x=0\\-1,&x<0\end{cases}$ f（x）是定义在 R 上的减函数，g（x）$=f$（x）$-f$（ax）（$a>1$），则（　　）

A．$sgn[g(x)]=sgn\,x$　　　　B．$sgn[g(x)]=-sgnx$

C．$sgn[g(x)]=sgn[f(x)]$　　　　D．$sgn[g(x)]=-sgn[f(x)]$

8．若不相等的非零实数 x，y，z 成等差数列，且 x，y，z 成等比数列，则 $\frac{x+y}{z}=$（　　）

A．$-\frac{5}{2}$　　　　B．-2　　　　C．2　　　　D．$\frac{7}{2}$

9．对于正在培育的一颗种子，它可能 1 天后发芽，也可能 2 天后发芽，….下表是 20 颗不同种子发芽前所需培育的天数统计表，则这组种子发芽所需培育的天数的中位数是(　　)

发芽所需天数	1	2	3	4	5	6	7	≥ 8
种子数	4	3	3	5	2	2	1	0

A．2　　　　B．3　　　　C．3.5　　　　D．4

10．已知 $a>b>0$，$c>1$，则下列各式成立的是（　　）

A．$\sin a>\sin b$　　　　B．$c^a>c^b$　　　　C．$a^c<b^c$　　　　D．$\frac{c-1}{b}<\frac{c-1}{a}$

11．在三角形 ABC 中，$a=1$，$\frac{b+c}{\sin A}=\frac{a+b}{\sin A+\sin B-\sin C}$，求 $b\sin A=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　B．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　　　C．$\frac{1}{2}$　　　　D．$\frac{\sqrt{6}}{2}$

12．已知 m,n 是两条不重合的直线，α,β 是两个不重合的平面，下列命题正确的是（　　）

A．若 $m\parallel\alpha$，$m\parallel\beta$，$n\parallel\alpha$，$n//\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$

B．若 $m//n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$

C．若 $m\perp n$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

D．若 $m\perp n$，$m\parallel\alpha$，$n\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．某校为了解家长对学校食堂的满意情况，分别从高一、高二年级随机抽取了 20 位家长的满意度评分，其频数分布表如下：

满意度评分分组	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$	$[90,100)$	合计
高一	1	3	6	6	4	20
高二	2	6	5	5	2	20

根据评分，将家长的满意度从低到高分为三个等级：

满意度评分	评分＜70 分	70≤评分＜90	评分≥90 分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

假设两个年级家长的评价结果相互独立，根据所给数据，以事件发生的频率作为相应事件发生的概率.现从高一、高二年级各随机抽取 1 名家长，记事件 A："高一家长的满意度等级高于高二家长的满意度等级"，则事件 A 发生的概率为__________.

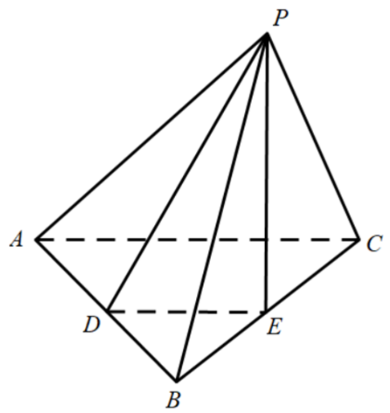
14．已知 $(1+2x)^{11}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{10}x^{10}+a_{11}x^{11}$，则 $a_1-2a_2+\cdots-10a_{10}+11a_{11}=$_____.

15．已知实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y\ge 0\\x+y-4\le 0\\y\ge 1\end{cases}$，则 $z=2^{-3x+y}$ 的最大值是__________.

16．已知无盖的圆柱形桶的容积是 12π 立方米，用来做桶底和侧面的材料每平方米的价格分别为 30 元和 20 元，那么圆桶造价最低为________元.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）如图，三棱锥 $P-ABC$ 中，点 D，E 分别为 AB，BC 的中点，且平面 $PDE\perp$ 平面 ABC.



(1) 求证：$AC//$ 平面 PDE；

(2) 若 $PD=AC=2$，$PE=\sqrt{3}$，求证：平面 $PBC\perp$ 平面 ABC.

18.（12 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，且椭圆 C 的一个焦点与抛物线 $y^2=4\sqrt{3}x$ 的焦点重合.过点 $E(1,0)$ 的直线 l 交椭圆 C 于 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ 两点，O 为坐标原点.

（1）若直线 l 过椭圆 C 的上顶点，求 ΔMON 的面积；

（2）若 A，B 分别为椭圆 C 的左、右顶点，直线 MA，NB，MB 的斜率分别为 k_1，k_2，k_3，求 $k_3(k_1+k_2)$ 的值.

19.（12 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）过点（$0,\sqrt{2}$），且满足 $a+b=3\sqrt{2}$.

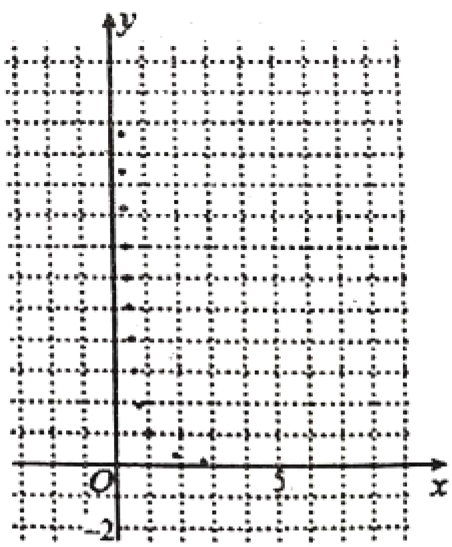
（1）求椭圆 C 的方程；

（2）若斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线与椭圆 C 交于两个不同点 A，B，点 M 坐标为（2,1），设直线 MA 与 MB 的斜率分别为 k_1，k_2，试问 k_1+k_2 是否为定值？并说明理由．

20．（12 分）某学生为了测试煤气灶烧水如何节省煤气的问题设计了一个实验，并获得了煤气开关旋钮旋转的弧度数 x 与烧开一壶水所用时间 y 的一组数据，且作了一定的数据处理（如下表），得到了散点图（如下图）．

$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{w}$	$\sum_{i=1}^{10}(x_i-\overline{x})^2$	$\sum_{i=1}^{10}(w_i-\overline{w})^2$	$\sum_{i=1}^{10}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$	$\sum_{i=1}^{10}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})$
1.47	20.6	0.78	2.35	0.81	−19.3	16.2

表中 $w_i=\frac{1}{x_i^2}$，$\overline{w}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}w_i$．



（1）根据散点图判断，$y=a+bx$ 与 $y=c+\frac{d}{x^2}$ 哪一个更适宜作烧水时间 y 关于开关旋钮旋转的弧度数 x 的回归方程类型？（不必说明理由）

（2）根据判断结果和表中数据，建立 y 关于 x 的回归方程；

（3）若单位时间内煤气输出量 t 与旋转的弧度数 x 成正比，那么，利用第（2）问求得的回归方程知 x 为多少时，烧开一壶水最省煤气？

附：对于一组数据 $(u_1,v_1),(u_2,v_2),(u_3,v_3),\cdots,(u_n,v_n)$，其回归直线 $v=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘法估计值分别为 $\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})^2}$，$\hat{\alpha}=\overline{v}-\beta\overline{u}$

21．（12 分）已知椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(0<b<a)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.且经过点 $(1,\frac{\sqrt{3}}{2})$

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）过点(0，2)的直线 l 与椭圆 C 交于不同两点 A、B，以 OA、OB 为邻边的平行四边形 $OAMB$ 的顶点 M 在椭圆 C 上，求直线 l 的方程.

22．（10 分）已知椭圆 C： $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的左、右焦点分别为 F_1， F_2，焦距为 2，且经过点 $T\left(-1,-\frac{3}{2}\right)$，斜率为 $k\left(k>0\right)$ 的直线 l_1 经过点 $M\left(0,2\right)$，与椭圆 C 交于 G， H 两点.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）在 x 轴上是否存在点 $P\left(m,0\right)$，使得以 PG， PH 为邻边的平行四边形是菱形？如果存在，求出 m 的取值范围，如果不存在，请说明理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

先计算集合 B，再计算 $A\cap B$，最后计算 $\complement_U(A\cap B)$.

【详解】

解：$\because B=\left\{x\left|x^2-7x+10<0\right.\right\}$

$\therefore B=\{x\,|\,2<x<5\}$，

$\because A=\left\{x\left|3\le x<7\right.\right\}$

$\therefore A\cap B=\{x\,|\,3\le x<5\}$，

$\therefore \complement_U(A\cap B)=\left(-\infty,3\right)\cup\left[5,+\infty\right)$.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了集合的交，补混合运算，注意分清集合间的关系，属于基础题.

2、C

【解析】

设 B_1B 的中点为 H，利用正方形和正方体的性质，结合线面垂直的判定定理可以证明出 $BM\perp$ 平面 DCH，这样可以确定动点 P 的轨迹，最后求出动点 P 的轨迹的长度.

【详解】

设 B_1B 的中点为 H，连接 CH,DH，因此有 $CH\perp BM$，而 $DC\perp MB$，而 $DC,CH\subset$ 平面 CDH，

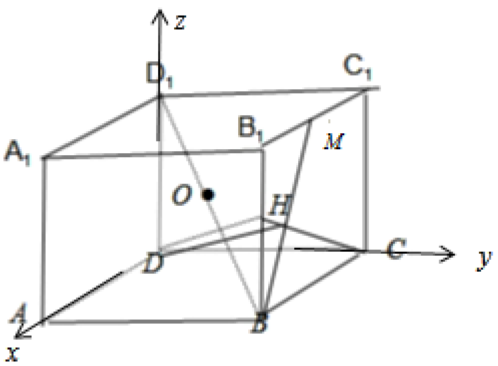
$DC\cap CH=C$，因此有 $BM\perp$ 平面 DCH，所以动点 P 的轨迹平面 DCH 与正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的内切球 O 的交线. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，所以内切球 O 的半径为 $R=1$，建立如下图所示的以 D 为坐标原点的空间直角坐标系：

因此有 $O(1,1,1),C(0,2,0),H(2,2,1)$，设平面 DCH 的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$，所以有

$\begin{cases}\vec{m}\perp\overrightarrow{DC}\\ \vec{m}\perp\overrightarrow{DH}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{DC}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{DH}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2y=0\\ 2x+2y+z=0\end{cases}\Rightarrow\vec{m}=(1,0,-2)$，因此 O 到平面 DCH 的距离为：$d=\dfrac{\left|\vec{m}\cdot\overrightarrow{OD}\right|}{\left|\vec{m}\right|}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

所以截面圆的半径为：$r=\sqrt{R^2-d^2}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，因此动点 P 的轨迹的长度为 $2\pi r=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}\pi$.

故选：C



【点睛】

本题考查了线面垂直的判定定理的应用，考查了立体几何中轨迹问题，考查了球截面的性质，考查了空间想象能力和数学运算能力.

3、A

【解析】

先求出 p，再求焦点 F 坐标，最后求 MF 的斜率

【详解】

解：抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 经过点 $M\left(2,2\sqrt{2}\right)$

$\left(2\sqrt{2}\right)^2=2p\times 2$， $p=2$，

$F\left(1,0\right)$， $k_{MF}=2\sqrt{2}$，

故选：A

【点睛】

考查抛物线的基础知识及斜率的运算公式，基础题.

4、B

【解析】

由两直线垂直求得则 $a=0$ 或 $a=3$，再根据充要条件的判定方法，即可求解.

【详解】

由题意，“直线 $ax+2y-1=0$ 与直线 $(a+1)x-2ay+1=0$ 垂直”

则 $a(a+1)+2\times(-2a)=0$，解得 $a=0$ 或 $a=3$，

所以“直线 $ax+2y-1=0$ 与直线 $(a+1)x-2ay+1=0$ 垂直”是“ $a=3$ ”的必要不充分条件，故选 B.

【点睛】

本题主要考查了两直线的位置关系，及必要不充分条件的判定，其中解答中利用两直线的位置关系求得 a 的值，同时熟记充要条件的判定方法是解答的关键，着重考查了推理与论证能力，属于基础题.

5、B

【解析】

可解出集合 B，然后进行补集、交集的运算即可.

【详解】

$\because B=\left\{x\left|x^2-3x<0\right.\right\}=\left(0,3\right)$， $A=\left\{x\left|x<2\right.\right\}$，则 $\complement_U A=\left[2,+\infty\right)$，因此，$\left(\complement_U A\right)\cap B=\left[2,3\right)$.

故选：B.

【点睛】

本题考查补集和交集的运算，涉及一元二次不等式的求解，考查运算求解能力，属于基础题.

6、C

【解析】

设抛物线的解析式 $y^2=2px(p>0)$，得焦点为 $F\left(\dfrac{p}{2},0\right)$，对称轴为 x 轴，准线为 $x=-\dfrac{p}{2}$，这样可设 A 点坐标为

$\left(\frac{p}{2},2\right)$，代入抛物线方程可求得 p，而 P 到直线 AB 的距离为 p，从而可求得三角形面积.

【详解】

设抛物线的解析式 $y^2=2px(p>0)$，

则焦点为 $F\left(\frac{p}{2},0\right)$，对称轴为 x 轴，准线为 $x=-\frac{p}{2}$，

∵ 直线 l 经过抛物线的焦点，A，B 是 l 与 C 的交点，

又 $AB\perp x$ 轴，∴可设 A 点坐标为 $\left(\frac{p}{2},2\right)$，

代入 $y^2=2px$，解得 $p=2$，

又∵点 P 在准线上，设过点 P 的 AB 的垂线与 AB 交于点 D，$|DP|=\frac{p}{2}+\left|-\frac{p}{2}\right|=p=2$，

$\therefore S_{\Delta ABP}=\frac{1}{2}|DP|\cdot|AB|=\frac{1}{2}\times2\times4=4$.

故应选 **C.**

【点睛】

本题考查抛物线的性质，解题时只要设出抛物线的标准方程，就能得出 A 点坐标，从而求得参数 p 的值．本题难度一般.

7、A

【解析】

根据符号函数的解析式，结合 ***f*（*x*）** 的单调性分析即可得解.

【详解】

根据题意，***g*（*x*）=*f*（*x*）﹣*f*（*ax*）**，而 ***f*（*x*）** 是 ***R*** 上的减函数，

当 ***x*>0** 时，***x*<*ax***，则有 ***f*（*x*）>*f*（*ax*）**，则 ***g*（*x*）=*f*（*x*）﹣*f*（*ax*）>0**，此时 ***sgn*[*g*（*x*）]=1**，

当 ***x*=0** 时，***x*=*ax***，则有 ***f*（*x*）=*f*（*ax*）**，则 ***g*（*x*）=*f*（*x*）﹣*f*（*ax*）=0**，此时 ***sgn*[*g*（*x*）]=0**，

当 ***x*<0** 时，***x*>*ax***，则有 ***f*（*x*）<*f*（*ax*）**，则 ***g*（*x*）=*f*（*x*）﹣*f*（*ax*）<0**，此时 ***sgn*[*g*（*x*）]=﹣1**，

综合有：***sgn*[*g*（*x*）]=*sgn*（*x*）**；

故选：**A.**

【点睛】

此题考查函数新定义问题，涉及函数单调性辨析，关键在于读懂定义，根据自变量的取值范围分类讨论.

8、A

【解析】

由题意，可得$y=\dfrac{x+z}{2}$，$z^2=xy$，消去y得$x^2+xz-2z^2=0$,可得$\dfrac{x}{z}=-2$，继而得到$y=-\dfrac{z}{2}$，代入即得解

【详解】

由x，y，z成等差数列，

所以$y=\dfrac{x+z}{2}$，又x，z，y成等比数列，

所以$z^2=xy$，消去y得$x^2+xz-2z^2=0$，

所以$\left(\dfrac{x}{z}\right)^2+\dfrac{x}{z}-2=0$，解得$\dfrac{x}{z}=1$或$\dfrac{x}{z}=-2$，

因为x，y，z是不相等的非零实数，

所以$\dfrac{x}{z}=-2$，此时$y=-\dfrac{z}{2}$，

所以$\dfrac{x+y}{z}=-2-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{5}{2}$.

故选：A

【点睛】

本题考查了等差等比数列的综合应用，考查了学生概念理解，转化划归，数学运算的能力，属于中档题.

9、C

【解析】

根据表中数据，即可容易求得中位数.

【详解】

由图表可知，种子发芽天数的中位数为$\dfrac{3+4}{2}=3.5$，

故选：C.

【点睛】

本题考查中位数的计算，属基础题.

10、B

【解析】

根据函数单调性逐项判断即可

【详解】

对 A,由正弦函数的单调性知 sin$a$ 与 sin$b$ 大小不确定，故错误；

对 B,因为 $y=c^x$ 为增函数，且 $a>b$，所以 $c^a>c^b$，正确

对 C,因为 $y=x^c$ 为增函数,故$a^c>b^c$ ，错误；

对 **D**，因为 $y=\frac{c-1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 为减函数，故 $\frac{c-1}{b}>\frac{c-1}{a}$ ，错误

故选 **B**.

【点睛】

本题考查了不等式的基本性质以及指数函数的单调性，属基础题.

11、**A**

【解析】

利用正弦定理边角互化思想结合余弦定理可求得角 B 的值，再利用正弦定理可求得 $b\sin A$ 的值.

【详解】

$\because \frac{b+c}{\sin A}=\frac{a+b}{\sin A+\sin B-\sin C}$，由正弦定理得 $\frac{b+c}{a}=\frac{a+b}{a+b-c}$，整理得 $a^2+c^2-b^2=ac$，

由余弦定理得 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{2}$，$\because 0<B<\pi$，$\therefore B=\frac{\pi}{3}$.

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ 得 $b\sin A=a\sin B=1\times\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：**A**.

【点睛】

本题考查利用正弦定理求值，涉及正弦定理边角互化思想以及余弦定理的应用，考查计算能力，属于中等题.

12、**B**

【解析】

根据空间中线线、线面位置关系，逐项判断即可得出结果.

【详解】

A 选项，若 $m\parallel\alpha$，$m\parallel\beta$，$n\parallel\alpha$，$n//\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$ 或 α 与 β 相交；故 **A** 错；

B 选项，若 $m//n$，$m\perp\alpha$，则 $n\perp\alpha$，又 $n\perp\beta$，α,β 是两个不重合的平面，则 $\alpha\parallel\beta$，故 **B** 正确；

C 选项，若 $m\perp n$，$m\subset\alpha$，则 $n\subset\alpha$ 或 $n\parallel\alpha$ 或 n 与 α 相交，又 $n\subset\beta$，α,β 是两个不重合的平面，则 $\alpha\parallel\beta$ 或 α 与 β 相交；故 **C** 错；

D 选项，若 $m\perp n$，$m\parallel\alpha$，则 $n\subset\alpha$ 或 $n\parallel\alpha$ 或 n 与 α 相交，又 $n\perp\beta$，α,β 是两个不重合的平面，则 $\alpha\parallel\beta$ 或 α 与 β 相交；故 **D** 错；

故选 **B**

【点睛】