

第一章 集合与常用逻辑用语

1.2 集合间的基本关系

授课教师：某某中学数学教研组 某某

2024年某月某日

内容索引

1

温故知新

2

教学要求

3

情景导入

4

新知探究

5

教材例题

6

课堂练习

7

课堂小结

8

作业布置

9

课后培优

10

备选试题

1

温故知新

列举法：把集合的所有元素一一列举出来，并用花括号“{ }”括起来表示集合的方法叫做列举法.

描述法：一般地，设A 是一个集合，我们把集合A 中所有具有共同特征 $P(x)$ 的元素x 所组成的集合表示为 $\{x \in A | P(x)\}$ ，这种表示集合的方法称为描述法.

教学要求

【课标要求1】

理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集.

【课标要求2】

准确区分子集与真子集的不同之处.

【素养要求】

会用三种语言(自然语言、图形语言、符号语言)表示集合间的基本关系，并能进行转换，提升数学抽象素养和直观想象素养.

3 情景导入

观察下面几个例子，并回答问题？

(1) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$;

(2) A 为立德中学高一(2)班全体女生组成的集合， B 为这个班全体学生组成的集合；

(3) $A = \{x \mid x \text{ 是两条边相等的三角形}\}$, $B = \{x \mid x \text{ 是等腰三角形}\}$.

1. 在上面3个例子中，集合 A 中的元素都是集合 B 中的元素吗？

提示：(1)、(2)、(3)中集合 A 中的元素都是集合 B 中的元素.

2. 在上面3个例子中，集合 B 中的元素都是集合 A 中的元素吗？

提示：(1)、(2)中集合 B 中有的元素不是集合 A 中的元素，(3)集合 B 中的元素都是集合 A 中的元素.

新知探究

我们知道，两个实数之间有相等关系、大小关系，如 $5 = 5$ ， $5 < 7$ ， $5 > 3$ ，等等。两个集合之间是否也有类似的关系呢？

接下来我们将学习今天的内容，**集合间的基本关系**。

4

新知探究



探究问题

一

探究一：子集的含义

二

探究二：真子集与集合相等

三

探究三：空集

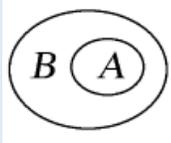
探究一：子集的含义

1

提出问题

在前面的问题中可以发现，在(1)中，集合A的任何一个元素都是集合B的元素.这时我们说集合A **包含于**集合B, 或集合B **包含**集合A. (2)、(3)中的集合A与集合B也有这种关系.

子集的概念：一般地，对于两个集合A，B，如果集合A中任意一个元素，都是集合B中的元素，就称集合A为集合B的**子集**(subset),记作： $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)

集合A，B的关系我们还可以用图直观形象地表示出来.  或  (特殊情况).

Venn图：在数学中，我们经常用平面上封闭曲线的内部代表集合，这种图称为Venn图.

探究一：子集的含义

2

突破问题

以下例子都具有包含关系.

- 1.集合A为振华中学所有学生,集合B为振华中学高一学生.则 $B \subseteq A$.
- 2.集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \subseteq B$.
- 3.集合 $A = \{x \mid -1 < x < 4\}$, $B = \{x \mid x < 5\}$, 则 $A \subseteq B$.

请你举出几个具有包含关系的集合实例.

探究一：子集的含义

3

升华问题

“A是B的子集”的含义：集合A中的**任意**一个元素都是集合B中的元素，即由任意 $x \in A$ ，能推出 $x \in B$.当集合A与集合B中元素相同时也是满足的.

Venn图的优点是形象直观，缺点是公共特征不明显，画图时要注意区分大小关系.

探究一：子集的含义

4

及时训练

例 1 : (多选) 已知集合 $A = \{x | y = x^2 + 1\}$, 集合 $B = \{y | y = x^2 + 1\}$, 集合 $C = \{(x, y) | y = x^2 + 1\}$, 下列关系正确的是 ()

A. $0 \in A$ B. $0 \in B$ C. $0 \in C$ D. $B \subseteq A$

解析 : $\because A = \{x | y = x^2 + 1\} = \mathbf{R}$,

$B = \{y | y = x^2 + 1\} = \{y | y \geq 1\}$

$\therefore 0 \in A, 0 \notin B, B \subseteq A$

集合 $C = \{(x, y) | y = x^2 + 1\}$ 中的元素是点不是实数, $\therefore 0 \notin C$

故选 : AD

探究二：真子集与集合相等

1

提出问题

在(3)中，由于“两条边相等的三角形”是等腰三角形，因此，集合A,B都是由所有等腰三角形组成的集合. 即集合A中任何一个元素都是集合B中的元素，同时，集合B中任何一个元素也都是集合A中的元素. 这样，集合A的元素与集合B的元素是一样的.

集合相等：一般地，如果集合A的任何一个元素都是集合B的元素，同时集合B的任何一个元素都是集合A的元素，那么集合A与集合B相等，记作 $A = B$ ，也就是说，若 $A \subseteq B$ ，且 $B \subseteq A$ ，则 $A = B$.

真子集：如果集合 $A \subseteq B$ ，但存在元素 $x \in B$ ，且 $x \notin A$ ，就称集合A是集合B的**真子集**，记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$).

探究二：真子集与集合相等

2

突破问题

例如，在(1)， $A \subseteq B$ ，但 $4 \in B$ ，且 $4 \notin A$ ，所以集合A 是集合B 的**真子集**。

(2)中 $A \subseteq B$ ，B集合中有男生，A集合中没有有男生，所以集合A 是集合B 的**真子集**。

例如，设 $A = \{x|x是长方形\}$ ， $B = \{x|x是有一个角是直角的平行四边形\}$ ，集合A，B的元素相同，所以 **$A = B$** 。

请你举出几个具有真子集关系、相等关系的集合实例。

探究二：真子集与集合相等

3

升华问题

(1) 任何一个集合都是它本身的子集，即 $A \subseteq A$.

(2) 对于集合 A, B, C ：

① 若 $A \subseteq B$ ，且 $B \subseteq C$ ，则 $A \subseteq C$ ；

② 若 $A \subsetneq B$ ， $B \subsetneq C$ ，则 $A \subsetneq C$.

(3) 符号 $\subseteq, \subsetneq, \supseteq, \supsetneq, =$ 表示集合与集合之间的关系，其中“ \subseteq ”包含“ \subsetneq ”和“ $=$ ”两种情况，同样“ \supseteq ”包含“ \supsetneq ”和“ $=$ ”两种情况.

(4) 符号 \in, \notin 表示元素与集合之间的关系.

探究二：真子集与集合相等

4

及时训练

例 2 (多选) 已知集合 $M = \{2, 4\}$, 集合 $M \subseteq N \subsetneq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则集合 N 可以是()

A . $\{2, 4\}$ B . $\{2, 3, 4\}$ C . $\{1, 2, 3, 4\}$ D . $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

解析：因为集合 $M = \{2, 4\}$, 对于 A : $N = \{2, 4\}$ 满足

$M \subseteq N \subsetneq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 所以选项 A 符合题意；对于 B : $N = \{2, 3, 4\}$ 满足

$M \subseteq N \subsetneq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 所以选项 B 符合题意；对于 C : $N = \{1, 2, 3, 4\}$ 满足

$M \subseteq N \subsetneq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 所以选项 C 符合题意；对于 D : $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 不是 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

的真子集，故选项 D 不符合题意，故选：ABC.

探究三：空集

1

提出问题

我们知道，方程 $x^2+1=0$ 没有实数根，所以方程 $x^2+1=0$ 的实数根组成的集合中**没有元素**。

空集：一般地，我们把不含任何元素的集合叫做空集，记作 \emptyset 。**规定**：空集是任何集合的子集。

探究三：空集

2

突破问题

以下例子都是空集.

1.内角和大于 180° 的三角形组成的集合.

2.集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 0 < x < 1\}$.

3.集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - x + 1 = 0\}$.

你能举出几个空集的例子吗?

探究三：空集

3

升华问题

空集是任意集合A的子集.按照子集的定义,这条性质是说**空集**的每个元素x都属于A.若这条性质不为真,那**空集**中至少有一个元素不在A中.由于**空集**中没有元素,也就没有**空集**的元素不属于A了,得到**空集**的每个元素都属于A,即**空集**是A的子集.

"空集是任何集合的子集"这句话是正确的,但是把空集说成是任何集合的真子集就不确切.因为空集是它本身的子集.正确的说法是"**空集是任何非空集合的真子集**".

$\{0\}$ 是含有一个元素的集合, \emptyset 是不含任何元素的集合,因此,有 $\emptyset \subseteq \{0\}$,不能写成 $\emptyset = \{0\}$ 或 $\emptyset \in \{0\}$.

探究三：空集

4

及时训练

例3:(多选)若集合 $A = \{x|ax - 2 = 0\}$, $B = \{x|x^2 + 3x + 2 = 0\}$, 且 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值为()

A. -2 B. -1 C. 0 D. 2

解析： $x^2 + 3x + 2 = 0$ 解得 $x_1 = -1, x_2 = -2$, 则 $B = \{-2, -1\}$.

当 $A = \emptyset$ 时, 方程 $ax - 2 = 0$ 无解,

则 $a = 0$; 当 $A \neq \emptyset$ 时, 方程 $ax - 2 = 0$ 有解,

则 $a \neq 0$ 且 $x = \frac{2}{a}$, 因为 $A \subseteq B$, 所以 $\frac{2}{a} \in B$, 因此 $\frac{2}{a} = -1$, 即 $a = -2$ 或 $\frac{2}{a} = -2$, 即 $a = -1$.

综上所述, $A \subseteq B$ 时, a 的值为 $-2, -1, 0$.

故选：ABC.

5 教材例题

例 1：写出集合 $\{a,b\}$ 的所有子集，并指出哪些是它的真子集.

解析：集合 $\{a,b\}$ 的所有子集为 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}$.

真子集为 $\emptyset, \{a\}, \{b\}$.

5 教材例题

例 2：判断下列各题中集合 A 是否为集合 B 的子集，并说明理由：

(1) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{ 是 } 8 \text{ 的约数}\}$;

(2) $A = \{x \mid x \text{ 是长方形}\}$, $B = \{x \mid x \text{ 是两条对角线相等的平行四边形}\}$.

解析：(1) 因为 3 不是 8 的约数，所以集合 A 不是集合 B 的子集.

(2) 因为若 x 是长方形，则 x 一定是两条对角线相等的平行四边形，所以集合 A 是集合 B 的子集.

6

课堂练习

例 1 (单选) : 已知集合 $A = \{a \in \mathbf{N} \mid \frac{6}{a-1} \in \mathbf{N}\}$, $B = \{2, 3\}$, 集合 C 满足 $B \subseteq C \subseteq A$, 则所有满足条件的集合 C 的个数为 ()

A . 3 B . 4 C . 5 D . 6

解析 : $A = \{a \in \mathbf{N} \mid \frac{6}{a-1} \in \mathbf{N}\} = \{2, 3, 4, 7\}$, 又 $B = \{2, 3\}$, $B \subseteq C \subseteq A$, 故集合 C 为包含元素 2 和 3 , 且为 A 的子集 , 故集合 C 可以为 : $\{2, 3\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 3, 4, 7\}$, 则集合 C 的个数是 4 个. 故选 : B.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/365214311102011221>