1.3 二次函数的性质 同步测试（提高版）

夯实基础　　黑发不知勤学早，白首方悔读书迟。

一、选择题

1．对于二次函数$y=x^2-4x-1$的图象，下列说法错误的是（　　）

A．开口向上

B．与 x 轴有两个交点

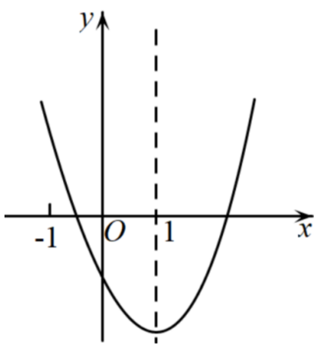
C．抛物线的顶点坐标是（2，－5）

D．当 x≥2 时，y 随 x 的增大而减小

2．已知$t=x^2-2x+4$，x，y满足$\begin{cases}x-y=m+1\\x+y=3m+3\end{cases}$，且$-1\leq y\leq 1$，则$t$的取值范围是（　　）

A．$4\leq t\leq 12$　　B．$3\leq t\leq 12$　　C．$3\leq t\leq 4$　　D．$4\leq t\leq 7$

3．二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象如图所示，对称轴是直线$x=1$，则下列结论：①$abc>0$；②$a+c-b>0$；③$4a+2b+c>0$；④$3a+c>0$；⑤$a+b\leq m(am+b)$（m 为实数）．正确的有（　　）个



A．1　　B．2　　C．3　　D．4

4．已知二次函数 y＝x²－2x－3 的自变量 x_1，x_2，x_3对应的函数值分别为 y_1，y_2，y_3．当$-1<x_1<0$，$1<x_2<2$，$x_3>3$ 时，y_1，y_2，y_3三者之间的大小关系是（　　）

A．$y_1<y_2<y_3$　　B．$y_2<y_3<y_1$　　C．$y_3<y_1<y_2$　　D．$y_2<y_1<y_3$

5．抛物线$y=ax^2+b$（a、b 为常数，且$a\neq0$）上有两点$A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$．若$y_1<y_2$，则下列结论正确的是（　　）

A．当$b>0$时，$|x_1|<|x_2|$　　B．当$b<0$时，$|x_1|<|x_2|$

C．当$a>0$时，$|x_1|<|x_2|$　　D．当$a<0$时，$|x_1|<|x_2|$

6．已知，点$A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$在抛物线$y=x^2-4x+3$上，若$-1<x_1<1$，存在一个正数 m，当$m-1<x_2<m$时，都有$y_1\neq y_2$，则 m 的取值范围是（　　）

A．$m\geq2$　　B．$2\leq m\leq3$

C．$2\leq m\leq3$或$m\geq5$　　D．$2\leq m\leq3$或$m\geq6$

7．当$-2\leqslant x\leqslant1$时，关于 x 的二次函数$y=-(x-m)^2+m^2+1$有最大值 4，则实数 m 的值为（　　）

A．2　　B．2 或$-\sqrt{3}$　　C．2 或$-\sqrt{3}$或$-\frac{7}{4}$　　D．2 或$\pm\sqrt{3}$或$-\frac{7}{4}$

8．已知二次函数$y=x^2-2x+3$，关于该函数在$-2\leqslant x\leqslant2$的取值范围内，下列说法正确的是（　　）

A．有最大值 11，有最小值 3　　B．有最大值 11，有最小值 2

C．有最大值 3，有最小值 2　　D．有最大值 3，有最小值 1

9．已知当$0\leqslant x\leqslant m$时，二次函数 $y=-(x-2)^2+7$ 的最大值与最小值的差为 4，则 m 的值可以是（　　）

A．1　　B．1.5　　C．2　　D．5

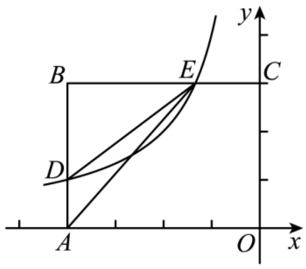
10．已知二次函数$y=x^2-2x-4$，当自变量 x 的取值范围是$x\geqslant-1$时，下列关于函数 y 的最值说法正确的是（　　）

A．有最小值－5，有最大值－1　　B．有最小值－5，无最大值

C．有最小值－1，无最大值　　D．无最小值，有最大值－1

二、填空题

11．如图，在平面直角坐标系中，四边形$OABC$是矩形，且$A(-4,\ 0)$，$C(0,\ 3)$，反比例函数$y=\dfrac{k}{x}$的图象与边AB、BC交于点D、E，连接DE、AE，则当k_________时，$\triangle ADE$的面积最大.



12．设二次函数$y_1=-mx^2+nx-1$，$y_2=-x^2-nx-m$（m，n是实数，m≠0）的最大值分别是p，q，若p+q＝0，则p＝_________，q＝_________.

13．已知关于x的方程$x^2+bx+c=0$的两个根分别是$x_1=m$，$x_2=8-m$，若点P是二次函数$y=x^2+bx-c$的图象与y轴的交点，过P作PQ⊥y轴交抛物线于另一交点Q，则PQ的长为_________.

14．已知函数$y=-x^2+bx+c$（b，c为常数）的图像经过点$(0,\ -2)$，$(-4,\ -2)$.

（1）当$-3\le x\le 0$时，y的最大值为_________.

（2）当$m\le x\le 0$时，若y的最大值与最小值之和为-1，则m的值为______________.

15．已知二次函数$y=x^2-2mx$（m为常数），当$-1\le x\le 2$时，函数值y的最小值为-2，则m的值是_____________.

16．y 关于x的二次函数$y=ax^2+a^2$，在$-1\le x\le\dfrac{1}{2}$时有最大值6，则$a=$_________.

优尖拔高　　书山有路勤为径，学海无涯苦作舟。

三、解答题

17．已知二次函数$y=-x^2+2kx+1-k$.（k是常数）

（1）求此函数的顶点坐标.

（2）当$x\geq 1$时，y随x的增大而减小，求k的取值范围.

（3）当$0\leq x\leq 1$时，该函数有最大值3，求k的值.

18．二次函数$y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，且$a\neq 0$）的自变量x与函数值y的部分对应值如下表：

x	…	−1	0	3	4	…
y	…	0	4	m	0	…

（1）直接写出m的值，并求该二次函数的解析式；

（2）当$1<x<5$时，求函数值y的取值范围.

19．在直角坐标系中，设函数 $y_1=ax^2+bx-a$（a，b 是常数，a≠0）.

（1）已知函数 y_1 的图象经过点（1，2）和（−2，−1），求函数 y_1 的表达式.

（2）若函数 y_1 图象的顶点在函数 $y_2=2ax$ 的图象上，求证：b＝2a.

（3）若 b＝a+3，当 x＞−1 时，函数 y_1 随 x 的增大而增大，求 a 的取值范围.

20．已知二次函数$y=x^2-2mx+2m^2-2$.

（1）若$m=2$，则该抛物线的对称轴为_________；若$A(m-2,\ y_1)$，$B(m+1,\ y_2)$两点在该二次函数图象上，则y_1与y_2的大小关系为_________；

（2）若该函数图象的顶点到x轴的距离等于 2，试求m的值；

（3）若抛物线在$1 \le x \le 3$时，对应的函数有最大值 3，求m的值.

21．在平面直角坐标系中，二次函数图象的表达式 $y=ax^2+(a+1)x$，其中 $a\neq 0$.

（1）若此函数图象过点（1，-3），求这个二次函数的表达式；

（2）函数 $y=ax^2+(a+1)x$（$a\neq 0$），若（x_1，y_1），（x_2，y_2）为此二次函数图象上的两个不同点，

①若 $x_1+x_2=4$，则 $y_1=y_2$，试求 a 的值；

②当 $x_1>x_2\geqslant -3$，对任意的 x_1，x_2 都有 $y_1>y_2$，试求 a 的取值范围.

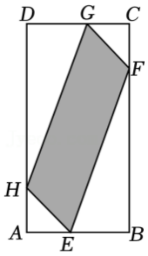
22．已知抛物线$y=x^2+(n-3)x+n+1$经过坐标原点 O，与 x 轴交于另一点 A，顶点为 B. 求：

（1）抛物线的解析式；

（2）$\triangle AOB$的面积；

（3）自变量 x 满足$m \le x \le m+2$时，函数 y 的最小值是-3，求 m 的值.

23．如图，在矩形ABCD中，AB＝2，BC＝4，E，F，G，H分别是AB，BC，CD，DA上一点（不与各顶点重合），且AE＝AH＝CG＝CF，记四边形EFGH面积为S（图中阴影），AE＝x．



（1）求S关于x的函数表达式，并直接写出自变量x的取值范围．

（2）当x为何值时，S的值最大，并写出S的最大值．

24．已知二次函数$y=ax^2+4ax+3a$(a为常数)．

（1）若二次函数的图象经过点(2，3)，求函数y的表达式,:

（2）若a>0，当$x<\frac{m}{3}$时，此二次函数y随着x的增大而减小，求m的取值范围，

（3）若二次函数在$-3\leqslant x\leqslant 1$时有最大值3，求a的值．

答案与解析

1.【答案】D

【解析】【解答】解：A、∵二次函数$y=x^2-4x-1$中，a＝1，则 a＞0，

∴抛物线开口向上，故此选项正确，不符合题意；

B、当 y＝0 时，$0=x^2-4x-1$，

对于方程$x^2-4x-1=0$来说，

∵$\Delta=(-4)^2-4\times1\times(-1)=20>0$，

∴方程$x^2-4x-1=0$有两个不相等的实数根，则二次函数$y=x^2-4x-1$的图象

与 x 轴有两个交点，故此选项正确，不符合题意；

C、∵$y=x^2-4x-1=(x-2)^2-5$，

∴抛物线的顶点坐标是（2，－5），故此选项正确，不符合题意；

D、∵$y=x^2-4x-1=(x-2)^2-5$，

∴抛物线的对称轴是 x＝2，

∵a＝1＞0，

∴抛物线开口向上，

∴当 x≥2 时，y 随 x 的增大而增大，故此选项错误，符合题意.

故答案为：D.

【分析】由抛物线的二次项系数 a=1＞0，可知函数图象开口向上，据此判断 A；令抛物线解析式中的 y=0 求出对应一元二次方程根的判别式 b^2-4ac 的值，由判别式的值＞0 可知方程有两个不相等的实数根，进而即可得出抛物线与 x 轴有两个不同的交点，据此判断 B；将抛物线的解析式配成顶点式，可得其顶点坐标，据此判断 C；由于抛物线的开口向上，在对称轴左侧，y 随 x 的增大而减小，在对称轴右侧，y 随 x 的增大而增大，据此可判断 D.

2.【答案】B

【解析】【解答】解：$\begin{cases}x-y=m+1①\\x+y=3m+3②\end{cases}$，

①＋②得：$2x=4m+4$，

$x=2m+2$，

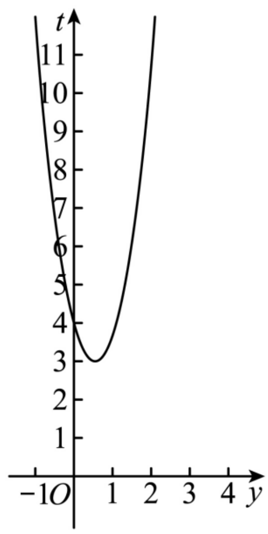
②−①得：$2y=2m+2$，

$y=m+1$，

$\therefore x=2y$，

$\therefore t=x^2-2x+4=4y^2-4y+4=4\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+3$，

如图：



当$y=-1$时，$t=4y^2-4y+4=4+4+4=12$，

当$y=\frac{1}{2}$时，t 有最小值 3，

当$y=1$，$t=4y^2-4y+4=4-4+4=4$，

$\because -1\le y\le 1$，

$\therefore 3\le t\le 12$，

故答案为：B.

【分析】将所给方程组的两个方程相加可得 x=2m+2，将方程组中的两个方程相减可得 y=m+1，据此可得 x=2y，将其代入所给的函数关系式可得 t 与 y 的函数关系式，将其配成顶点式，然后分别取 y=−1，y=1 与 y=$\frac{1}{2}$三个界点值算出对应的 t 的值，即可得出答案.

3.【答案】D

【解析】【解答】解：∵抛物线的开口向上，与 y 的交点在负半轴，对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}=1$，

∴a＞0，b=−2a＜0，c＜0，

∴abc＞0，故①正确；

当 x=−1 时，y=a+c−b＞0，故②正确；

当 x=2 时，y=4a+2b+c＜0，故③错误；

∵b=−2a，a+c−b＞0，

∴3a+c＞0，故④正确；

∵当 x=1 时，y 有最小值，最小值为 a+b+c，

∴a+b+c≤am^2+bm+c，

∴a+b≤m（am+b），故⑤正确；

∴正确的有 4 个.

故答案为：D.

【分析】根据抛物线的开口方向，对称轴，与 y 轴的交点坐标，确定 a，b，c 的符号，即可判断①正确；根据当 x=−1 和 x=4 时 y 的值，即可判断②正确，③错误；根据 b=−2a，a+c−b＞0，得出 3a+c＞0，即可判断④正确；根据抛物线有最小值为 a+b+c，即可判断④正确；

4.【答案】D

【解析】【解答】解：∵抛物线 $y＝x^2−2x−3＝（x-1）^2−4$，

∴对称轴 x＝1，顶点坐标为（1，-4），

当 y＝0 时，$（x-1）^2−4＝0$，

解得 x＝-1 或 x＝3，

∴抛物线与 x 轴的两个交点坐标为：(-1，0)，(3，0)，

∴当$-1<x_1<0$，$1<x_2<2$，$x_3>3$时，$y_2<y_1<y_3$，

故答案为：D.

【分析】根据抛物线的解析式可得对称轴x＝1，顶点坐标为（1，-4），令y=0，求出x的值，可得抛物线与x轴的两个交点坐标，据此进行比较.

5.【答案】C

【解析】【解答】解：抛物线$y=ax^2+b$的对称轴是y轴，当a＞0时，抛物线开口向上，抛物线上的点离对称轴越远，函数值越大，

由题意知，在其图象上有两点$A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，若$y_1<y_2$，则$|x_1|<|x_2|$，

故答案为：C.

【分析】由于抛物线解析式中一次项系数为0，故对称轴直线是y轴，当a＞0时，抛物线开口向上，抛物线上的点离对称轴越远，函数值越大，当a＜0时，抛物线开口向下，抛物线上的点离对称轴越远，函数值越小，据此判断即可得出答案.

6.【答案】D

【解析】【解答】解：∵抛物线解析式为$y=x^2-4x+3$，

∴对称轴为$x=2$，由二次函数的对称性可知，

当$x=-1$和$x=5$时，函数值y相等，

当$x=1$和$x=3$时，函数值y相等，

即当满足$-1<x<1$和$3<x<5$的函数值相同，

当$-1<x_1<1$，存在一个正数m，当$m-1<x_2<m$时，都有$y_1\neq y_2$，

∴$\begin{cases} m-1\geq 1 \\ m\leq 3 \end{cases}$或$m-1\geq 5$，解得$2\leq m\leq 3$或$m\geq 6$；

故答案为：D.

【分析】首先根据抛物线的对称轴直线公式求出抛物线的对称轴直线，进而根据抛物线的对称性得

当$x=-1$和$x=5$时，函数值y相等，当$x=1$和$x=3$时，函数值y相等，即当满足$-1<x<1$和$3<x<5$

的函数值相同，据此结合题意可得$\begin{cases} m-1 \geq 1 \\ m \leq 3 \end{cases}$或$m-1 \geq 5$，求解即可.

7.【答案】B

【解析】【解答】解：当 m＜-2，x＝-2 时，$y_{最大}$＝-（-2-m）^{2}+m^2+1＝4，解得 m＝-$\frac{7}{4}$（舍），

当-2≤m≤1，x＝m 时，$y_{最大}$＝m^2+1＝4，解得 m＝-$\sqrt{3}$；

当 m＞1，x＝1 时，$y_{最大}$＝-（1-m）^{2}+m^2+1＝4，

解得 m＝2，

综上所述：m 的值为-$\sqrt{3}$或 2，

故答案为：B.

【分析】二次函数的对称轴为直线 x=m，再分 m＜-2，-2≤m≤1 和 m＞1 三种情况，然后根据二次函数的增减性及最大值为 4 分布建立方程并解之即可.

8.【答案】B

【解析】【解答】解：y＝x^2－2x+3=（x−1）^{2}+2，

∴抛物线的对称轴为直线 x=1，

∴当 x＞1 时 y 随 x 的增大而增大，当 x＜1 时 y 随 x 的增大而减小，

∴ 当 1≤x≤2 时，

x=2 时 y 的值最大为 y=（2−1）^{2}+2=3，当 x=1 时最小值为 2；

当−2≤x≤1 时，

当 x=−2 时 y 的值最大为 y=（−2−1）^{2}+2=11；

∴有最大值 11，有最小值 2.

故答案为：B.