浙江省余姚中学2024届高三数学第一学期期末教学质量检测模拟试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设$a=\log_8 0.2, b=\log_{0.3} 4, c=4^{0.3}$，则（　　）

A．$c<b<a$　　B．$a<b<c$　　C．$a<c<b$　　D．$b<a<c$

2．下列命题中，真命题的个数为（　　）

①命题"若$\frac{1}{a+2}<\frac{1}{b+2}$，则$a>b$"的否命题；

②命题"若$2^{x+y}>1$，则$x>0$或$y>0$"；

③命题"若$m=2$，则直线$x-my=0$与直线$2x-4y+1=0$平行"的逆命题.

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

3．已知过点$P(1,1)$且与曲线$y=x^3$相切的直线的条数有（　　）.

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

4．以下三个命题：①在匀速传递的产品生产流水线上，质检员每10分钟从中抽取一件产品进行某项指标检测，这样的抽样是分层抽样；②若两个变量的线性相关性越强，则相关系数的绝对值越接近于1；③对分类变量X与Y的随机变量k^2的观测值k来说，k越小，判断"X与Y有关系"的把握越大；其中真命题的个数为（　　）

A．3　　B．2　　C．1　　D．0

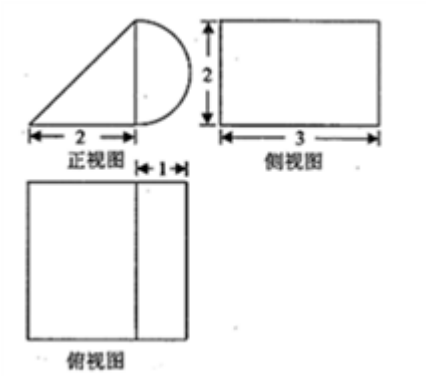
5．已知命题p：若$a>1$，$b>c>1$，则$\log_b a<\log_c a$；命题q：$\exists x_0\left(0,+\infty\right)$，使得$2^{x_0}<\log_3 x_0$"，则以下命题为真命题的是（　　）

A．$p\wedge q$　　B．$p\wedge\left(\neg q\right)$　　C．$\left(\neg p\right)\wedge q$　　D．$\left(\neg p\right)\wedge\left(\neg q\right)$

6．若$\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x}\right)^n$的展开式中二项式系数和为256，则二项式展开式中有理项系数之和为（　　）

A．85　　B．84　　C．57　　D．56

7．某几何体的三视图如图所示(单位：cm)，则该几何体的体积等于（　　）cm^3



A．$4+\frac{2\pi}{3}$　　**B**．$4+\frac{3\pi}{2}$　　**C**．$6+\frac{2\pi}{3}$　　**D**．$6+\frac{3\pi}{2}$

8．已知集合 $A=\{x\mid x^2<1\}$，$B=\{x\mid \ln x<1\}$，则

A．$A\cap B=\{x\mid 0<x<\mathrm{e}\}$　　**B**．$A\cap B=\{x\mid x<\mathrm{e}\}$

C．$A\cup B=\{x\mid 0<x<\mathrm{e}\}$　　**D**．$A\cup B=\{x\mid -1<x<\mathrm{e}\}$

9．已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\sin\dfrac{\left(x-1\right)\pi}{2},1\le x\le 3\\ 2f\left(x-2\right),3<x\le 100\end{cases}$，若函数 $f\left(x\right)$ 的极大值点从小到大依次记为 $a_1,a_2\cdots a_n$，并记相应的极大值为 $b_1,b_2,\cdots b_n$，则 $\sum_{i=1}^{n}\left(a_i+b_i\right)$ 的值为（　　）

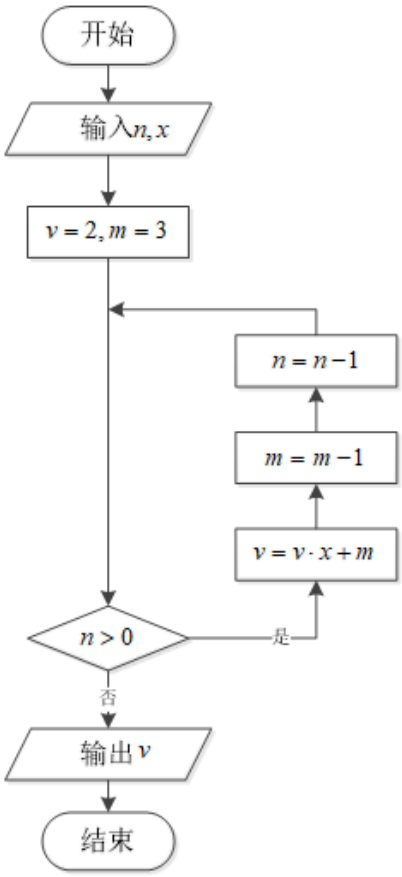
A．$2^{50}+2449$　　**B**．$2^{50}+2549$　　**C**．$2^{49}+2449$　　**D**．$2^{49}+2549$

10．设 $P=\{y\mid y=-x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，$Q=\{y\mid y=2^x,x\in\mathbf{R}\}$，则

A．$P\subseteq Q$　　**B**．$Q\subseteq P$

C．$C_RP\subseteq Q$　　**D**．$Q\subseteq C_RP$

11．秦九韶是我国南宁时期的数学家，普州（现四川省安岳县）人，他在所著的《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法，至今仍是比较先进的算法.如图所示的程序框图给出了利用秦九韶算法求某多项式值的一个实例.若输入 n、x 的值分别为3、1，则输出 v 的值为（　　）



A．7　　**B**．8　　**C**．9　　**D**．10

12．已知α、$\beta\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，$\alpha\neq\beta$，则下列是等式$\sin\alpha-\sin\beta=\alpha-2\beta$成立的必要不充分条件的是（　　）

A．$\sin\alpha>\sin\beta$　　**B**．$\sin\alpha<\sin\beta$

C．$\cos\alpha>\cos\beta$　　**D**．$\cos\alpha<\cos\beta$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点分别关于两渐近线对称点重合，则双曲线的离心率为_____

14．已知函数$f(x)=\begin{cases}x^2+2x+\frac{1}{4x^2+8x},-2<x<0\\x^2+2x-1,x\le-2,x\ge0\end{cases}$，若函数$g(x)=a|f(x)|+1$有 6 个零点，则实数$a$的取值范围是_____.

15．在$\triangle ABC$中，$AB=2\sqrt{5}$，$AC=\sqrt{5}$，$\angle BAC=90°$，则$\triangle ABC$绕BC所在直线旋转一周所形成的几何体的表面积为_____.

16．抛物线$y^2=4x$上到其焦点的距离为1的点的个数为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）每年 3 月 20 日是国际幸福日,某电视台随机调查某一社区人们的幸福度．现从该社区群中随机抽取 18 名,用“10 分制”记录了他们的幸福度指数,结果见如图所示茎叶图,其中以小数点前的一位数字为茎,小数点后的一位数字为叶．若幸福度不低于 8.5 分,则称该人的幸福度为“很幸福”.



(Ⅰ)求从这 18 人中随机选取 3 人,至少有 1 人是“很幸福”的概率；

(Ⅱ)以这 18 人的样本数据来估计整个社区的总体数据,若从该社区(人数很多)任选 3 人,记 X 表示抽到“很幸福”的人数,求 X 的分布列及 $E\left(X\right)$.

18.（12 分）对于很多人来说，提前消费的认识首先是源于信用卡，在那个工资不高的年代，信用卡绝对是神器，稍微大件的东西都是可以选择用信用卡来买，甚至于分期买，然后慢慢还！现在银行贷款也是很风靡的，从房贷到车贷到一般的现金贷．信用卡“忽如一夜春风来”，遍布了各大小城市的大街小巷．为了解信用卡在 A 市的使用情况，某调查机构借助网络进行了问卷调查，并从参与调查的网友中随机抽取了 100 人进行抽样分析，得到如下 2×2 列联表（单位：人）

	经常使用信用卡	偶尔或不用信用卡	合计
40 岁及以下	15	35	50
40 岁以上	20	30	50
合计	35	65	100

（1）根据以上数据，能否在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为 A 市使用信用卡情况与年龄有关？

（2）①现从所抽取的 40 岁及以下的网民中，按“经常使用”与“偶尔或不用”这两种类型进行分层抽样抽取 10 人，然后，再从这 10 人中随机选出 4 人赠送积分，求选出的 4 人中至少有 3 人偶尔或不用信用卡的概率；

②将频率视为概率，从 A 市所有参与调查的 40 岁以上的网民中随机抽取 3 人赠送礼品，记其中经常使用信用卡的人数为 X，求随机变量 X 的分布列、数学期望和方差.

参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

参考数据：

$P\left(K^2 \ldots k_0\right)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

19.（12 分）如图 1，已知四边形 ***BCDE*** 为直角梯形，$\angle B=90°$，$BE//CD$，且 $BE=2CD=2BC=2$，***A*** 为 ***BE*** 的中点.将 $\triangle EDA$ 沿 ***AD*** 折到 $\triangle PDA$ 位置（如图 2），连结 ***PC***，***PB*** 构成一个四棱锥 $P-ABCD$.

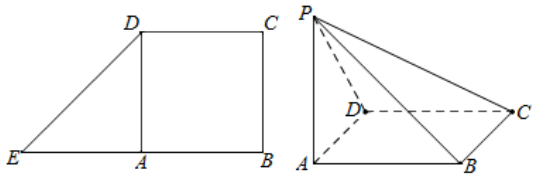


图1　　图2

（Ⅰ）求证 $AD\perp PB$；

（Ⅱ）若 $PA\perp$ 平面 $ABCD$.

①求二面角 $B-PC-D$ 的大小；

②在棱 ***PC*** 上存在点 ***M***，满足 $\overrightarrow{PM}=\lambda\overrightarrow{PC}\left(0\le\lambda\le1\right)$，使得直线 ***AM*** 与平面 ***PBC*** 所成的角为 $45°$，求 λ 的值.

20.（12 分）已知函数 $y=f\left(x\right)$.若在定义域内存在 x_0，使得 $f\left(-x_0\right)=-f\left(x_0\right)$ 成立，则称 x_0 为函数 $y=f\left(x\right)$ 的局部对称点.

（1）若 ***a***，$b\in R$ 且 ***a*≠0**，证明：函数 $f\left(x\right)=ax^2+bx-a$ 有局部对称点；

（2）若函数 $g\left(x\right)=2^x+c$ 在定义域 $\left[-1,1\right]$ 内有局部对称点，求实数 ***c*** 的取值范围；

（3）若函数 $h\left(x\right)=4^x-m\cdot2^{x+1}+m^2-3$ 在 ***R*** 上有局部对称点，求实数 ***m*** 的取值范围.

21.（12 分）已知函数 $f(x)=|x+a|+|2x-1|(a\in\mathbf{R})$.

（1）$a=-1$ 时，求不等式 $f(x)\ge2$ 解集；

（2）若 $f(x)\le2x$ 的解集包含于 $\left[\frac{1}{2},3\right]$，求 ***a*** 的取值范围.

22.（10 分）某公司打算引进一台设备使用一年，现有甲、乙两种设备可供选择.甲设备每台 **10000** 元，乙设备每台 **9000** 元.此外设备使用期间还需维修，对于每台设备，一年间三次及三次以内免费维修，三次以外的维修费用均为每次 **1000** 元.该公司统计了曾使用过的甲、乙各 **50** 台设备在一年间的维修次数，得到下面的频数分布表，以这两种设备分别在 **50** 台中的维修次数频率代替维修次数发生的概率.

维修次数	2	3	4	5	6

甲设备	5	10	30	5	0
乙设备	0	5	15	15	15

（1）设甲、乙两种设备每台购买和一年间维修的花费总额分别为 X 和 Y，求 X 和 Y 的分布列；

（2）若以数学期望为决策依据，希望设备购买和一年间维修的花费总额尽量低，且维修次数尽量少，则需要购买哪种设备？请说明理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

结合指数函数及对数函数的单调性,可判断出 $-1<a<0, b<-1, c>1$,即可选出答案.

【详解】

由 $\log_{0.3} 4<\log_{0.3} \frac{10}{3}=-1$,即 $b<-1$,

又 $-1=\log_8 0.125<\log_8 0.2<\log_8 1=0$,即 $-1<a<0$,

$4^{0.3}>1$,即 $c>1$,

所以 $b<a<c$.

故选:D.

【点睛】

本题考查了几个数的大小比较,考查了指数函数与对数函数的单调性的应用,属于基础题.

2、C

【解析】

否命题与逆命题是等价命题，写出①的逆命题，举反例排除；原命题与逆否命题是等价命题，写出②的逆否命题后，利用指数函数单调性验证正确；写出③的逆命题判，利用两直线平行的条件容易判断③正确.

【详解】

①的逆命题为“若 $a>b$，则 $\frac{1}{a+2}<\frac{1}{b+2}$”,

令 $a=-1$，$b=-3$ 可知该命题为假命题，故否命题也为假命题；

②的逆否命题为“若 $x\le 0$ 且 $y\le 0$，则 $2^{x+y}\le 1$”，该命题为真命题，故②为真命题；

③的逆命题为“若直线 $x-my=0$ 与直线 $2x-4y+1=0$ 平行，则 $m=2$ ”，该命题为真命题.

故选：C.

【点睛】

本题考查判断命题真假. 判断命题真假的思路：

(1)判断一个命题的真假时，首先要弄清命题的结构，即它的条件和结论分别是什么，然后联系其他相关的知识进行判断.

(2)当一个命题改写成“若 p ，则 q ”的形式之后，判断这个命题真假的方法：

①若由“ p ”经过逻辑推理，得出“ q ”，则可判定“若 p ，则 q ”是真命题；②判定“若 p ，则 q ”是假命题，只需举一反例即可.

3、C

【解析】

设切点为 (x_0,y_0)，则 $y_0=x_0^3$，由于直线 l 经过点 $(1,1)$，可得切线的斜率，再根据导数的几何意义求出曲线在点 x_0 处的切线斜率，建立关于 x_0 的方程，从而可求方程.

【详解】

若直线与曲线切于点 $(x_0,y_0)(x_0\neq 0)$，则 $k=\dfrac{y_0-1}{x_0-1}=\dfrac{x_0^3-1}{x_0-1}=x_0^2+x_0+1$，

又∵ $y'=3x^2$，∴ $y'|x=x_0=3x_0^2$，∴ $2x_0^2-x_0-1=0$，解得 $x_0=1$，$x_0=-\dfrac{1}{2}$，

∴过点 $P(1,1)$ 与曲线 $C:y=x^3$ 相切的直线方程为 $3x-y-2=0$ 或 $3x-4y+1=0$，

故选 C.

【点睛】

本题主要考查了利用导数求曲线上过某点切线方程的斜率，求解曲线的切线的方程，其中解答中熟记利用导数的几何意义求解切线的方程是解答的关键，着重考查了运算与求解能力，属于基础题.

4、C

【解析】

根据抽样方式的特征，可判断①；根据相关系数的性质，可判断②；根据独立性检验的方法和步骤，可判断③.

【详解】

①根据抽样是间隔相同，且样本间无明显差异，故①应是系统抽样，即①为假命题；

②两个随机变量相关性越强，则相关系数的绝对值越接近于 1；两个随机变量相关性越弱，则相关系数的绝对值越接近于 0；故②为真命题；

③对分类变量 X 与 Y 的随机变量 K^2 的观测值 k 来说，k 越小，“X 与 Y 有关系”的把握程度越小，故③为假命题.

故选：C.

【点睛】

本题以命题的真假判断为载体考查了抽样方法、相关系数、独立性检验等知识点，属于基础题.

5、B

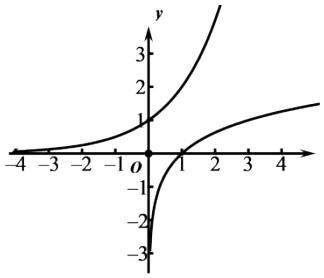
【解析】

先判断命题 p,q 的真假,进而根据复合命题真假的真值表,即可得答案.

【详解】

$\log_b a=\dfrac{1}{\log_a b}$，$\log_c a=\dfrac{1}{\log_a c}$，因为 $a>1$，$b>c>1$，所以 $0<\log_a c<\log_a b$，所以 $\dfrac{1}{\log_a c}>\dfrac{1}{\log_a b}$，即命题 ***p*** 为真命题；画出函数 $y=2^x$ 和 $y=\log_3 x$ 图象，知命题 ***q*** 为假命题,所以 $p\wedge\left(\neg q\right)$ 为真.

故选:B.



【点睛】

本题考查真假命题的概念,以及真值表的应用,解题的关键是判断出命题 p,q 的真假,难度较易.

6、A

【解析】

先求 n，再确定展开式中的有理项，最后求系数之和.

【详解】

解：$\left(\sqrt[3]{x}+\dfrac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中二项式系数和为 256

故 $2^n=256$，$n=8$

$T_{r+1}=C_8^r x^{\frac{8-r}{3}}x^{-r}=C_8^r x^{\frac{8-4r}{3}}$

要求展开式中的有理项，则 $r=2,5,8$

则二项式展开式中有理项系数之和为：$C_8^2+C_8^5+C_8^8=85$

故选：A

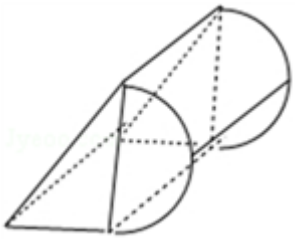
【点睛】

考查二项式的二项式系数及展开式中有理项系数的确定，基础题.

7、D

【解析】

解：根据几何体的三视图知，该几何体是三棱柱与半圆柱体的组合体，



结合图中数据，计算它的体积为：

$V=V_{三棱柱}+V_{半圆柱}=\frac{1}{2}\times2\times2\times1+\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot1^2\times1=(6+1.5\pi)cm^1$.

故答案为 $6+1.5\pi$.

点睛：根据几何体的三视图知该几何体是三棱柱与半圆柱体的组合体，结合图中数据计算它的体积即可.

8、D

【解析】

因为 $A=\{x\,|\,x^2<1\}=\{x\,|\,-1<x<1\}$，$B=\{x\,|\,\ln x<1\}=\{x\,|\,0<x<e\}$，

所以 $A\cap B=\{x\,|\,0<x<1\}$，$A\cup B=\{x\,|\,-1<x<e\}$，故选 D.

9、C

【解析】

对此分段函数的第一部分进行求导分析可知，当 $x=2$ 时有极大值 $f(2)=1$，而后一部分是前一部分的定义域的循环，而值域则是每一次前面两个单位长度定义域的值域的 2 倍，故此得到极大值点 a_n 的通项公式 $a_n=2n$，且相应极大值 $b_n=2^{n-1}$，分组求和即得

【详解】

当 $1\le x\le3$ 时，$f'(x)=\frac{\pi}{2}\cos\left(\frac{\pi x-\pi}{2}\right)$，

显然当 $x=2$ 时有，$f'(x)=0$，

∴经单调性分析知

$x=2$ 为 $f(x)$ 的第一个极值点

又∵$3<x\le 100$ 时，$f(x)=2f(x-2)$

∴$x=4$，$x=6$，$x=8$，…，均为其极值点

∵函数不能在端点处取得极值

∴$a_n=2n$，$1\le n\le 49$，$n\in Z$

∴对应极值 $b_n=2^{n-1}$，$1\le n\le 49$，$n\in Z$

$$\therefore \sum_{i=1}^{49}\left(a_i+b_i\right)=\frac{(2+98)\times 49}{2}+\frac{1\times(1-2^{49})}{1-2}=2^{49}+2449$$

故选：C

【点睛】

本题考查基本函数极值的求解，从函数表达式中抽离出相应的等差数列和等比数列，最后分组求和，要求学生对数列和函数的熟悉程度高，为中档题

10、C

【解析】

解：因为 P ={y|y=-x^2+1，x∈R}={y|y≤1}，Q ={y| y=2^x，x∈R }={y|y>0},因此选 C

11、B

【解析】

列出循环的每一步，由此可得出输出的 v 值.

【详解】

由题意可得：输入 $n=3$，$x=1$，$v=2$，$m=3$；

第一次循环，$v=2\times 1+3=5$，$m=3-1=2$，$n=3-1=2$，继续循环；

第二次循环，$v=5\times 1+2=7$，$m=2-1=1$，$n=2-1=1$，继续循环；

第三次循环，$v=7\times 1+1=8$，$m=1-1=0$，$n=1-1=0$，跳出循环；

输出 $v=8$.

故选：B.

【点睛】

本题考查根据算法框图计算输出值，一般要列举出算法的每一步，考查计算能力，属于基础题.

12、D

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/357025201163006056