

2023-2024 学年度高一第一学期期中考试（数学）

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若非空且互不相等的集合 M, N, P 满足： $M \cap N = M$ ， $N \cup P = P$ ，则 $M \cup P =$ ()

- A. M B. N C. P D. $\emptyset$

【答案】C

【解析】

【分析】由题意，得到集合的包含关系，根据集合之间的包含关系进行判断即可；

【详解】由题意可知， M 是 N 的子集， N 是 P 的子集，所以 M 是 P 的子集，
所以 $M \cup P = P$.

故选：C.

2. 设 $a, b \in R$ ，则“ $ab+1 \neq a+b$ ”的充要条件是 ()

- A. a, b 不都为 1 B. a, b 都不为 0
C. a, b 中至多有一个是 1 D. a, b 都不为 1

【答案】D

【解析】

【分析】由 $ab+1-(a+b)=(a-1)(b-1) \neq 0$ ，求得 $a \neq 1$ 且 $b \neq 1$ ，即可求解.

【详解】由 $ab+1 \neq a+b$ ，可得 $ab+1-(a+b)=(a-1)(b-1) \neq 0$ ，所以 $a \neq 1$ 且 $b \neq 1$ ，

所以“ $ab+1 \neq a+b$ ”的充要条件是“ a, b 都不为 1”.

故选：D.

3. 设 a, b, m 均为正数，且 $a < b$ ，那么 ()

- A. $\frac{a+m}{b+m} < \frac{a}{b}$ B. $\frac{a+m}{b+m} = \frac{a}{b}$ C. $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$ D. $\frac{a+m}{b+m}$ 与 $\frac{a}{b}$ 的大小随

m 变化而变化

【答案】C

【解析】

【分析】利用不等式的性质，作差比较，即可求解.

【详解】由 $\frac{a+m}{b+m} - \frac{a}{b} = \frac{ab+bm-ab-am}{(b+m)b} = \frac{(b-a)m}{(b+m)b}$,

因为 $a < b$, 且 m 为正数, 可得 $(b+m)b > 0, b-a > 0$, 所以 $\frac{(b-a)m}{(b+m)b} > 0$,

即 $\frac{a+m}{b+m} - \frac{a}{b} > 0$, 所以 $\frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$.

故选: C.

4. 某灭活疫苗的有效保存时间 T (单位: 小时^h) 与储藏的温度 t (单位: $^{\circ}\text{C}$) 满足的函数关系为 $T = e^{kt+b}$ (k, b 为常数, 其中 $e = 2.71828\cdots$, 是一个和 π 类似的无理数, 叫自然对数的底数), 超过有效保存时间, 疫苗将不能使用. 若在 0°C 时的有效保存时间是 1080h, 在 10°C 时的有效保存时间是 120h, 则该疫苗在 15°C 时的有效保存时间为 ()

- A. 15h B. 30h C. 40h D. 60h

【答案】C

【解析】

【分析】根据已知条件, 结合指数函数的公式, 即可求解.

【详解】 $T = e^{kt+b}$,

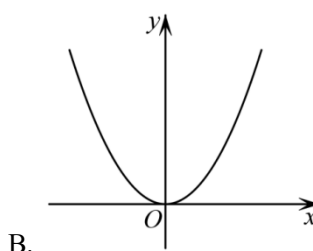
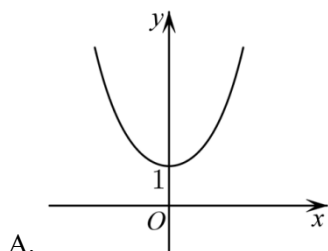
当 $t = 0$ 时, $T = e^b = 1080$,

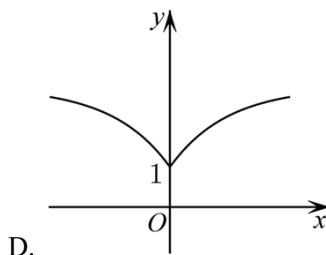
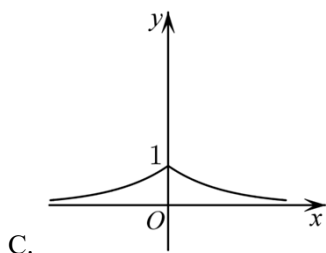
当 $t = 10$ 时, $120 = e^{10k} \cdot e^b = e^{10k} \times 1080$, 解得 $e^{5k} = \frac{1}{3}$,

当 $t = 15$ 时, $T = e^{15k} \cdot e^b = (e^{5k})^3 \cdot e^b = \frac{1}{27} \times 1080 = 40$.

故选: C

5. 若 $f(x)$ 为偶函数, $g(x)$ 为奇函数, 且 $f(x) + g(x) = 3^x$, 则 $f(x)$ 的图象大致为 ()





【答案】A

【解析】

【分析】根据函数的奇偶性可得 $f(x) - g(x) = 3^{-x}$ ，即可求解 $f(x)$ 解析式，通过排除可得答案.

【详解】解：由 $f(x) + g(x) = 3^x$ 得： $f(-x) + g(-x) = 3^{-x}$ ，即 $f(x) - g(x) = 3^{-x}$ ，

由 $\begin{cases} f(x) + g(x) = 3^x \\ f(x) - g(x) = 3^{-x} \end{cases}$ 解得： $f(x) = \frac{3^x + 3^{-x}}{2}$ ，由 $\frac{3^x + 3^{-x}}{2} \geq \frac{2\sqrt{3^x \cdot 3^{-x}}}{2} = 1$ ，排除 BC.

由指数函数的性质（指数爆炸性）排除 D.

故选：A

6. 设 $a = 3^{0.8}$ ， $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{-0.9}$ ， $c = 0.8^{0.9}$ ，则 a ， b ， c 的大小关系为（ ）

A. $a < b < c$

B. $b < a < c$

C. $b < c < a$

D. $c < a < b$

【答案】D

【解析】

【分析】将 $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{-0.9}$ 化为 $b = 3^{0.9}$ ，利用指数函数的单调性得 $b = 3^{0.9} > a = 3^{0.8} > 3^0 = 1$ ，

$c = 0.8^{0.9} < 0.8^0 = 1$ ，即可得 $c < a < b$.

【详解】由指数函数的单调性可得， $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{-0.9} = 3^{0.9} > a = 3^{0.8} > 3^0 = 1$ ，

$c = 0.8^{0.9} < 0.8^0 = 1$ ，所以 $c < a < b$.

故选：D

7. 已知 $x \geq 0$ ， $y > 2$ ，且 $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{y-2} = \frac{1}{4}$ ，则 $x+y$ 的最小值为（ ）

A. 4

B. 8

C. 16

D. 32

【答案】C

【解析】

【分析】 $x+y=4[(x+2)+(y-2)](\frac{1}{x+2}+\frac{1}{y-2})$ ，展开后利用基本不等式即可求解.

【详解】因为 $x \geq 0$ ， $y > 2$ ，且 $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{y-2} = \frac{1}{4}$ ，

$$\therefore x+y=(x+2)+(y-2)=[(x+2)+(y-2)]\left(\frac{1}{x+2}+\frac{1}{y-2}\right) \times 4$$

$$=\left(2+\frac{y-2}{x+2}+\frac{x+2}{y-2}\right) \times 4 \geq \left(2+2\sqrt{\frac{y-2}{x+2} \cdot \frac{x+2}{y-2}}\right) \times 4$$

$$=16, \text{ 当且仅当 } \frac{y-2}{x+2} = \frac{x+2}{y-2}, \text{ 即 } x+2=y-2, \text{ 即 } \begin{cases} x=6 \\ y=10 \end{cases} \text{ 时, 等号成立.}$$

故选：C

8. 已知函数 $f(x)=x|x|-\frac{2}{2^x+1}$ ，且 $f(x_1)+f(x_2)+2<0$ ，则（ ）

A. $x_1+x_2<0$

B. $x_1+x_2>0$

C. $x_1-x_2+1>0$

D. $x_1+x_2+2<0$

【答案】A

【解析】

【分析】首先确定函数的单调性，再构造函数 $g(x)=f(x)+1$ ，研究函数 $g(x)$ 的奇偶性，再依次判断题中的不等式是否成立即可.

【详解】由函数单调性性质得： $y=x|x|$ ， $y=2^x+1$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

所以 $f(x)=x|x|-\frac{2}{2^x+1}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

$$\text{令函数 } g(x)=x|x|-\frac{2}{2^x+1}+1=x|x|-\frac{2}{2^x+1}+\frac{2^x+1}{2^x+1}=x|x|+\frac{2^x-1}{2^x+1},$$

$$\text{则 } g(-x)=-x|x|+\frac{2^{-x}-1}{2^{-x}+1}=-x|x|+\frac{1-2^x}{2^x+1}=-g(x),$$

$$\text{所以 } g(x)+g(-x)=0,$$

则函数 $g(x)$ 为奇函数，且在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

故 $f(x_1) + f(x_2) + 2 < 0 \Leftrightarrow g(x_1) < g(-x_2) \Leftrightarrow x_1 < -x_2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 < 0$.

故选: A.

二、多选题: 本题共 4 小题, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 若 $a < b < 0$, 则下列不等式一定成立的是 ()

A. $\left(\frac{1}{2}\right)^a > \left(\frac{1}{2}\right)^b$

B. $a^2 < b^2$

C. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

D. $\ln|a| > \ln|b|$

【答案】ACD

【解析】

【分析】由指数函数性质可判断 A; 例举法可判断 B; 同时除以 ab 可判断 C; 去绝对值并结合对数函数可判断 D.

【详解】因为 $a < b < 0$, 对 A, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 为减函数, 所以 $\left(\frac{1}{2}\right)^a > \left(\frac{1}{2}\right)^b$, A 项正确;

对 B, $-2 < -1 < 0$, 则 $(-2)^2 > (-1)^2$, 故 B 项错误;

对 C, $ab > 0$, 因为 $a < b$, 所以同时除以 ab 有 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 故 C 项正确;

对 D, 因为 $a < b < 0$, 所以 $-a > -b > 0$, 又 $|a| = -a, |b| = -b$, 所以 $|a| > |b|$, 对数函数 $y = \ln x$ 为增函数, 所以 $\ln|a| > \ln|b|$, D 项正确.

故选: ACD

10. 给出定义: 若 $m - \frac{1}{2} < x \leq m + \frac{1}{2} (m \in \mathbb{Z})$, 则称 m 为离实数 x 最近的整数, 记作 $\{x\} = m$. 在此基础上

给出下列关于函数 $f(x) = |x - \{x\}|$ 的四个结论, 其中正确的是 ()

A. 函数 $y = f(x)$ 值域为 $\left[0, \frac{1}{2}\right]$

B. 函数 $y = f(x)$ 是偶函数

C. 函数 $y = f(x)$ 在 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 上单调递增

D. 函数 $y=f(x)$ 图象关于直线 $x=\frac{k}{2}(k\in\mathbf{Z})$ 对称

【答案】ABD

【解析】

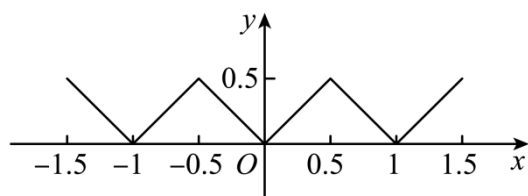
【分析】根据 $\{x\}$ 的定义，画出函数的图象，根据图象判定即可.

【详解】根据 $\{x\}$ 的定义知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ ，又 $\{x\}=m$ ，

则 $\{x\}-\frac{1}{2}<x\leq\{x\}+\frac{1}{2}$ ，即 $-\frac{1}{2}<x-\{x\}\leq\frac{1}{2}$ ，

所以 $0\leq|x-\{x\}|\leq\frac{1}{2}$ ，故函数 $y=f(x)$ 值域为 $\left[0,\frac{1}{2}\right]$ ，A 正确；

函数 $y=f(x)$ 的图象如下图所示，



有图可知函数 $y=f(x)$ 是偶函数，B 正确；

函数 $y=f(x)$ 在 $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ 上有增有减，C 错误；

由图可知 $y=f(x)$ 的图象关于 $x=\frac{k}{2}(k\in\mathbf{Z})$ 对称，D 正确.

故选：ABD.

11. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=f(1-x)$ ，且当 $x\in[-1,1]$ 时， $f(x)=-x^3$ ，若 $a=f(2021)$ ， $b=f(2022)$ ， $c=f(2023)$ ，则下列关系正确的是 ()

A. $a < b$

B. $a < c$

C. $c < b$

D. $c > b$

【答案】ABD

【解析】

【分析】由题意由 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数得函数的周期为 4，即可得出结果.

【详解】因为 $f(x)$ 为奇函数且满足 $f(x+1)=f(1-x)$ ，

故 $f(x) = f(2-x) = -f(x-2) = -[-f(x-4)] = f(x-4)$, 故可知 $f(x)$ 的周期为 4,

所以 $a = f(2021) = f(1)$, $b = f(2022) = f(2) = f(0)$, $c = f(2023) = f(-1)$

因为当 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x) = -x^3$, 所以 $f(-1) > f(0) > f(1)$, 即 $c > b > a$,

故选: ABD

12. 已知定义在 $[0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足当 $x \in [0, 2]$ 时, $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 4-2x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$, 当 $x > 2$ 时, 满足 $f(x) = mf(x-2)$, $m \in \mathbb{R}$ (m 为常数), 则下列叙述中正确的为 ()

A. 当 $m = \frac{1}{2}$ 时, $f(3) = 1$

B. 当 $m = 1$ 时, $f(x)$ 的值域为 $[0, 2]$

C. 当 $m > 1$ 时, $4m^x \geq mf^2(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立

D. 当 $0 < m < 1$ 时, 函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y = 2m^{n-1}$, $n \in \mathbb{N}^*$ 在 $[0, 2n]$ 上的交点个数为 $2n-1$

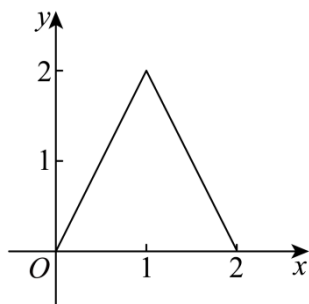
【答案】 ABD

【解析】

【分析】 代入即可求解 A, 根据分段函数的性质, 作出函数图象, 结合平移即可求解 B, 根据函数图象, 结合临界情况, 举反例可判断 C, 利用数形结合可判断 D.

【详解】 当 $m = \frac{1}{2}$ 时, $f(3) = \frac{1}{2}f(1) = 1$, A 正确;

$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 4-2x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ 的图象为:

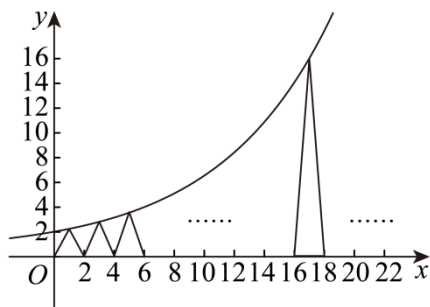


由图象可知, $0 \leq x \leq 2$ 时, $f(x)$ 的值域为 $[0, 2]$;

当 $m = 1$ 时, $f(x) = f(x-2)$, $f(x-2)$ 的图象是由 $f(x)$ 的图象向右平移 2 个单位得到, 所以

$f(x)$ 的值域为 $[0, 2]$ ，B 正确；

当 $m > 1$ 时， $4m^x \geq mf^2(x) \Leftrightarrow 2m^{\frac{x-1}{2}} \geq f(x)$ ，画出 $y = 2m^{\frac{x-1}{2}}$ 和 $f(x)$ 的图象如下：



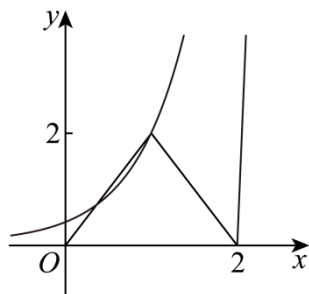
类指数函数 $y = 2m^{\frac{x-1}{2}}$ 的图象刚好经过 $f(x)$ 的图象中每个“山顶”，

若 $4m^x \geq mf^2(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立，

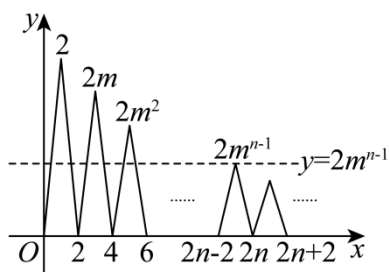
即类指数函数 $y = 2m^{\frac{x-1}{2}}$ 的图象恒在 $f(x)$ 图象的上方，

这个不一定恒成立，在每个“山顶”的左边， $y = 2m^{\frac{x-1}{2}}$ 的图象既可以在“山坡”上方，也可以穿过“山坡”在下方，临界情况是相切，

如取 $m = 100$ ，当 $x = \frac{1}{2}$ 时， $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1, 4m^x = 40 \leq mf^2(x) = 100$ ，C 错；



当 $0 < m < 1$ 时， $f(x)$ 的图象如下：



直线 $y = 2m^{\frac{x-1}{2}}$ 刚好经过第 n 个“山峰”的“山顶”，

它与前面 $n-1$ 个“山峰”都有两个交点，与后面的“山峰”没有交点，共 $2(n-1)+1 = 2n-1$ 个交点，D

正确;

故选: ABD

【点睛】函数求参数取值范围常用的方法和思路

(1) 直接法: 直接根据题设条件构建关于参数的不等式, 再通过解不等式确定参数范围;

(2) 分离参数法: 先将参数分离, 转化成求函数值域问题加以解决;

(3) 数形结合法: 先对解析式变形, 在同一平面直角坐标系中, 画出函数的图象, 然后数形结合求解.

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知幂函数 $f(x)$ 为偶函数在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 则 $f(x)$ 的解析式可以为_____ (写一个即可)

【答案】 $f(x) = x^{-2}$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】根据常见幂函数的性质即可求解.

【详解】因为幂函数 $f(x) = x^\alpha$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 所以 $\alpha < 0$,

又因为 $f(x) = x^\alpha$ 为偶函数,

所以 $\alpha = -2$ 适合题意.

故答案为: $f(x) = x^{-2}$ (答案不唯一).

14. 函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 2x)$ 的单调递增区间是_____.

【答案】 $(1, 2)$

【解析】

【分析】利用复合函数单调性的判断方法直接判断即可.

【详解】由 $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 2x)$ 得函数定义域: $-x^2 + 2x > 0$, 解得 $0 < x < 2$,

令 $t = -x^2 + 2x$, 则 t 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减, 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递增,

又 $y = \log_{\frac{1}{2}} t$ 在 $t \in (0, +\infty)$ 上单调递减,

所以根据复合函数单调性的判断方法得 $y = \log_{\frac{1}{2}}(-x^2 + 2x)$ 在 $(1, 2)$ 上单调递增,

故答案为: $(1, 2)$.

15. 已知 $a > 0, b > 0$ 且满足 $3a + b = a^2 + ab$, 则 $2a + b$ 的最小值为_____

【答案】 $3+2\sqrt{2}$

【解析】

【详解】由 $a>0, b>0$ ，且满足 $3a+b=a^2+ab$ ， $\therefore b=\frac{a^2-3a}{1-a}>0$ ，解得 $1<a<3$ 。

则 $2a+b=2a+\frac{a^2-3a}{1-a}=\frac{a^2-3a}{1-a}+1+\frac{2}{a-1}+3\geq 2\sqrt{(a-1)\cdot\frac{2}{a-1}}+3=2\sqrt{2}+3$ ，当且仅当 $a=1+\sqrt{2}$ ， $b=1$ 时取等号。

故答案为 $3+2\sqrt{2}$ 。

点睛：本题主要考查基本不等式，其难点主要在于利用三角形的一边及这条边上的高表示内接正方形的边长。在用基本不等式求最值时，应具备三个条件：一正二定三相等。①一正：关系式中，各项均为正数；②二定：关系式中，含变量的各项的和或积必须有一个为定值；③三相等：含变量的各项均相等，取得最值。

16. 已知函数 $f(x)=\frac{3^x+a}{3^x+1}-x^3$ ， $f(x)+f(-x)=4$ ，则 $a=$ _____；满足不等式

$f(b)+f(1-2b)>4$ 的实数 b 的取值范围为_____。

【答案】 ①. 3 ②. $b>1$

【解析】

【分析】取 $x=0$ 代入得 $f(0)+f(-0)=2f(0)=4$ 可得 $a=3$ ，分析函数单调性结合不等式即可求解。

【详解】由 $f(x)$ 的定义域为 R ，且 $f(x)+f(-x)=4$ 知， $f(0)+f(-0)=2f(0)=4$ ，

所以 $f(0)=\frac{a+1}{2}=2$ ，故 $a=3$ ，

又函数 $y=\frac{3^x+3}{3^x+1}-x^3=1+\frac{2}{3^x+1}-x^3$ 在 R 上单调递减，

由 $f(b)+f(1-2b)>4$ ，得 $f(1-2b)>4-f(b)=f(-b)$ ，则 $1-2b<-b$ ，解得 $b>1$ ，

故 b 的取值范围为 $b>1$ ，

故答案为：3； $b>1$ 。

四、解答题：本题共 6 小题，共 72 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. 已知一元二次不等式 $x^2-3x+2>0$ 的解集为 A ，关于 x 的不等式 $mx^2-(m+2)x+2<0$ 的解集为 B （其中 $m\in R$ ）。

（1）求集合 B ；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/358017041014006142>