

2023-2024 学年高三上册数学期末模拟试卷 2

(考试时间：120 分钟 试卷满分：150 分)

第 I 卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合 $A = \{x \mid 4 \leq x \leq 7\}$, $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 8\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$ B. $\{x \mid \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}\}$ C. $\{x \mid \frac{1}{4} \leq x \leq 3\}$ D. $\{x \mid \frac{1}{4} \leq x \leq 3\}$

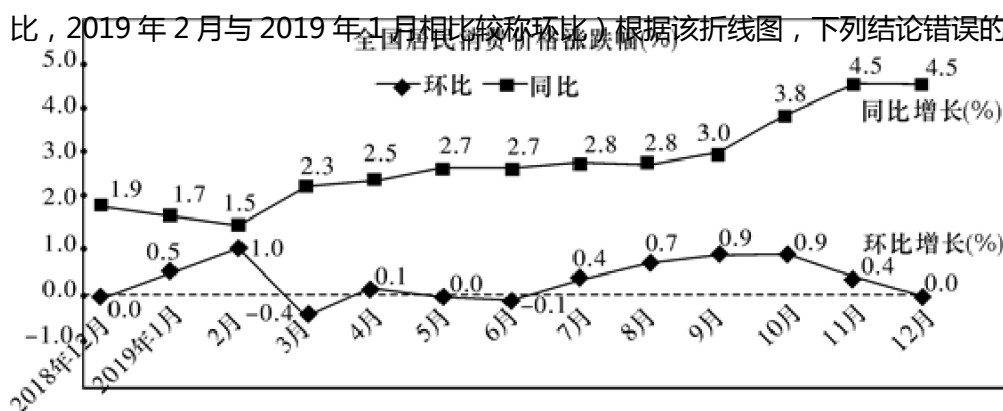
2.已知 $z = 2i - 3i^2$, 则 z 对应的点在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3.已知角 θ 的顶点与坐标原点重合，始边 x 轴的非负半轴重合，终边经过点 P , 则 $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 与 $\cos \theta = \frac{1}{2}$ ()

- A. $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$ B. $\frac{4\sqrt{3}-3}{10}$ C. $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$ D. $\frac{4\sqrt{3}-3}{10}$

4.如图是国家统计局于 2020 年 1 月 9 日发布的 2018 年 12 月到 2019 年 12 月全国居民消费价格的涨跌幅情况折线图. (注：同比是指本期与同期作对比；环比是指本期与上期作对比. 如：2019 年 2 月与 2018 年 2 月相比较称同比，2019 年 2 月与 2019 年 1 月相比较称环比) 根据该折线图，下列结论错误的是 ()

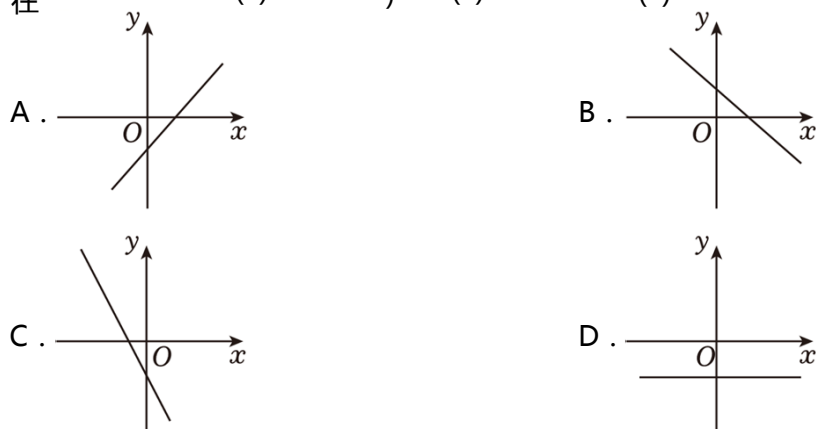


- A. 2019 年 12 月份，全国居民消费价格环比持平
 B. 2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格环比均上涨
 C. 2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格同比均上涨
 D. 2018 年 11 月的全国居民消费价格高于 2017 年 12 月的全国居民消费价格

5. 设 $a = \log_4 \frac{1}{2}$, $b = \log_7 \frac{1}{3}$, $c = \frac{1}{3}$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a \leq b \leq c$ B. $b \leq c \leq a$ C. $c \leq a \leq b$ D. $c \leq b \leq a$

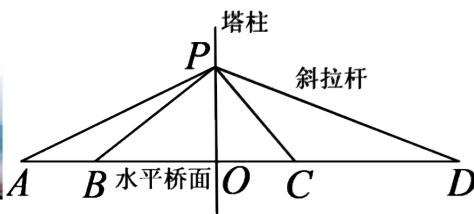
6. 定义 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $x^2 \in (0, f(x) + 1)$, 则 $y = f(x)$ 的图象不可能为 ()



7. 地震震级是根据地震仪记录的地震波振幅来测定的, 一般采用里氏震级标准. 里氏震级 $[M]$ 是用距震中 100 千米处的标准地震仪所记录的地震波的最大振幅的对数值来表示的. 里氏震级的计算公式为 $M = \lg \frac{A}{A_0}$, 其中 A 是被测地震的最大振幅, A_0 是“标准地震”的振幅 (使用标准地震振幅是为了修正测震仪距实际震中的距离造成的偏差). 根据该公式可知, 2021 年 7 月 28 日发生在美国阿拉斯加半岛以南 91 公里处 8. 级地震的最大振幅约是 2021 年 8 月 4 日发生在日本本州近 5. 级地震的最大振幅的 () 倍 (精确到 1). (参考数据: $10^0 = 2.51$, $10^1 = 3.16$, $10^2 = 63$)

A. 794 B. 631 C. 316 D. 251

8. 下如图是世界最高桥——贵州北盘江斜拉桥. 下如图是根据下如图作的简易侧视图 (为便于计算, 侧视图与实物有区别). 在侧视图中, 斜拉杆 PA, PB, PC, PD 的一端 P 在垂直于水平面的塔柱上, 另一端 A, B, C, D 与塔柱上的点 O 都在桥面同一侧的水平直线上. 已知 $AB = 8$, $BO = 16$, $PO = 12$, $\frac{PA}{PB} = \frac{PC}{PD}$. 根据物理学知识得 $\frac{1}{2} [PA^2 + PB^2] = \frac{1}{2} [PC^2 + PD^2] = 2 PO^2$, 则 CD ()



- A. 28m B. 20m C. 31m D. 22m

9. 已知函数 $f(x) = 2 \sin \left(\frac{\pi}{2} x \right)$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 的部分图象如图所示, 将 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标缩小到原

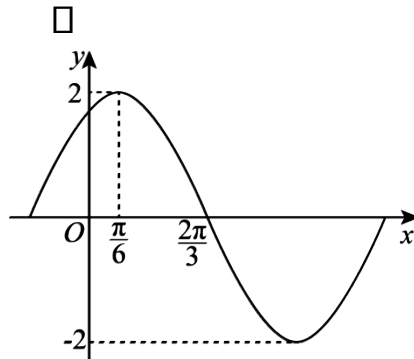
来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变), 再将图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 则下列判断正确的是 ()

A. $g(x)$ 的最小正周期为 4π

B. $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{2\pi}{3}$ 对称

C. $g(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递增

D. $g(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 上最小值为 $\sqrt{3}$



10. 蹴鞠, 又名蹴球, 踢圆等, 蹴有用脚蹴、踢、踢的含义, 鞠最早系外包皮革、内实米糠的球. 因而蹴鞠就是指古人以脚蹴, 踢、踢皮球的活动, 类似今日的足球. 2006 年 5 月 20 日, 蹴鞠已作为非物质文化遗产经国务院批准列入第一批国家非物质文化遗产名录. 已知某鞠的表面上有五个点 P 、 A 、 B 、 C 、 D 恰好构成一正四棱锥

$P-ABCD$, 若该棱锥的高为 8, 底面边长为 $4\sqrt{2}$, 则该鞠的表面积为 ()

A. 64π

B. 100π

C. 132π

D. 144π

11. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的上、下焦点, 过 F_1 的直线交双曲线的上支于 A, B 两点, 且知 $|AF_2| = 2|AF_1|$, $\angle AF_2F_1 = \angle F_1BF_2$, 则 ()

A. 双曲线 C 的离心率为 $\sqrt{3}$

B. 双曲线 C 的一条渐近线的斜率为 $\sqrt{3}$

C. 线段 AB 的长度为 $6a$

D. $\triangle ABF_1$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{15}a^2$

12. 已知函数 $f(x)$ 的图像是连续不断的, 其定义域为 $[0, 1]$, 满足: 当 $x \in [0, \frac{1}{2}]$ 时, $f(x) \geq 0$; 任意的 $x, y \in [\frac{1}{2}, 1]$, 均有 $f(x) + f(y) \leq f(x+y) \leq 2f(\frac{x+y}{2})$. 若 $f(\ln x) \leq f(\frac{1}{2})$, 则 x 的取值范围是 ()

(e 是自然对数的底数)

A. $[\frac{1}{e}, \sqrt{e}]$

B. $[\frac{1}{\sqrt{e}}, \sqrt{e}]$

C. $[\frac{1}{e}, \frac{1}{\sqrt{e}}]$

D. $[\sqrt{e}, e]$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题 ~ 第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22 题 ~ 第 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

13. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 0 \\ \frac{1}{2}x+y \leq 0 \\ x^2+y^2 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z=x+y$ 的最大值为_____.

14. 过 $P(3, -1)$ 且与圆 $C: x^2+y^2-2x+4y-4=0$ 相切的直线方程为_____

15. 已知圆锥 SO , 其侧面展开图是半圆, 过 SO 上一点 P 作平行于圆锥底面的截面, 以截面为上底面作圆柱 PO , 圆柱的下底面落在圆锥的底面上, 且圆柱 PO 的侧面积与圆锥 SO 的侧面积的比为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$, 则圆柱 PO 的体积与圆锥 SO 的体积的比为_____.

16. 已知 A, B, C 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上的三个点, O 为坐标原点, A, B 两点关于原点对称, AC 经过右焦点 F , 若 $|OA| = |OF|$ 且 $AF \perp FC$, 则该椭圆的离心率是_____.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17. “十四五”时期是我国全面建成小康社会、实现第一个百年奋斗目标之后，开启全面建设社会主义现代化国家新征程、向第二个百年奋斗目标进军的第一个五年。“三农”工作重心历史性转向全面推进乡村振兴，加快中国特色农业农村现代化进程.国务院印发《“十四五”推进农业农村现代化规划》制定了具体工作方案和工作目标，提出到

202 年全国水产品年产量达到 690 万吨. 201 年至 202 年全国水产品年产量 y （单位：千万吨）的数据如下表：				
年份	2018	2019	2020	2021
年份代号 x	1	2	3	4
总产量 y	6.46	6.48	6.55	6.69

- （1）求出 y 关于 x 的线性回归方程，并预测 202 年水产品年产量能否实现目标；
- （2）为了系统规划渔业科技推广工作，研究人员收集了 201 年全国 3 个地区（含中农发集团）渔业产量、渔业从业人员、渔业科技推广人员的数据，渔业年产量超过 9 万吨的地区有 1 个，有渔业科技推广人员高配比（配比 = 渔业科技推广人员总数：渔业从业人员总数）的地区有 1 个，其中年产量超过90万吨且高配比的地区有4 个，能否有 95 的把握认为“渔业科技推广人员配比和年产量”有关系.

附：对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，其回归直线 $\hat{y} = a + bx$ 的斜率和截距的最小二乘法估计分别为

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad \hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}^2}, \quad K^2 = \frac{n \hat{\sigma}^2}{\left[\frac{a+b+c}{d} - \frac{a+c}{b} \right] \left[\frac{a+b}{c} - \frac{a}{d} \right]};$$

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

参考数据 $\bar{y} = 6.54, \sum_{i=1}^4 x_i y_i = 65.8.$

- 18.已知公差为正数的等差数列 $\{a_n\}$ 中, a_1, a_2, a_4 构成等比数列, S_n 是其前 n 项和, 满足 $S_4 = 15$.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 S_n ; (2) 若 _____, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 T_n .
- 在① $b_n = \frac{S_n}{n} \leq 2$, ② $b_n = \frac{1}{S_n}$, ③ $b_n = [a_n] - 1 \leq 2^n$ 这三个条件中任选一个补充在第 (2) 问中, 并求解. 注: 如
- 果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

19.如图 1, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 90^\circ$, $AD \parallel CD$, $AD = CD = \frac{1}{2}AB$, 将 $\triangle ACD$ 沿 AC 折起 (如图 2).

2). 在图 2 所示的几何体 $D-ABC$ 中:

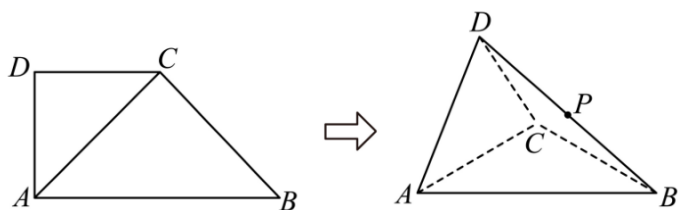


图1

图2

(1) 若平面 $ACD \perp$ 平面 ABC , 求证: $AD \perp BC$;

(2) 设 P 为 BD 的中点, 记 P 到平面 ACD 的距离为 h_1 , P 到平面 ABC 的距离为 h_2 , 求证: $\frac{h_1}{h_2}$ 为定值, 并求出此定值.

20. 抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上的点 $M(1, 2)$ 到抛物线 C 的焦点 F 的距离为 2, A, B (不与 O 重合) 是抛物线 C 上两个动点, 且 $OQ \perp AB$.

(1) 求抛物线 C 的标准方程;

(2) x 轴上是否存在点 P 使 $\angle APB$ 为钝角? 若存在, 求出点 P 的坐标, 若不存在, 说明理由.

21. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - \ln x - (a+1)x$.

- (1) 当 $a \geq 1$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间与极值;
 (2) $a < 1$ 时, 证明: $f(x)$ 只有一个零点.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \varphi \sin \varphi \\ y = \cos \varphi \end{cases}$ (φ 为参数), 以 O 为极点, x 轴的正半轴为

极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\varphi = \frac{\pi}{6}$ 或 $\rho = \sqrt{3}$.

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2) P 为 l 上一点, 过 P 作曲线 C 的两条切线, 切点分别为 A, B , 若 $\angle APB = \frac{\pi}{3}$, 求点 P 横坐标的取值范围.

23. [选修 4-5：不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x) = |x-2| + |x-1|$.

(1) 求不等式 $f(x) \leq 2$ 的解集；

(2) 若 $a, b > 0$ 且满足 $f(a) = f(b)$, 记 c 是 $f(x)$ 的最大值, 证明: $2a + \frac{1}{[a+b]^2} \leq c + \frac{2}{b}$.

答案解析

第 I 卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$ B. $\{x \mid \frac{1}{4} \leq x \leq 3\}$ C. $\{x \mid \frac{1}{4} \leq x \leq 3\}$ D. $\{x \mid \frac{1}{4} \leq x \leq 3\}$

【答案】C

【解析】: $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$,

所以 $A \cap B = \{x \mid \frac{1}{4} \leq x \leq 3\}$, $A \cap B = \{x \mid \frac{1}{4} \leq x \leq 3\}$. 故选: C.

2. 已知 $z = (1 - 2i)(3 - i)$, 则 z 对应的点在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】D

【解析】解: $z = (1 - 2i)(3 - i) = 3 - i - 6i - 2 = 1 - 7i$, z 在复平面对应的点为 $(1, -7)$,

所以 z 在复平面对应的点在第四象限. 故选: D.

3. 已知角 θ 的顶点与坐标原点重合, 始边 x 轴的非负半轴重合, 终边经过点 $P(1, 2)$, 则 $\sin 2\theta =$ ()

- A. $\frac{3\sqrt{3} - 4}{10}$ B. $\frac{4\sqrt{3} - 3}{10}$ C. $\frac{\sqrt{3} - 4}{10}$ D. $\frac{4\sqrt{3} - 3}{10}$

【答案】B

【分析】由终边上的点可得 $\sin \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 再应用二倍角正弦公式及和角正弦公式求

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta.$$

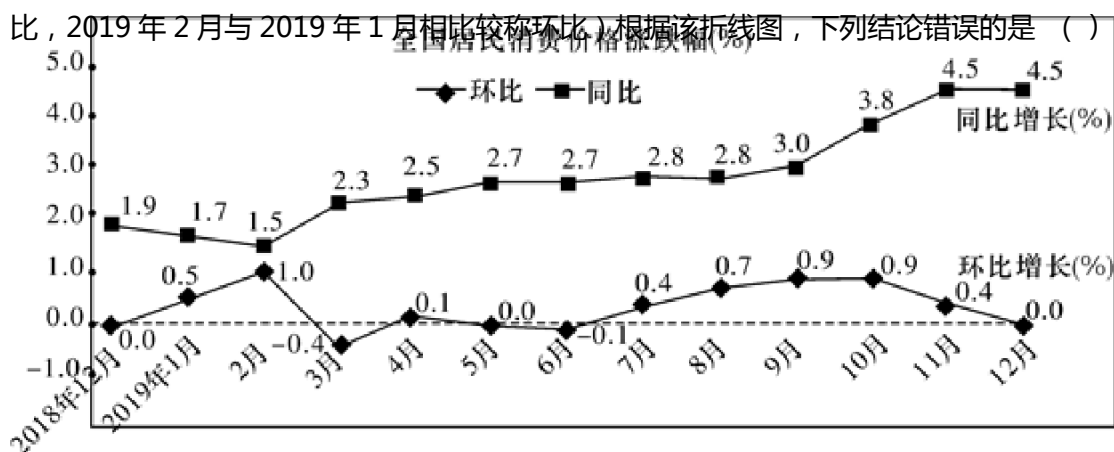
【解析】角 θ 的终边经过 $P(1, 2)$,

所以 $\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$,

所以 $\sin^2 \frac{\pi}{6} = \frac{1}{4}$, $\cos^2 \frac{\pi}{6} = \frac{3}{4}$,

所以 $\sin^2 \frac{\pi}{6} = \frac{1}{4}$, $\cos^2 \frac{\pi}{6} = \frac{3}{4}$. 故选: B.

4.如图是国家统计局于 2020 年 1 月 9 日发布的 2018 年 12 月到 2019 年 12 月全国居民消费价格的涨跌幅情况折线图.(注:同比是指本期与同期作对比;环比是指本期与上期作对比.如:2019 年 2 月与 2018 年 2 月相比较称同



- A. 2019 年 12 月份, 全国居民消费价格环比持平
- B. 2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格环比均上涨
- C. 2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格同比均上涨
- D. 2018 年 11 月的全国居民消费价格高于 2017 年 12 月的全国居民消费

价格【答案】B

【解析】: 对于 A 选项, 从同比来看, 同比均为正数, 即同比均上涨, 故 A 正确,

对 B 选项, 从环比来看, 2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格环比图象有升有降, 即环比有涨有故 B 错误,

对 C 选项, 从环比同比来看, 2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格同比均上涨, C 正确,

对于 D 选项, 设 2018 年 12 月, 2018 年 11 月, 2017 年 12 月的全国居民消费价格分 a, b, c , 由题意可得

$b \square a$, $\frac{a \square c}{c} \square 1.9\%$, 则 $c \square \frac{a}{1.9\%} \square a \square b$, 故 D 正确, 故选: B.

5. 设 $a \square \log_4$, $b \square \log_7 \frac{1}{7}$, $c \square \frac{1}{3}$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a \square b \square c$
- B. $b \square c \square a$
- C. $c \square a \square b$
- D. $c \square b \square a$

【答案】C

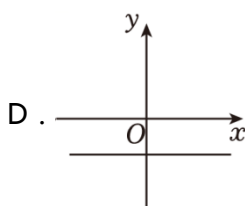
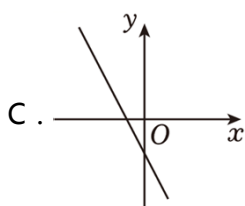
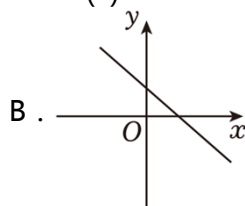
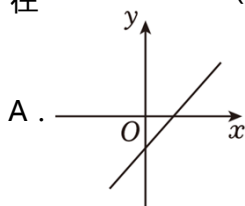
【分析】根据指数函数、对数函数的单调性, 分析比较, 即可得答案.

【解析】因为 $y = 2^x$ 在 $\mathbb{R}$ 上为增函数，所以 $\frac{1}{2^3} < 2^0 < 1$ ，即 $c < 1$ 。

因为 $y = \log_7 x$ 在 $[0, +\infty)$ 上为增函数，所以 $\log_7 \frac{1}{3} < \log_7 \frac{1}{3} < \log_7 \frac{1}{4} < \log_7 \frac{1}{7} < 1$ ，即 $b < a < 1$ ，

所以 $c < a < b$ 。故选：C。

6. 定义 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $x^2 f(x) = (f(x) + 1)$ ，则 $y = f(x)$ 的图象不可能为 ()



【答案】B

【解析】：当 $x = 0$ 时，由 $x^2 f(x) = (f(x) + 1)$ 可得 $f(0) = -1$ ，排除 B 选项；

当 $x \neq 0$ 时，可得 $\frac{x^2 f(x)}{x^2} = \frac{f(x) + 1}{x^2}$ ，则 $\left[\frac{f(x)}{x} \right] = \frac{1}{x^2}$ ，

所以 $\frac{f(x)}{x} = \frac{1}{x^2} + c$ (c 为常数)，所以 $f(x) = \frac{1}{x} + cx$ ，

选项 A 满足 $c = 0$ ，选项 C 满足 $c = 0$ ，选项 D 满足 $c = 0$ 。故选：B。

7. 地震震级是根据地震仪记录的地震波振幅来测定的，一般采用里氏震级标准。里氏震级 M_L 是用距震中 100 千米处的标准地震仪所记录的地震波的最大振幅的对数值来表示的。里氏震级的计算公式为 $M_L = \lg A - \lg A_0$ ，其中 A

是被测地震的最大振幅， A_0 是“标准地震”的振幅（使用标准地震振幅是为了修正测震仪距实际震中的距离造成的偏差）。根据该公式可知，2021 年 7 月 28 日发生在美国阿拉斯加半岛以南 91 公里处 8.2 级地震的最大振幅约

是 2021 年 8 月 4 日发生在日本本州近岸 5.3 级地震的最大振幅的 () 倍（精确到 1）。（参考数据：

$10^0 = 1$ ， $10^{0.3} \approx 2.0$ ， $10^{0.4} \approx 2.51$ ， $10^{0.5} \approx 3.16$ ， $10^{0.6} \approx 3.98$ ， $10^{0.7} \approx 5.01$ ， $10^{0.8} \approx 6.31$ ， $10^{0.9} \approx 7.94$ ， $10^{1.0} = 10$ ）

A. 794

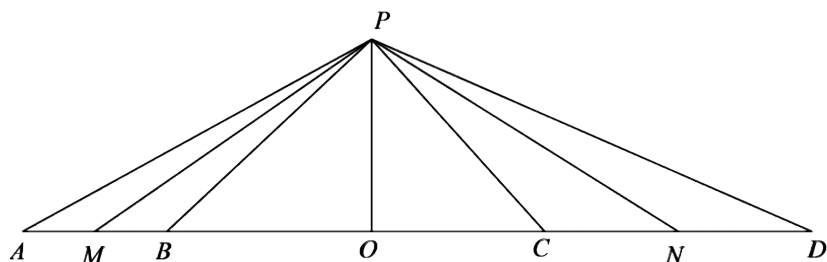
B. 631

C. 316

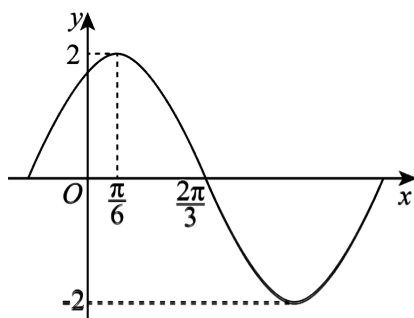
D. 251

【答案】A

【分析】将阿拉斯加半岛的震幅 A 和日本本州近岸 5.3 级地震的震幅 A_0 表示成指数形式，作商即可。



9. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($0 < \omega < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 将 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变), 再将图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 则下列判断正确的是 ()



- A. $g(x)$ 的最小正周期为 4π
- B. $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{2\pi}{3}$ 对称
- C. $g(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$ 上单调递增
- D. $g(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 上最小值为 $\sqrt{3}$

【答案】C

【分析】由图像可求出 $f(x)$ 最小正周期, 从而求得 ω , 由特殊点求出 φ 的值, 可得 $f(x)$ 的解析式. 再利用函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象变换规律, 得出函数 $g(x)$ 的解析式, 由正弦函数的图象和性质, 得出结论.

【解析】由图可知, $\frac{1}{4}T = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$, 则最小正周期 $T = 2\pi$, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 1$; $f(x) = 2\sin(x + \varphi)$,

把点 $(\frac{\pi}{6}, 2)$ 代入, 可得 $2 = 2\sin[\frac{\pi}{6} + \varphi]$, 即 $1 = \sin[\frac{\pi}{6} + \varphi]$, $\frac{\pi}{6} + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$,

又 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$, $\varphi = \frac{\pi}{3}$, 故 $f(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{3})$.

将 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变), 可得 $y = 2\sin(2x + \frac{\pi}{3})$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/357004131141010012>