备战2024高考优秀模拟题分类汇编——三角函数

一、填空题

1．（23·24上·奉贤·阶段练习）方程$\lg(\sin x)=\lg(-\cos x)$的解集为_________.

2．（23·24上·静安·期中）设函数$f(x)$定义域为D．若对D内任意 x_1，$x_2(x_1\neq x_2)$，有$(x_2-x_1)[f(x_2)-f(x_1)]>0$恒成立，则称函数$f(x)$为"Z函数"：①$f(x)=1$；②$f(x)=2x+1$；③$f(x)=\frac{1}{e^x}$；④$f(x)=\sin x$；⑤$f(x)=x-\frac{1}{x}$．其中"Z函数"的序号是__________________(写出所有的正确序号)

3．（23·24上·嘉定·期中）若将函数$y=\sin(2x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位后其图像关于$y$轴对称，则$\varphi=$_.

4．（23·24上·浦东新·期中）已知关于x的不等式$\sin x-\cos^2x+2<a$有解，则实数a的取值范围为______

5．（23·24上·浦东新·阶段练习）函数$f(x)=\cos 2x+6\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right),x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$的值域为__________.

6．（22·23·徐汇·三模）已知函数$y=f(x)$的对称中心为$(0,1)$，若函数$y=1+\sin x$的图象与函数$y=f(x)$的图象共有6个交点，分别为(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，…，(x_6,y_6)，则$\sum_{i=1}^{6}(x_i+y_i)=$__________.

7．（22·23·黄浦·三模）若a、b为实数，且$a<b$，函数$y=\sin x$在闭区间$[a,b]$上的最大值和最小值的差为1，则$b-a$的取值范围是______.

8．（22·23下·宝山·阶段练习）已知$f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$，函数$y=f(x)$，$x\in\mathbf{R}$的最小正周期为$\pi$，将$y=f(x)$的图像向左平移$\varphi\left(0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$个单位长度，所得图像关于$y$轴对称，则$\varphi$的值是______.

9．（23·24上·嘉定·期中）已知函数$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，将$y=f(x)$的图像向左平移$\varphi(0<\varphi<\pi)$个单位后得到函数$y=g(x)$的图像，若$y=g(x)$图像上各最高点到点$(0,3)$的距离的最小值为1，则$\varphi=$__________.

10．（22·23·浦东新·三模）函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$在一个周期内的部分取值如下表：

x	$-\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{12}$
$f(x)$	a	1	a	$-a$	-1

则$a=$__________.

11．（22·23·嘉定·三模）若关于x的方程$2\sin^2x-\sqrt{3}\sin 2x+m-1=0$在$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$上有实数解，则实数$m$的取值范围是__________.

12．（23·24上·嘉定·阶段练习）若实数x、y满足$6\cos^2(x+y-3)=\frac{(x+3)^2+(y-3)^2-2xy}{x-y+3}$，则$xy$的最小值为________.

13．（23·24上·奉贤·阶段练习）已知函数$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，$g(x)=f\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$，若对任意的$a,b\in[-m,m](m>0)$，

当$a<b$时，$f\left(a\right)-f\left(b\right)<g\left(2a\right)-g\left(2b\right)$恒成立，则实数$m$的取值范围是___________.

14．（23·24上·徐汇·阶段练习）已知函数$f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$，将$y=f\left(x\right)$的图像向左平移$\varphi\left(0<\varphi<\pi\right)$个单位后得到函数$y=g\left(x\right)$的图像．若$y=g\left(x\right)$图像上各最高点到点$\left(0,3\right)$的距离的最小值为1，则$\varphi$的值为_____________.

15．（23·24上·闵行·期中）设函数$f(x)=\sin^6\dfrac{kx}{4}+\cos^6\dfrac{kx}{4}$，其中$k$是一个正整数，若对任意实数$a$，均有$\{f(x)\mid a<x<a+1\}=\{f(x)\mid x\in\mathrm{R}\}$，则$k$的最小值为__________.

二、单选题

16．（23·24上·杨浦·阶段练习）要得到函数$y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$的图象，只需将函数$y=\sin 2x$的图象（　）

A．向左平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位　　B．向右平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位

C．向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位　　D．向右平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位

17．（23·24上·青浦·期中）设函数$y=\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{6})(0<\omega<5)$图像的一条对称轴方程为$x=\dfrac{\pi}{12}$，若$x_1,x_2$是该函数的两个不同的零点，则$\left|x_1-x_2\right|$不可能取下述选项中的（　　）．

A．$\dfrac{\pi}{4}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{\pi}{2}$　　D．π

18．（23·24上·浦东新·期中）奇函数$f\left(x\right)=\cos\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,\varphi\in\left(0,\pi\right)\right)$在区间$\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{6}\right]$上恰有一个最大值和一个最小值，则$\omega$的取值范围是（　）

A．$\left[2,6\right)$　　B．$\left[2,\dfrac{9}{2}\right)$　　C．$\left[3,\dfrac{9}{2}\right)$　　D．$\left[\dfrac{3}{2},6\right)$

19．（22·23·普陀·三模）已知实数a，$b\in\left(0,1\right)$，且满足$\cos a\pi<\cos b\pi$，则下列关系式成立的是（　）

A．$\ln a<\ln b$　　B．$\sin a<\sin b$　　C．$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$　　D．$a^3<b^3$

20．（22·23下·浦东新·阶段练习）已知函数$f(x)=\sin(4x+\dfrac{\pi}{3})+\cos(4x-\dfrac{\pi}{6})$，则下列结论不正确的是（　）

A．$f(x)$的最大值为2

B．$f\left(x\right)$在$[-\dfrac{\pi}{8},\dfrac{\pi}{12}]$上单调递增

C．$f\left(x\right)$在$\left[0,\pi\right]$上有4个零点

D．把$f\left(x\right)$的图象向右平移$\dfrac{\pi}{12}$个单位长度，得到的图象关于直线$x=-\dfrac{\pi}{8}$对称

21．（22·23·杨浦·模拟预测）设关于x、y的表达式$F(x,y)=\cos^2x+\cos^2y-\cos(xy)$，当$x$、$y$取遍所有实数时，$F(x,y)$（　）

A．既有最大值，也有最小值　　B．有最大值，无最小值

C．无最大值，有最小值　　D．既无最大值，也无最小值

三、解答题

22．（22·23·普陀·三模）设函数$f\left(x\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\omega x+\cos^2\omega x$，其中$0<\omega<2$．

(1)若$f\left(x\right)$的最小正周期为π，求$f\left(x\right)$的单调增区间；

(2)若函数$f\left(x\right)$图象在$\left(0,\frac{\pi}{3}\right]$上存在对称轴，求$\omega$的取值范围.

23．（22·23·虹口·模拟预测）设$f\left(x\right)=\sin x+\cos x\left(x\in \mathrm{R}\right)$.

(1)判断函数$y=\left[f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\right]^2$的奇偶性，并写出最小正周期；

(2)求函数$y=f\left(x\right)f\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$在$[0,\frac{\pi}{2}]$上的最大值.

24．（22·23·长宁·三模）已知$f\left(x\right)=2\sin x\cos x+\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$.

(1)求方程$f\left(x\right)=0$的解集；

(2)求函数 $y=f\left(x\right)$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上的单调增区间.

25.（23·24 上·静安·开学考试）在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对边分别为 a，b，c，已知 $b=2\sqrt{3}$，$c=2$，$b\sin C-2c\sin B\cos A=0$.

(1)求 $\triangle ABC$ 的面积S；

(2)函数 $f\left(x\right)=4\cos x\left(\sin x\cos A+\cos x\sin A\right)\left(x\in\left[0,2\right]\right)$，求函数 $f\left(x\right)$ 的严格增区间.

26.（23·24 上·普陀·阶段练习）已知函数 $f\left(x\right)=2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}+x\right)-\sqrt{3}\cos 2x$.

(1)若不等式 $\left|f\left(x\right)-m\right|<2$ 对任意 $x\in\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 恒成立，求实数 m 的取值范围；

(2)在 $\triangle ABC$ 中，角A，B，C 对应的边分别为 a，b，c，若将 $f\left(x\right)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位得到函数 $g\left(x\right)$ 的图

象，且 $g\left(B\right)=0$ ， $b=2\sqrt{3}$ ， $S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$ ，求 $a+c$ 的值.

27．（23·24 上·静安·期中）已知函数 $f(x)=2\sin\frac{x}{4}\cos\frac{x}{4}+\sqrt{3}\cos\frac{x}{2}$.

(1)求函数 $y=f(x)$ 的最小正周期及最大值；

(2)令 $g(x)=f\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ ，

①判断函数 $y=g(x)$ 的奇偶性，并说明理由；

②若 $x\in[-\pi,\pi]$，求函数 $y=g(x)$ 的严格增区间.

28．（23·24 上·嘉定·期中）已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x-2\sin^2 x$.

(1)求 $f\left(x\right)$ 的最大值及取得最大值时 x 的值；

(2)在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对应的边为 a,b,c ，若 $f(A)=0$ ， b,a,c 成等差数列，且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2$ ，求 a 的值.

29．（23·24 上·嘉定·期中）已知函数 $f\left(x\right)=\sin 2x+2\cos^2 x+1$ ，$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

(1)求函数 $y=f\left(x\right)$ 的严格减区间；

(2)若不等式 $mf\left(x\right)+2m\geq f\left(x\right)$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

30．（23·24 上·静安·期中）已知 $f\left(x\right)=4a\sin x\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+2b\sin\left(cx\right)+\sqrt{3}$，$a$，$b$，$c\in R$ 且 $c>0$.

(1)若 $a=0$，$b=1$ 时，函数 $f\left(x\right)$ 的最小正周期为π，求 $f\left(x\right)$；

(2)当 $a=1$，$b=0$ 时，求函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{6}\right]$ 上的严格减区间；

(3)若 $a=0$，$b=1$ 时，函数 $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\sqrt{3}+1$ 在 $x\in\left(0,1\right)$ 内有且仅有 2023 个零点，求正实数 c 的取值范围.

备战2024高考优秀模拟题分类汇编——三角函数

一、填空题

1．（23·24上·奉贤·阶段练习）方程$\lg\left(\sin x\right)=\lg\left(-\cos x\right)$的解集为_________.

【答案】$\left\{x\left|x=\frac{3\pi}{4}+2k\pi\left(k\in Z\right)\right.\right\}$

【分析】根据对数函数的性质及三角函数求值即可.

【详解】因为$y=\lg x$定义域$\left(0,+\infty\right)$上单调递增，

所以$\lg\left(\sin x\right)=\lg\left(-\cos x\right)\Rightarrow\sin x=-\cos x>0$，

即$\tan x=-1$，x位于第二象限，

易知$x=\frac{3\pi}{4}+2k\pi\left(k\in Z\right)$.

故答案为：$\left\{x\left|x=\frac{3\pi}{4}+2k\pi\left(k\in Z\right)\right.\right\}$.

2．（23·24上·静安·期中）设函数$f(x)$定义域为D．若对D内任意x_1，$x_2\left(x_1\neq x_2\right)$，有$\left(x_2-x_1\right)\left[f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)\right]>0$恒成立，则称函数$f(x)$为“Z函数”：①$f\left(x\right)=1$；②$f\left(x\right)=2x+1$；③$f\left(x\right)=\frac{1}{e^x}$；④$f\left(x\right)=\sin x$；⑤$f\left(x\right)=x-\frac{1}{x}$．其中“Z函数”的序号是__________________(写出所有的正确序号)

【答案】②

【分析】由题意可知增函数为“Z函数”，从而逐一判断函数的单调性即可求解.

【详解】由题意，不妨设$x_1<x_2$，所以$x_2-x_1>0$，

因为$\left(x_2-x_1\right)\left[f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)\right]>0$，所以$f(x_2)-f(x_1)>0$，即$f(x_1)<f(x_2)$，

所以$f(x)$为增函数，即增函数为“Z函数”，

对于①，$f\left(x\right)=1$为常量函数，对任意x_1,x_2，都有$\left(x_2-x_1\right)\left[f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)\right]=0$，故①不是“Z函数”；

对于②，$f\left(x\right)=2x+1$是R上的增函数，符合题意，故②是“Z函数”；

对于③，$f\left(x\right)=\frac{1}{e^x}$是R上的减函数，不符合题意，故③不是“Z函数”；

对于④，$f\left(x\right)=\sin x$在R上不是单调函数，不符合题意，故④不是“Z函数”.

对于⑤，$f\left(x\right)=x-\frac{1}{x}$在$\left(-\infty,0\right)$和$\left(0,+\infty\right)$上都单调递增，但在定义域内不是单调递增，故⑤不是“Z函数”.

故答案为：②.

3．（23·24上·嘉定·期中）若将函数$y=\sin\left(2x+\varphi\right)\left(0<\varphi<\pi\right)$向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位后其图像关于$y$轴对称，则$\varphi=$_.

【答案】$\frac{5\pi}{6}$

【分析】根据三角函数的图象变换及性质计算即可.

【详解】易知函数 $y=\sin\left(2x+\varphi\right)\left(0<\varphi<\pi\right)$ 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后得函数 $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}+\varphi\right)$,

此时函数关于 y 轴对称，则 $-\frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi\left(k\in Z\right)\Rightarrow\varphi=\frac{5\pi}{6}+k\pi$,

又 $0<\varphi<\pi$ ，所以 $k=0$ 时， $\varphi=\frac{5\pi}{6}$.

故答案为： $\frac{5\pi}{6}$.

4.（23·24 上·浦东新·期中）已知关于 x 的不等式 $\sin x-\cos^2 x+2<a$ 有解，则实数 a 的取值范围为______

【答案】 $(\frac{3}{4},+\infty)$

【分析】利用正弦函数的性质，结合二次函数求出 $\sin x-\cos^2 x+2$ 的最小值即得.

【详解】显然 $-1\le\sin x\le 1$ ，则 $\sin x-\cos^2 x+2=\sin^2 x+\sin x+1=(\sin x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}\ge\frac{3}{4}$ ，当且仅当 $\sin x=\frac{1}{2}$ 时取等号，

由关于 x 的不等式 $\sin x-\cos^2 x+2<a$ 有解，得 $a>\frac{3}{4}$ ，

所以实数 a 的取值范围为 $(\frac{3}{4},+\infty)$.

故答案为： $(\frac{3}{4},+\infty)$

5.（23·24 上·浦东新·阶段练习）函数 $f\left(x\right)=\cos 2x+6\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right),x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 的值域为__________.

【答案】 $[1,5]$

【分析】由倍角余弦公式、诱导公式可得 $f\left(x\right)=1-2\sin^2 x+6\sin x$ ，结合正弦函数、二次函数性质求值域即可.

【详解】由 $f\left(x\right)=1-2\sin^2 x+6\sin x=-2(\sin x-\frac{3}{2})^2+\frac{11}{2}$ ，又 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ ，

令 $t=\sin x\in[0,1]$ ，则 $g(t)=-2(t-\frac{3}{2})^2+\frac{11}{2}$ 在给定区间内递增，

所以 $g(t)\in[1,5]$ ，即原函数的值域为 $[1,5]$.

故答案为： $[1,5]$

6.（22·23·徐汇·三模）已知函数 $y=f\left(x\right)$ 的对称中心为 $\left(0,1\right)$ ，若函数 $y=1+\sin x$ 的图象与函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象共有 6 个交点，分别为 $\left(x_1,y_1\right)$ ， $\left(x_2,y_2\right)$ ，…， $\left(x_6,y_6\right)$ ，则 $\sum_{i=1}^{6}\left(x_i+y_i\right)=$__________.

【答案】6

【分析】根据给定条件，结合函数 $y=1+\sin x$ 图象的对称性，确定 6 个交点的关系即可求解作答.

【详解】显然函数 $y=1+\sin x$ 的图象关于点 $\left(0,1\right)$ 成中心对称，

依题意，函数 $y=1+\sin x$ 的图象与函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象的交点关于点 $\left(0,1\right)$ 成中心对称，

于是 $\sum_{i=1}^{6}x_i=0,\sum_{i=1}^{6}y_i=6$ ，所以 $\sum_{i=1}^{6}\left(x_i+y_i\right)=6$.

故答案为：6

7．（22·23·黄浦·三模）若 a、b 为实数，且 $a<b$，函数 $y=\sin x$ 在闭区间 $[a,b]$ 上的最大值和最小值的差为 1，则 $b-a$ 的取值范围是______．

【答案】$\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$

【分析】讨论 a 的取值，结合三角函数的图象，即可求解.

【详解】(i) 当函数 $y=\sin x$ 在闭区间 $[a,b]$ 内无最值，则函数 $y=\sin x$ 在 $[a,b]$ 内单调，

不妨取 $[a,b]\subseteq\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，可知 $a\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right),b\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$y=\sin x$ 在 $[a,b]$ 内单调递增，

可知 $\sin\left(a+\frac{\pi}{2}\right)-\sin a=\cos a-\sin a=\sqrt{2}\cos\left(a+\frac{\pi}{4}\right)$，

且 $a\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$，则 $a+\frac{\pi}{4}\in\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$，则 $\cos\left(a+\frac{\pi}{4}\right)\in\left(\frac{\sqrt{2}}{2},1\right]$，

所以 $\sin\left(a+\frac{\pi}{2}\right)-\sin a=\sqrt{2}\cos\left(a+\frac{\pi}{4}\right)>1=\sin b-\sin a$，即 $\sin b<\sin\left(a+\frac{\pi}{2}\right)$，

可得 $b<a+\frac{\pi}{2}$，即 $b-a<\frac{\pi}{2}$

①若 $a=-\frac{\pi}{6}$，$b=\frac{\pi}{6}$，则最大值和最小值的差为 $\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)=1$，符合题意；

②若 $a\in\left(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{6}\right)$，$b\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

则 $\sin\left(a+\frac{\pi}{3}\right)-\sin a=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos a-\frac{1}{2}\sin a=\cos\left(a+\frac{\pi}{6}\right)$，

因为 $a\in\left(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{6}\right)$，则 $a+\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{3},0\right)$，可得 $\cos\left(a+\frac{\pi}{6}\right)<1$，

故 $\sin b-\sin a=1>\sin\left(a+\frac{\pi}{3}\right)-\sin a$，可得 $\sin b>\sin\left(a+\frac{\pi}{3}\right)$，

且 $a+\frac{\pi}{3}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right)$，$b\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则 $b>a+\frac{\pi}{3}$，可得 $b-a>\frac{\pi}{3}$；

③若 $a\in\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$，$b\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

则 $\sin\left(a+\frac{\pi}{3}\right)-\sin a=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos a-\frac{1}{2}\sin a=\cos\left(a+\frac{\pi}{6}\right)$，

因为 $a\in\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$，则 $a+\frac{\pi}{6}\in\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$，可得 $\cos\left(a+\frac{\pi}{6}\right)<1$，

故 $\sin b-\sin a=1>\sin\left(a+\frac{\pi}{3}\right)-\sin a$，可得 $\sin b>\sin\left(a+\frac{\pi}{3}\right)$，

且 $a+\frac{\pi}{3}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$，$b\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则 $b>a+\frac{\pi}{3}$，可得 $b-a>\frac{\pi}{3}$；

综上所述：$\frac{\pi}{3}\le b-a<\frac{\pi}{2}$；

(ii) 当函数 $y=\sin x$ 在闭区间 $[a,b]$ 内有最值，不妨取最大值 1，最小值为 0，

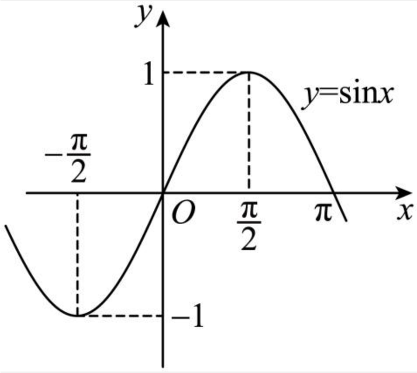
由图象可知：不妨取 $a=0$，当 $b=\pi$ 时，$b-a$ 取到最大值 π；

当$b=\frac{\pi}{2}$时，$b-a$取到最小值$\frac{\pi}{2}$；

可得$\frac{\pi}{2}\le b-a\le\pi$；

综上所述：$b-a$的取值范围是$\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$.

故答案为：$\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$.



【点睛】方法点睛：数形结合就是通过数与形之间的对应和转化来解决数学问题．它包含以形助数和以数解形两个方面．一般来说，涉及函数、不等式、确定参数取值范围、方程等问题时，可考虑数形结合法．运用数形结合法解题一定要对有关函数图象、方程曲线、几何图形较熟悉，否则，错误的图象反而导致错误的选择．

8．（22·23下·宝山·阶段练习）已知$f\left(x\right)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)\left(\omega>0\right)$，函数$y=f\left(x\right)$，$x\in\mathbf{R}$的最小正周期为$\pi$，将$y=f\left(x\right)$的图像向左平移$\varphi\left(0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$个单位长度，所得图像关于$y$轴对称，则$\varphi$的值是______．

【答案】$\frac{\pi}{8}/\frac{1}{8}\pi$

【分析】由周期求出ω，即可求出$f\left(x\right)$的解析式，再根据三角函数的变换规则得到平移后的解析式，最后根据对称性得到φ的值.

【详解】$\because$ $f\left(x\right)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)\left(\omega>0\right)$，函数$y=f(x)$的最小正周期为$T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$，$\therefore\omega=2$，$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$.

将$y=f(x)$的图像向左平移φ个单位长度，可得$y=\sin\left(2x+2\varphi+\frac{\pi}{4}\right)$的图像，

根据所得图像关于y轴对称，可得$2\varphi+\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，解得$\varphi=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{8}$，$k\in Z$，

又$0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，则令$k=0$，可得φ的值为$\frac{\pi}{8}$.

故答案为：$\frac{\pi}{8}$.

9．（23·24上·嘉定·期中）已知函数$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，将$y=f(x)$的图像向左平移$\varphi(0<\varphi<\pi)$个单位后得到函数$y=g(x)$的图像，若$y=g(x)$图像上各最高点到点$(0,3)$的距离的最小值为1，则$\varphi=$__________．

【答案】$\frac{\pi}{12}/\frac{1}{12}\pi$

【分析】根据三角函数的图象变换规律可得$g\left(x\right)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}+2\varphi\right)$，设$g\left(x\right)$的对称轴$x=x_0$，由条件求得$x_0=0$，

可得 $g(0)=2$，从而求得答案.

【详解】把函数 $f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象向左平移 $\varphi(0<\varphi<\pi)$ 个单位后，

得到函数 $y=g(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}+2\varphi\right)$ 的图象，

再根据 $y=g(x)$ 的图象上各最高点到点 $(0,3)$ 的距离的最小值为 1 ，

设 $g(x)$ 的对称轴 $x=x_0$，则最高点的坐标为 $(x_0,2)$，

它与点 $(0,3)$ 的距离的最小值为 1，

即 $\sqrt{x_0^2+1}=1$，求得 $x_0=0$，可得 $g(0)=2$，

即 $g(0)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}+2\varphi\right)=2, 0<\varphi<\pi$，解得 $\varphi=\frac{\pi}{12}$，

故答案为：$\frac{\pi}{12}$.

10．（22·23·浦东新·三模）函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 在一个周期内的部分取值如下表：

x	$-\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{12}$
$f(x)$	a	1	a	$-a$	-1

则 $a=$__________.

【答案】$\frac{1}{2}$/0.5

【分析】先利用图表求出最小正周期，进而求出 ω,φ，得到 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，再将 $x=\frac{\pi}{4}$ 代入即可求出结果.

【详解】设函数 $f(x)$ 的最小正周期为 T，

由题意可得：函数 $f(x)$ 的最大值为 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=1$，最小值为 $f\left(\frac{7\pi}{12}\right)=-1$，

则 $\frac{T}{2}=\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{2}$，可得 $T=\frac{2\pi}{|\omega|}=\pi$，且 $\omega>0$，解得 $\omega=2$，

可得 $f(x)=\sin(2x+\varphi)$，

因为 $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{6}+\varphi\right)=1$，则 $\frac{\pi}{6}+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{2}, k\in\mathbf{Z}$，解得 $\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{3}, k\in\mathbf{Z}$，

又因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，则 $k=0, \varphi=\frac{\pi}{3}$，

可得 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，

所以 $a=f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$.

11．（22·23·嘉定·三模）若关于x的方程$2\sin^2 x-\sqrt{3}\sin 2x+m-1=0$在$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$上有实数解，则实数$m$的取值范围是__________.

【答案】$[-2,1]$

【分析】利用二倍角公式及辅助角公式化简，结合三角函数性质判定值域即可.

【详解】原方程$2\sin^2 x-\sqrt{3}\sin 2x+m-1=0$

等价于$m-1=\sqrt{3}\sin 2x-2\sin^2 x=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x-1=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-1$

即函数$y=m-1$，$y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-1$在$\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$上有交点，

$\because x\in\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$，$\therefore 2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{7\pi}{6},\frac{13\pi}{6}\right]$，$\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\in\left[-1,\frac{1}{2}\right]$，故$y\in[-3,0]$，

则$-3\le m-1\le 0,\therefore m\in[-2,1]$.

故答案为：$[-2,1]$

12．（23·24上·嘉定·阶段练习）若实数x、y满足$6\cos^2(x+y-3)=\frac{(x+3)^2+(y-3)^2-2xy}{x-y+3}$，则$xy$的最小值为________.

【答案】$\frac{(\pi-3)^2}{4}$

【分析】对式子等价变形，利用基本不等式及余弦函数的性质求得$y=x=\frac{k\pi+3}{2}(k\in\mathrm{Z})$，再利用二次函数性质求得最值即可.

【详解】$6\cos^2(x+y-3)=\frac{(x+3)^2+(y-3)^2-2xy}{x-y+3}=\frac{x^2+y^2+9+6x-6y-2xy+9}{x-y+3}$

$=\frac{(x-y+3)^2+9}{x-y+3}=x-y+3+\frac{9}{x-y+3}$，

因为$x-y+3+\frac{9}{x-y+3}\ge 6$或$x-y+3+\frac{9}{x-y+3}\le -6$，且$0\le 6\cos^2(x+y-3)\le 6$，

所以$6\cos^2(x+y-3)=6$，所以$\cos(x+y-3)=\pm 1$，当且仅当$x-y+3=\frac{9}{x-y+3}$即$x-y+3=3$，即$x=y$，同时$x+y-3=k\pi(k\in\mathrm{Z})$时，等号成立，所以$x=\frac{k\pi+3}{2}(k\in\mathrm{Z})$，

所以$xy=\left(\frac{k\pi+3}{2}\right)^2\ge\left(\frac{-\pi+3}{2}\right)^2=\frac{(3-\pi)^2}{4}$，当$k=-1$时，等号成立，故$xy$的最小值为$\frac{(\pi-3)^2}{4}$.

故答案为：$\frac{(\pi-3)^2}{4}$

13．（23·24上·奉贤·阶段练习）已知函数$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，$g(x)=f\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$，若对任意的$a,b\in[-m,m](m>0)$，当$a<b$时，$f(a)-f(b)<g(2a)-g(2b)$恒成立，则实数$m$的取值范围是__________.

【答案】$\left(0,\frac{5\pi}{24}\right]$

【分析】利用三角函数的性质计算即可.