

第三章 函数的概念与性质

3.2 函数的基本性质

3.2.1 单调性与最大(小)值

【考点梳理】

重难点：单调性

考点一： 增函数与减函数的定义

一般地，设函数 $f(x)$ 的定义域为 I ，区间 $D \subseteq I$ ：

(1)如果 $\forall x_1, x_2 \in D$ ，当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) < f(x_2)$ ，那么就称函数 $f(x)$ 在区间 D 上单调递增，特别地，当函数 $f(x)$ 在它的定义域上单调递增时，我们称它是增函数。

(2)如果 $\forall x_1, x_2 \in D$ ，当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) > f(x_2)$ ，那么就称函数 $f(x)$ 在区间 D 上单调递减，特别地，当函数 $f(x)$ 在它的定义域上单调递减时，我们称它是减函数。

考点二：二函数的单调区间

如果函数 $y=f(x)$ 在区间 D 上单调递增或单调递减，那么就说函数 $y=f(x)$ 在这一区间具有(严格的)单调性，区间 D 叫做 $y=f(x)$ 的单调区间。

重难点：函数的最大(小)值

考点一 函数的最大(小)值及其几何意义

最值	条件	几何意义
最大值	①对于 $\forall x \in I$ ，都有 $f(x) \leq M$ ，② $\exists x_0 \in I$ ，使得 $f(x_0) = M$	函数 $y=f(x)$ 图象上最高点的纵坐标
最小值	①对于 $\forall x \in I$ ，都有 $f(x) \geq M$ ，② $\exists x_0 \in I$ ，使得 $f(x_0) = M$	函数 $y=f(x)$ 图象上最低点的纵坐标

考点二 求函数最值的常用方法

1. 图象法：作出 $y=f(x)$ 的图象，观察最高点与最低点，最高(低)点的纵坐标即为函数的最大(小)值。
2. 运用已学函数的值域。
3. 运用函数的单调性：
(1)若 $y=f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上是增函数，则 $y_{\max}=f(b)$ ， $y_{\min}=f(a)$ 。
(2)若 $y=f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上是减函数，则 $y_{\max}=f(a)$ ， $y_{\min}=f(b)$ 。
4. 分段函数的最大(小)值是指各段上的最大(小)值中最大(小)的那个。

【题型归纳】

题型一：函数单调性的判定与证明

1. (2021·高平市第一中学校高一开学考试) 已知函数 $f(x) = 2x - \frac{a}{x}$, 且 $f(\frac{1}{2}) = 3$.

(1) 求 a 的值;

(2) 判断函数 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上的单调性, 并证明.

2. (2020·金华市云富高级中学高一月考) (1) 求证: $y = -x^2 + 1$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上为减函数.

(2) 画出函数 $y = -x^2 + 2|x| + 3$ 的图像, 并指出函数的单调区间.

3. (2021·上海高一专题练习) 已知函数 $f(x) = \frac{x-a}{ax} (a > 0)$. 证明: 函数 $y = f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上严格增函数.

题型二：根据函数的单调性求参数范围

4. (2020·贵州遵义市·蟠龙高中高一月考) 若函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$, 在 $(-\infty, 5]$ 上是减函数, 则 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -5]$ B. $[5, +\infty)$ C. $[4, +\infty)$ D. $(-\infty, -4]$

5. (2021·全国高一单元测试) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - ax - 5, & x \leq 1 \\ \frac{a}{x}, & x > 1 \end{cases}$, 是 R 上的增函数, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $[-3, 0)$ B. $(-\infty, -2]$

C. $[-3, -2]$ D. $(-\infty, 0)$

6. (2021·全国) 函数 $f(x) = \frac{ax+1}{x+2}$ 在区间 $(2, +\infty)$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, +\infty)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

题型三：复合函数的单调性

7. (2021·全国) 函数 $y = \sqrt{x^2 + 3x}$ 的单调递减区间为 ()

A. $(-\infty, \frac{3}{2}]$ B. $[-\frac{3}{2}, +\infty)$ C. $[0, +\infty)$ D. $(-\infty, -3]$

8. (2021·全国) 以下函数在其定义域上为增函数的是 ()

A. $y = \frac{x+1}{x} (x > 0)$

B. $y = x^2 + x (x > 0)$

C. $y = \sqrt{1-x}$

D. $y = 2 - x$

9. (2020·黑龙江鹤岗一中) 函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x}$ 的单调递增区间是 ()

A. $(-\infty, 1]$

B. $(-\infty, 0), (0, 1)$

C. $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$

D. $(1, +\infty)$

题型四：根据函数的单调性解不等式

10. (2020·沧源佤族自治县民族中学高一月考) 设 $a \in \mathbb{R}$ ，已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 $[-4, 4]$ 上的减函数，且 $f(a+1) > f(2a)$ ，则 a 的取值范围是 ()

A. $[-4, 1)$

B. $(1, 4]$

C. $(1, 2]$

D. $[-5, 2]$

11. (2020·淮北市树人高级中学高一期中) 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增，则满足 $f(2x-1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 的取值范围是 ()

A. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

B. $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

C. $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$

D. $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right]$

12. (2020·江苏省板浦高级中学高一月考) 已知奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增的，且 $f(3) = 0$ ，则不等式 $(x-1)f(x) > 0$ 的解集为 ()

A. $(-3, -1)$

B. $(-3, -1) \cup (2, +\infty)$

C. $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$

D. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty) \cup (0, 1)$

题型五：根据函数的单调性求值域

13. (2021·江西宜春市·高安中学高一月考) 函数 $f(x) = \frac{1}{x} - 2x$ 在区间 $[1, 2]$ 上的最小值是 ()

A. $-\frac{7}{2}$

B. $\frac{7}{2}$

C. 1

D. -1

14. (2021·全国高一单元测试) 若“ $\exists x \in [1, 2]$ ，使 $2x^2 - \lambda x - 1 < 0$ 成立”是假命题，则实数 λ 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, \frac{7}{2}]$

B. $[\frac{3}{2}, \frac{7}{2}]$

C. $(-\infty, 1]$

D. $[\frac{7}{2}, +\infty)$

15. (2021·上海高一专题练习) 已知函数 $f(x) = \frac{2}{x-1} (x \in [2, 6])$ ，则 $f(x)$ 的最大值为 ()。

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

题型六：根据函数的值域求参数范围

16. (2021·浙江) 若函数 $f(x) = \frac{2x+m}{x+1}$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值为 $\frac{5}{2}$ ，则实数 $m =$ ()

- A. 3 B. $\frac{5}{2}$ C. 2 D. $\frac{5}{2}$ 或 3

17. (2020·宜城市第三高级中学) 函数 $y = ax + 2$ 在 $[1, 2]$ 上的最大值与最小值的差为 3，则实数 a 为 ()

- A. 3 B. -3 C. 0 D. 3 或 -3

18. (2020·湖北) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-1)x+2a, & x < 0 \\ x^2-2x, & x \geq 0 \end{cases}$ 有最小值，则 a 的取值范围是 ()

- A. $\left[-\frac{1}{2}, 1\right)$ B. $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ C. $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ D. $\left(-\frac{1}{2}, 1\right]$

题型七：函数不等式恒成立问题

19. (2021·江西省乐平中学高一开学考试) 函数 $f(x) = \frac{x^2+ax+11}{x+1}$ ($a \in \mathbf{R}$)，若对于任意的 $x \in \mathbf{N}^*$ ， $f(x) \geq 3$ 恒成立，则 a 的取值范围是 ()

- A. $\left[-\frac{8}{3}, +\infty\right)$ B. $\left[-\frac{2}{3}, +\infty\right)$ C. $\left[-\frac{1}{3}, +\infty\right)$ D. $[-1, +\infty)$

20. (2021·全国高一单元测试) 设二次函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ ，若存在实数 a ，对任意 $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$ ，使得不等式 $|f(x)| < x$ 成立，则实数 b 的取值范围是 ()

- A. $\left(-\frac{1}{3}, 2\right)$ B. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$ C. $\left(\frac{1}{4}, \frac{9}{4}\right)$ D. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{9}{4}\right)$

21. (2021·江西宜春市·高安中学高一月考) 若函数 $y = kx^2 + 4kx + 3$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 有 $y > 0$ 恒成立，则实数 k 的取值范围为 ()

- A. $\left[0, \frac{3}{4}\right)$ B. $\left(\frac{3}{4}, +\infty\right)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $\left[0, \frac{3}{4}\right]$

【双基达标】

一、单选题

22. (2019·云南省楚雄天人中学高一月考) 函数 $f(x) = 2x - 1$ ， $x \in [-1, 1]$ ，则 $f(x)$ 的值域为 ()

- A. $\{-3, 1\}$ B. $(-3, 1]$
C. $[-3, 1]$ D. $[-3, 1)$

23. (2021·沧源佤族自治县民族中学高一期末) 已知函数 $y = \frac{4+x}{x+1}, x \in (a, b]$ 的最小值为 2, 则 a 的取值范围是 ()

- A. (1, 2) B. (-1, 2) C. [1, 2) D. [-1, 2)

24. (2020·内蒙古杭锦后旗奋斗中学) 若函数 $f(x) = x^2 + (2a-1)x + 1$ 在 $(-\infty, 2]$ 上是单调递减函数, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $\left[-\frac{3}{2}, +\infty\right)$ B. $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right]$ C. $\left[-\frac{5}{2}, +\infty\right)$ D. $\left(-\infty, -\frac{5}{2}\right]$

25. (2020·杭州之江高级中学高一期中) 函数 $f(x) = \frac{1}{x+1}$ 中, 有 ()

- A. $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上单调递增 B. $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减
C. $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增 D. $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上单调递减

26. (2021·全国高一专题练习) 已知 $f(x) = x, g(x) = x^2 - 2x, F(x) = \begin{cases} g(x), & f(x) \geq g(x) \\ f(x), & f(x) < g(x) \end{cases}$, 则 $F(x)$ 的最值情况是 ()

- A. 最大值为 3, 最小值为 -1 B. 最小值为 -1, 无最大值
C. 最大值为 3, 无最小值 D. 既无最大值, 又无最小值

27. (2021·全国高一专题练习) 设偶函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, -1]$ 上单调递增, 则 ()

- A. $f(-\frac{3}{2}) < f(-1) < f(2)$ B. $f(2) < f(-\frac{3}{2}) < f(-1)$
C. $f(2) < f(-1) < f(-\frac{3}{2})$ D. $f(-1) < f(-\frac{3}{2}) < f(2)$

28. (2021·全国高一专题练习) 甲: 函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的单调递减函数; 乙: $\exists x_1 < x_2, f(x_1) > f(x_2)$, 则甲是乙的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

29. (2021·全国高一课前预习) 当 $x > 0$ 时, $x^3 + k \geq (1+k)x$, 则 k 的取值范围为 ()

- A. $\{2\}$ B. $(0, 2]$ C. $(-\infty, 2]$ D. $[2, +\infty)$

30. (2021·全国高一专题练习) 已知 $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x+4a, & x < 1 \\ -x+1, & x \geq 1 \end{cases}$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的减函数, 那么 a 的取值范围是 ()

- A. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$ B. $\left(\frac{1}{7}, +\infty\right)$
C. $\left[\frac{1}{7}, \frac{1}{3}\right)$ D. $\left(-\infty, -\frac{1}{7}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$

【高分突破】

一：单选题

31. (2021·全国) 已知函数 $f(x) = \frac{ax-1}{x-a}$ 在 $(2, +\infty)$ 上单调递减, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ B. $(-1, 1)$
C. $(-\infty, -1) \cup (1, 2]$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, 2)$
32. (2021·全国高一单元测试) 函数 $f(x) = -x^2 + 2(1-m)x + 3$ 在区间 $(-3, 4]$ 上单调递增, 则 m 的取值范围是有 ()
- A. $[-3, +\infty)$ B. $[3, +\infty)$ C. $(-\infty, 5]$ D. $(-\infty, -3]$
33. (2021·全国高一专题练习) 已知函数 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ 的定义域为 $[2, +\infty)$, 则不等式 $f(x^2+2) > f(x^2-2x+8)$ 的解集为 ()
- A. $\left[\frac{5}{2}, 4\right)$ B. $[2, 3]$ C. $(-\infty, 3)$ D. $(3, +\infty)$
34. (2021·全国高一专题练习) 已知函数 $f(x)$ 在 R 上为增函数, 若不等式 $f(-4x+a) \geq f(-3-x^2)$ 对 $\forall x \in (0, 3]$ 恒成立, 则 a 的取值范围为 ()
- A. $[-1, +\infty)$ B. $(3, +\infty)$ C. $[0, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$
35. (2021·全国高一专题练习) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2+2x, & x \geq 0, \\ -x^2+2x, & x < 0, \end{cases}$ 则不等式 $f(3x+2) < f(x-4)$ 的解集为 ()
- A. $(-\infty, -3)$ B. $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$
C. $(-\infty, -1)$ D. $(-\infty, 1)$
36. (2021·全国高一专题练习) 在 R 上定义运算: $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$, 若不等式 $\begin{pmatrix} x-1 & a-2 \\ a+1 & x \end{pmatrix} \geq 1$ 对任意实数 x 恒成立, 则实数 a 的最大值为 ()
- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

二、多选题

37. (2021·全国高一课时练习) 下列函数中满足“对任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 都有 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} > 0$ ”的是 ()
- A. $f(x) = -\frac{2}{x}$ B. $f(x) = -3x+1$
C. $f(x) = x^2+4x+3$ D. $f(x) = x - \frac{1}{x}$
38. (2021·全国高一专题练习) 已知函数 $f(x) = -2x+1$ ($x \in [-2, 2]$), $g(x) = x^2-2x$, ($x \in [0, 3]$), 则下列结论正

确的是 ()

A. $\forall x \in [-2, 2], f(x) > a$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 $(-\infty, -3)$

B. $\exists x \in [-2, 2], f(x) > a$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 $(-\infty, -3)$

C. $\exists x \in [0, 3], g(x) = a$, 则实数 a 的取值范围是 $[-1, 3]$

D. $\forall x \in [-2, 2], \exists t \in [0, 3], f(x) = g(t)$

39. (2021·全国高一单元测试) 给出下列命题, 其中错误的命题是 ()

A. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 2]$, 则函数 $f(2x)$ 的定义域为 $[0, 4]$;

B. 函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 的单调递减区间是 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$;

C. 已知函数 $f(x)$ 是定义域上减函数, 若 $f(m) > f(n)$, 则 $m < n$;

D. 两个函数 $y = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$, $y = \sqrt{x^2-1}$ 表示的是同一函数.

40. (2021·全国高一课时练习) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 对任意的 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ 都满足

$x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2) > x_1 f(x_2) + x_2 f(x_1)$, 下列结论正确的是 ()

A. 函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是单调递减函数

B. $f(-2) < f(1) < f(2)$

C. $f(x+1) < f(-x+2)$ 的解为 $x < \frac{1}{2}$

D. $f(0) = 0$

三、填空题

41. (2020·金华市云富高级中学高一月考) 函数 $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{x+3}$ 的最大值为_____.

42. (2021·浙江杭州市·学军中学高一竞赛) 若函数 $f(x) = \sqrt{|2x+1| + |x-a| - 2}$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 则 a 的取值范围是_____.

43. (2021·全国高一课时练习) 函数 $f(x) = \frac{x^2+3x+2}{x+3} (-2 < x < 0)$ 的值域为_____

44. (2021·广东潮州·高一期末) 已知函数 $f(x) = x^2 - 2ax + 3$ 在区间 $[2, 8]$ 是单调递增函数, 则实数 a 的取值范围是_____.

45. (2020·杭州之江高级中学高一期中) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - ax - 5, & (x \leq 1) \\ \frac{a}{x}, & (x > 1) \end{cases}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数, 则 a 的取值范围是_____.

四、解答题

46. (2020·贵州遵义市·蟠龙高中高一月考) 已知函数 $f(x) = x^2 - 4x$.

(1) 证明函数 $f(x)$ 在区间 $[2, +\infty)$ 上的单调性;

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 5]$ 上的最大值为 M , 最小值为 m , 求 $\frac{m}{M}$ 的值.

47. (2019·罗平县第二中学高一期中) 设函数 $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$.

(1) 用函数单调性定义证明: 函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上是单调递减函数;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[3, 5]$ 上的最大值和最小值.

48. (2019·长沙市南雅中学高一月考) 设函数 $f(x) = mx^2 - mx - 2$.

(1) 若对于一切实数 x , $f(x) < 0$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若对于 $x \in [1, 3]$, $f(x) < -m + 5$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

49. (2021·全国高一专题练习) 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(xy) = f(x) + f(y)$, 且当 $x > 1$ 时, $f(x) < 0$.

(1) 求 $f(1)$;

(2) 证明 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减;

(3) 若关于 x 的不等式 $f(k \cdot 3^x) - f(9^x - 3^x + 1) \geq f(1)$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

【答案详解】

1.

【详解】

(1)函数 $f(x)=2x-\frac{a}{x}$ 中, 因 $f(\frac{1}{2})=3$, 则 $2\cdot\frac{1}{2}-2a=3$, 解得 $a=-1$,

所以 a 的值是 -1 ;

(2)由(1)知: $f(x)=2x+\frac{1}{x}$, $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上的单调递增,

$$\forall x_1, x_2 \in [1, +\infty), \text{ 且 } x_1 < x_2, \quad f(x_1) - f(x_2) = 2x_1 + \frac{1}{x_1} - (2x_2 + \frac{1}{x_2}) = (x_1 - x_2)(2 - \frac{1}{x_1 x_2}),$$

因 $x_2 > x_1 \geq 1$, 则 $x_1 - x_2 < 0$, 且 $2 - \frac{1}{x_1 x_2} > 0$, 即有 $f(x_1) - f(x_2) < 0$, $f(x_1) < f(x_2)$,

所以 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上的单调递增.

2.

【详解】

(1) 证明: 设任意 $0 \leq x_1 < x_2$,

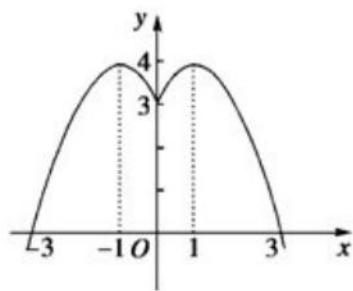
$$\text{则 } y_1 - y_2 = x_2^2 - x_1^2 = (x_2 - x_1)(x_2 + x_1) > 0,$$

$$\because x_2 - x_1 > 0, x_2 + x_1 > 0$$

$$\therefore y_1 > y_2,$$

$\therefore$ 函数 $y=-x^2+1$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上是减函数.

(2) 作出函数图象如图所示:



增区间为: $(-\infty, -1)$, $(0, 1)$,

减区间为: $(-1, 0)$, $(1, +\infty)$.

3.

任取 $0 < x_1 < x_2$,

$$\text{所以 } f(x_1) - f(x_2) = \frac{x_1 - a}{ax_1} - \frac{x_2 - a}{ax_2} = \frac{x_1 - x_2}{x_1 x_2},$$

因为 $0 < x_1 < x_2$, 所以 $x_1 - x_2 < 0$, $x_1 x_2 > 0$,

所以 $f(x_1) - f(x_2) < 0$, 所以 $f(x_1) < f(x_2)$,

所以函数 $y = f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上严格增函数.

4. D

【详解】

因为 $f(x)$ 的对称轴为 $x = 1 - a$ 且开口向上, 且在 $(-\infty, 5]$ 上是减函数,

所以 $1 - a \geq 5$, 所以 $a \leq -4$,

故选: D.

5. C

【详解】

$$\text{解: 若 } f(x) = \begin{cases} -x^2 - ax - 5, & x \leq 1 \\ \frac{a}{x}, & x > 1 \end{cases} \text{ 是 } R \text{ 上的增函数, 则应满足 } \begin{cases} -\frac{a}{2} \geq 1 \\ a < 0 \\ -1^2 - a \times 1 - 5 \leq \frac{a}{1} \end{cases}, \text{ 解得 } -3 \leq a \leq -2, \text{ 即 } a \in [-3, -2].$$

故选: C

6. B

【详解】

$$f(x) = \frac{ax+1}{x+2} = \frac{a(x+2)-2a+1}{x+2} = a + \frac{1-2a}{x+2}, \text{ 依题意有 } 1-2a < 0, \text{ 即 } a > \frac{1}{2},$$

所以实数 a 的取值范围是 $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

故选: B.

7. D

【详解】

由 $x^2 + 3x \geq 0$ 得 $x \leq -3$ 或 $x \geq 0$, 即函数 $s = \sqrt{x^2 + 3x}$ 的定义域为 $(-\infty, -3] \cup [0, +\infty)$,

又二次函数 $t = x^2 + 3x$ 的图象的对称轴方程为 $x = -\frac{3}{2}$,

所以函数 $t = x^2 + 3x$ ($x \in (-\infty, -3] \cup [0, +\infty)$) 在区间 $(-\infty, -3]$ 上单调递减,

在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 又函数 $y = \sqrt{t}$ ($t \geq 0$) 为增函数,

所以 $s = \sqrt{x^2 + 3x}$ 的单调递减区间为 $(-\infty, -3]$.

故选: D

8. B

【详解】

解: 对于 A 选项, $y = \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{1}{x}$ ($x > 0$), 由于反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 为减函数, 故 $y = \frac{x+1}{x}$ ($x > 0$) 为减函数,

A 选项错误;

对于 B 选项, $y = x^2 + x$ ($x > 0$) 的对称轴为 $x = -\frac{1}{2} < 0$, 开口向上, 故 $y = x^2 + x$ ($x > 0$) 为增函数, B 选项正确;

对于 C 选项, 由于 $y = 1 - x$ ($x \leq 1$) 上是减函数, 故由复合函数的单调性得 $y = \sqrt{1-x}$ 为定义域 $(-\infty, 1]$ 上的减函数, C 选项错误;

对于 D 选项, $y = 2 - x$ 为减函数, 故 D 选项错误.

故选: B.

9. B

【详解】

由 $t = x^2 - 2x \neq 0$, 可知函数 $t = x^2 - 2x$ 开口向上, 对称轴 $x = 1$, $x \neq 0$ 且 $x \neq 2$.

因为函数 $t = x^2 - 2x$ 在区间 $(-\infty, 0)$, $(0, 1)$ 上单调递减,

所以原函数 $f(x)$ 的单调递增区间 $(-\infty, 0)$, $(0, 1)$.

故选: B.

10. C

【详解】

$\because$ 函数 $y = f(x)$ 是定义在 $[-4, 4]$ 上的减函数, 且 $f(a+1) > f(2a)$,

$\therefore -4 \leq a+1 < 2a \leq 4$, 解得 $1 < a \leq 2$,

故选: C.

11. A

【详解】

因为 $f(x)$ 是偶函数, 所以 $f(x) = f(|x|)$,

所以 $f(2x-1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 等价于 $f(|2x-1|) < f\left(\frac{1}{3}\right)$,

因为 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增,

所以 $|2x-1| < \frac{1}{3}$, 即 $-\frac{1}{3} < 2x-1 < \frac{1}{3}$, 解得: $\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}$,

所以原不等式的解集为 $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$,

故选: A.

12. D

【详解】

因为奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增的, 且 $f(3) = 0$,

所以奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增的, 且 $f(-3) = f(3) = 0$, 所以有:

(1) 当 $x > 0$ 时, 因为 $f(3) = 0$, 所以当 $x > 3$ 时, $f(x) > 0$, 当 $0 < x < 3$ 时, $f(x) < 0$,

当 $x > 1$ 时, 由 $(x-1)f(x) > 0 \Rightarrow f(x) > 0 \Rightarrow x > 3$,

当 $0 < x < 1$ 时, 由 $(x-1)f(x) > 0 \Rightarrow f(x) < 0 \Rightarrow x < 3$, 所以 $0 < x < 1$,

(2) 当 $x < 0$ 时, 因为 $f(-3) = 0$, 所以当 $0 > x > -3$ 时, $f(x) > 0$, 当 $x < -3$ 时, $f(x) < 0$,

因此由 $(x-1)f(x) > 0 \Rightarrow f(x) < 0 \Rightarrow x < -3$,

综上所述: 由 $(x-1)f(x) > 0 \Rightarrow (-\infty, -3) \cup (3, +\infty) \cup (0, 1)$,

故选: D

13. A

【详解】

$\because$ 函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上为减函数,

$\therefore f(x)_{\min} = f(2) = \frac{1}{2} - 2 \times 2 = -\frac{7}{2}$.

故选: A.

14. C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/358076015023006137>